

UNIVERZITET U SARAJEVU  
MAŠINSKI FAKULTET U SARAJEVU

**PREDVIĐANJE TERMINALNO-BALISTIČKIH PARAMETARA PRI  
PRIRODNOJ FRAGMENTACIJI VISOKO-EKSPLOZIVNIH BOJEVIH  
GLAVA KORIŠTENJEM EKSPERIMENTALNIH PODATAKA I  
NUMERIČKIH METODA**

*Doktorska disertacija*

Mentor: prof. dr. Elvedin Kljuno

Kandidat: Alan Ćatović

Sarajevo, 2019. godine



## **Publikacije**

Neki dijelovi i rezultati istraživanja predstavljeni u disertaciji objavljeni su u sljedećim publikacijama:

1. Kljuno E., Catovic A.: *A generalized model for estimation of aerodynamic forces and moments for irregularly shaped bodies*, Defence Technology, September, 2018.
2. Kljuno E., Catovic A.: *Estimation of projected surface area of irregularly shaped fragments*, Defence Technology, August, 2018.
3. Catovic A., Kljuno E: *Analysis of flow around high speed irregularly shaped bodies using numerical simulations*, International Journal of Advanced and Applied Sciences, 5(8) 2018, Pages: 1-10.
4. Catovic A., Kljuno E.: *Prediction of aerodynamic coefficients for irregularly shaped body using numerical simulations*, International Journal of Advanced and Applied Sciences, 5(7) 2018, Pages: 71-85.
5. Kljuno E., Catovic A.: *Prediction of the trajectory of an irregularly shaped body moving through a resistive medium with high velocities*, International Journal of Advanced and Applied Sciences, Volume 4, Issue 11, 1-159 (November 2017).
6. Kljuno E., Catovic A.: *Determination of the center of pressure and dynamic stability for irregularly shaped bodies*, International Journal of Advanced and Applied Sciences, Volume 4, Issue 10, 1-187 (October 2017).
7. Kljuno E., Catovic A.: *Instability estimation of irregularly shaped bodies moving through a resistive medium with high velocity*, International Journal of Advanced and Applied Sciences, Volume 4, Issue 9, 1-179 (September 2017).
8. Catovic, B. Zecevic, S. Serdarevic Kadic, J. Terzic: *Numerical simulations for prediction of aerodynamic drag on high velocity fragments from naturally fragmenting high explosive warheads*, 15th Seminar "New Trends in Research of Energetic Materials", University of Pardubice, Pardubice, Czech Republic, April 18-20, 2012.
9. Berko Zecevic, Jasmin Terzic, Alan Catovic, Sabina Serdarevic-Kadic: *Characterization of distribution parameters of fragment mass and number for conventional projectiles*, 14th Seminar "New Trends in Research of Energetic Materials", Part II, pp. 1026-1039, ISBN 978-80-7395-390-4, University of Pardubice, Pardubice, Czech Republic, April 13-15, 2011.
10. Zecevic B., Catovic A., Terzic J., Serdarevic - Kadic S.: *Analysis of influencing factors of mortar projectile reproduction process on fragment mass distribution*, 13th Seminar "New trends in research of energetic materials", University of Pardubice, Pardubice, Czech Republic, April 21-23 2010.
11. Catovic A., Zecevic B., Terzic J.: *Analysis of terminal effectiveness for several types of HE projectiles and impact angles using coupled numerical-CAD technique*, 12th Seminar "New trends in research of energetic materials", University of Pardubice, Pardubice, Czech Republic, April 1-3 2009.
12. B. Zecevic, A. Catovic, J. Terzic: *Comparison of Lethal Zone Characteristics of Several Natural Fragmenting Warheads*, Central European Journal of Energetic Materials, 2008, 5(2), 67-81. ISSN 1733-7178.



## Sažetak

Predmet istraživanja su visoko-eksplozivni projektili sa prirodnom fragmentacijom (eng. High Explosive Projectiles) koji predstavljaju najbrojniju skupinu projektila. Kod projektila ove vrste, kao posljedica impulsa u upaljaču, dolazi do pretvaranja hemijske energije eksploziva, smještenog u tijelu projektila, u toplotnu energiju produkata detonacije visoke temperature (reda do  $5000^{\circ}\text{C}$ ), u veoma kratkom vremenskom intervalu (reda  $\mu\text{s}$ ), nakon čega se stvara ekstremno visok pritisak (reda 20-40 GPa) koji je puno veći od zatezne čvrstoće materijala tijela projektila. Usljed takve transformacije energije, dolazi do širenja tijela, a potom i dezintegracije u veliki broj fragmenata različite mase i neregularnog oblika - proces poznat kao prirodna fragmentacija HE projektila.

Istraživanja terminalno-balističkih parametara HE projektila u radu vršena su analitičkim i poluempijskim metodama, metodama numeričke simulacije, eksperimentalnim metodama i tehnikama CAD modeliranja.

Glavni fokus istraživanja bio je usmjeren na slijedeće cjeline:

- Statistička obrada podataka sa eksperimentalnih testova fragmentacije i optimizacija Mott-ove metode za precizniju procjenu masene distribucije fragmenata.
- Procjena početne brzine fragmenata za nekoliko tipova HE projektila.
- Procjena vrijednosti aerodinamičkih sila i momenata, te koeficijenata otpora i uzgona realnih fragmenata za različite oblike, položaje i brzine fragmenata, metodom numeričkih simulacija.
- Razvoj novog modela dinamike leta fragmenata.
- Razvoj novog modela za procjenu parametara efikasnosti HE projektila.



## **Abstract**

High Explosive projectiles are the subject of research, representing the largest group of ammunition. For projectiles of this type, as a result of the impulse in the fuze, the chemical energy of the explosive in the body of the projectile is converted into the thermal energy of the products of high temperature detonation (up to 5000°C), in a very short time interval (of the order  $\mu$ s), after which extremely high pressure (of the order of 20-40 GPa) is created, that is much higher than the tensile strength of the projectile body material. This transformation of energy results in the expansion of the body and disintegration into a large number of fragments of different masses and irregular shapes - a process known as natural fragmentation of HE projectiles.

Investigations of terminal-ballistic parameters of HE projectiles in the thesis were performed by analytical and semi-empirical methods, numerical simulation methods, experimental methods, programming, and CAD modeling techniques.

The main focus of the research was focused on the following:

- Statistical processing of data from experimental fragmentation tests and optimization of the Mott method for a more accurate estimation of mass distribution of fragments.
- Estimation of the initial velocity of fragments for several types of HE projectiles.
- Estimation of values of aerodynamic forces and moments, as well as drag and lift force coefficients for real fragments of different shapes, orientations, and velocities, by the method of numerical simulations.
- Development of a new model of fragment flight dynamics.
- Development of a new model for estimation of HE projectile lethal zone.



## SADRŽAJ

1 UVOD .....	1
1.1 Opis problema .....	1
1.2 Ciljevi i hipoteze rada .....	5
1.3 Očekivani rezultati i naučni doprinos .....	6
2 PREGLED DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA .....	7
2.1 Prirodna fragmentacija HE projektila .....	7
2.2 Masena distribucija fragmenata.....	9
2.3 Početna brzina fragmenata.....	13
2.4 Prostorna distribucija fragmenata.....	17
2.4.1 Ukupni broj fragmenata u prostoru.....	17
2.4.2 Gustina fragmenata.....	19
2.4.3 Kriteriji efikasnosti fragmenata.....	22
2.4.4 Koeficijent efikasnosti.....	24
2.4.5 Smrtonosna zona.....	27
2.4.6 Dejstvo fragmenata na ljudsko tijelo.....	32
2.5 Aerodinamika fragmenata.....	35
2.5.1 Aerodinamičke sile i momenti.....	37
2.5.2 Koeficijenti aerodinamičke sile.....	39
2.5.3 Udarni talasi i viskoznost toka.....	42
2.6 Mehanika leta fragmenata.....	46
3 OSNOVNE KOMPONENTE HE PROJEKTILA.....	49
3.1 Visoko-eksplozivni projektili.....	49
3.1.1 Geometrijski i maseni parametri HE projektila.....	52
3.1.2 Karakteristike eksplozivnog punjenja.....	53
3.1.3 Karakteristike materijala tijela projektila.....	57
4 METODE ISTRAŽIVANJA.....	59
4.1 Uvod.....	59
4.2 Eksperimentalne metode istraživanja.....	60
4.2.1 Test fragmentacije u jami.....	60
4.2.2 Testovi fragmentacije u areni.....	66
4.3 Metode numeričkih simulacija.....	71
4.3.1 Uvod.....	71
4.3.2 Osnovne jednačine.....	74
4.3.3 Procjena aerodinamičkih sila i momenata koji djeluju na fragment metodom numeričkih simulacija.....	76
4.3.3.1 Numeričke simulacije.....	77
4.3.3.2 Validacija numeričkog modela.....	84
4.3.3.3 Rezultati numeričkih simulacija za fragment.....	92
- Koeficijent sile otpora.....	102
- Koeficijent sile uzgona.....	107
5 PROCJENA MASENE DISTRIBUCIJE I POČETNE BRZINE FRAGMENATA.....	112
5.1 Uvod.....	112
5.2 Procjena masene distribucije fragmenata.....	112
5.3 Predviđanje početnih brzina fragmenata.....	117
6 MEHANIKA LETA FRAGMENATA.....	120
6.1 Uvod.....	120
6.2 Model za procjenu projekcije izložene površine fragmenta u proizvolnjom pravcu.....	121

6.2.1 Fizikalni model.....	122
6.2.2 Verifikacija modela za procjenu izložene površine fragmenta.....	130
6.2.3 Primjena modela za procjenu projekcije izložene površine na fragment.....	131
6.3 Generalizovani model za procjenu aerodinamičke sile i momenta.....	135
6.3.1 Fizikalni model.....	136
6.3.2 Korekcija modelirane aerodinamičke sile u odnosu na stišljivost.....	143
6.3.3 Verifikacija generalizovanog modela za procjenu aerodinamičke sile.....	146
6.3.4 Primjena generalizovanog modela za procjenu aerodinamičke sile na fragment....	149
6.4 Generalizovani (6DOF) model za procjenu elemenata putanje fragmenta.....	151
6.4.1 Uvod.....	151
6.4.2 Fizikalni model.....	152
6.4.3 Analiza elemenata putanje fragmenata koristeći generalizovani model kretanja...	162
6.4.3.1 Procjena elemenata kompletne putanje fragmenata.....	162
6.4.3.2 Procjena elemenata putanje fragmenata na kraćim udaljenostima.....	172
<b>7 PREDVIĐANJE PARAMETARA EFIKASNOSTI HE PROJEKTILA.....</b>	<b>178</b>
7.1 Uvod.....	178
7.2 Procjena gustine efikasnih fragmenata.....	179
7.3 Procjena radiusa zone efikasnosti HE projektila.....	182
7.4 Primjer proračuna parametara zone efikasnosti HE projektila.....	184
7.5 Procjena parametara zone efikasnosti za druge artiljerijske projektile.....	195
<b>8 ZAKLJUČAK.....</b>	<b>200</b>
8.1 Doprinos autora.....	200
8.2 Pravci daljih istraživanja.....	209

## LITERATURA

- DODATAK 1 - UDF program za proračun aerodinamičkih sila i momenata  
DODATAK 2 - Određivanje projekcije izložene površine elipsoida – primjeri  
DODATAK 3 - MatLab program (funkcija) za predviđanje aerodinamičke sile i momenata  
DODATAK 4 - Pojednostavljeni model kretanja fragmenta  
DODATAK 5 - Model za procjenu početne nestabilnosti fragmenata  
DODATAK 6 - Modeli za procjenu centra pritiska i stabilne orijentacije fragmenata  
DODATAK 7 - Vrijednosti komponenti aerodinamičke sile i momenta koji djeluju na fragment, dobijene numeričkim simulacijama

---

## POGLAVLJE

# 1

## UVOD

### 1.1 Opis problema

Predmet istraživanja su visoko-eksplozivni projektili sa prirodnom fragmentacijom (eng. HE - High Explosive Projectiles) koji predstavljaju najbrojniju skupinu projektila. Kod projektila ove vrste, kao posljedica impulsa u upaljaču, dolazi do pretvaranja hemijske energije eksploziva, smještenog u tijelu projektila, u toplotnu energiju produkata detonacije visoke temperature (reda do  $5000^{\circ}\text{C}$ ), u veoma kratkom vremenskom intervalu (reda  $\mu\text{s}$ ), nakon čega se stvara ekstremno visok pritisak (reda 20-40 GPa) koji je puno veći od zatezne čvrstoće materijala tijela projektila.

Usljed takve transformacije energije, dolazi do širenja tijela, a potom i dezintegracije u veliki broj fragmenata različite mase i neregularnog oblika - tzv. prirodne fragmentacije projektila.

Istraživanja pokazuju da je tokom I i II svjetskog rata, te rata u Koreji i Vijetnamu 60-90% vojnika ranjeno ili ubijeno dejstvom fragmenata HE projektila, dok na ranjavanje ili ubijanje projektilima malokalibarskog oružja otpada tek 10-40% od ukupnog broja žrtava<sup>[177]</sup>. Procentualni podaci o broju ljudskih žrtava u spomenutim ratovima ukazuju na značaj visoko-eksplozivnih projektila u borbenoj upotrebi.

U posljednjih 20 godina u ratovima u Iraku, Afganistanu i Siriji najveći broj nastradalih su civili, kao posljedica neselektivnog djelovanja modernih oružja.

Terminalna balistika visoko-eksplozivnih projektila je naučna oblast koja se bavi proučavanjem efikasnosti HE projektila na cilju.

Generalno govoreći, postoji više tipova ciljeva: ljudi, oklopna vozila, strukture, oprema i avioni, pri čemu svaki tip cilja predstavlja različit problem neutralizacije.

U doktorskoj disertaciji istraživat će se efikasnost HE projektila protiv lako otpornih ciljeva koje predstavljaju vojnici na bojištu.

Kompleksnost analize efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva ogleda se u velikom broju međusobno uticajnih parametara:

- *Parametri projektila:* geometrija projektila, vrsta i mehaničke karakteristike materijala tijela projektila, termička obrada materijala tijela projektila, struktura eksplozivnog lanca, vrsta i karakteristike upaljača projektila, tip detonatora i karakteristike glavnog eksplozivnog punjenja (vrsta, masa i gustina eksploziva).
- *Spoljno-balistički parametri:* brzina i ugao lansiranja projektila, parametri atmosfere, padni ugao projektila, brzina udara projektila u cilj i ugaona brzina projektila na cilju.

- *Parametri bojišta:* konfiguracija terena, vegetacija na terenu, karakteristike prostornog rasporeda vojnika na terenu, gustina vojnika na bojištu, izložena površina vojnika prema centru detonacije projektila, upotreba zaštitnih sredstava vojnika (zaštitne kacige, balistički prsluci, štitnici za ekstremitete) i način djelovanja upaljača (super-brzi, sa usporenjem, tempirni, blizinski).

Parametri koji će se istraživati u doktorskoj disertaciji su:

- parametri masene distribucije fragmenata,
- početna brzina fragmenata,
- aerodinamika fragmenata,
- mehanika leta fragmenata,
- parametri prostorne distribucije fragmenata, i
- efikasnost HE projektila.

Na masenu distribuciju fragmenata (broj, masa i oblik fragmenata) kod HE projektila sa prirodnom fragmentacijom utiču: geometrija projektila, karakteristike eksplozivnog punjenja, odnos mase eksploziva i mase tijela, mehaničke karakteristike i vrsta termičke obrade materijala tijela projektila. Masena distribucija fragmenata određivat će se eksperimentalnim ispitivanjima u sklopu fragmentacionih testova u jami (eng. Pit test), a predviđanje parametara masene distribucije vršit će se metodom koju je predložio Mott<sup>[113]</sup>.

Eksperimentalni podaci o masenoj distribuciji fragmenata više tipova HE projektila nalaze se u bazi podataka Katedre za odbrambene tehnologije<sup>[156]</sup>, i ti podaci će se koristiti u doktorskoj disertaciji.

Početna brzina fragmenata zavisi od odnosa mase eksploziva i mase tijela projektila, karakteristika eksplozivnog punjenja i materijala tijela projektila. U realnom slučaju, početna brzina fragmenata je vektorski zbir početne relativne brzine fragmenata i prenosne brzine fragmenata (translatorna brzina projektila u trenutku udara u cilj i brzina fragmenata uslijed rotacije (kod dinamički stabilisanih projektila) oko centra inercije projektila u trenutku fragmentacije). Međutim, praktično se koriste vrijednosti samo početne relativne brzine fragmenata (jer je dosta veća od ostale dvije komponente) koja se određuje eksperimentalnim putem, metodama numeričkih simulacija i poluempijskim metodama.

Eksperimentalne metode za procjenu početne brzine fragmenata su najtačnije, ali su skupe jer je potrebno koristiti ultra-brze kamere (npr. Cordin, Photron, Phantom) ili rentgenske kamere za snimanje procesa. U numeričkim simulacijama koriste se hidrodinamički kodovi (npr. CALE, HEMP) koji su pokazali odlična slaganja sa eksperimentima<sup>[18]</sup>, ali nisu dostupni za javnu upotrebu. Poluempijske metode za procjenu početne brzine fragmenata (npr. metoda Gurney i njene modifikacije) su najčešće i one koriste odnos mase eksploziva i tijela projektila i karakteristike eksplozivnog punjenja kako bi se procjenile početne brzine fragmenata.

Kretanje fragmenata kroz atmosferu predstavlja slučaj općeg kretanja krutog tijela koje još uvijek nije dovoljno istraženo. Začuđujuće je npr. da ne postoji model kretanja fragmenta koji u obzir uzima rotaciju fragmenata. Nestabilnost fragmenta tokom njegovog leta bitno utiče na brzinu fragmenta i njegovu efikasnost na cilju sa stanovišta kinetičke energije. Kod bojevih glava sa prirodnom fragmentacijom svaki fragment je specijalni slučaj za sebe.

Važno je projeniti kako kretanje fragmenta utiče na promjenu njegove kinetičke energije. U toku kretanja fragmenta kroz atmosferu neprekidno se mijenja sila otpora fragmenta jer se mijenja i projekcija izložene površine, normalna na vektor brzine fragmenta koji opstrujava vazduh. Zbog toga treba poznavati promjenu aerodinamičke sile i momenta za realni fragment tokom leta fragmenta kroz atmosferu.

Postoji vrlo malo javno dostupnih podataka o vrijednostima koeficijenta sile otpora za fragmente nastale detonacijom HE projektila i ne postoji jasno definisan model kretanja fragmenta nepravilnog oblika kroz atmosferu.

Koeficijent otpora generalno zavisi od oblika fragmenta, te Mach-ovog i Reynolds-ovog broja. Procjena koeficijenta otpora, međutim, predstavlja složen zadatok zbog neuniformnosti oblika fragmenata, velike brzine i njihovog nestabilnog kretanja.

Rezultantna aerodinamička sila na fragment djeluje u centru pritska čiji položaj se mijenja tokom vremena sa prevrtanjem fragmenta. Ova sila stvara destabilizući moment jer ne djeluje po pravcu koji prolazi kroz centar mase fragmenta. Od intenziteta aerodinamičkog momenta najviše zavisi stabilnost fragmenata u toku leta kroz atmosferu.

U većini eksperimentalnih istraživanja [178,179,116,181,182,183,184,185] za procjenu koeficijenta otpora razmatrana je vrijednosti koeficijenta otpora u subsoničnom režimu kretanja fragmenata, jer je vrijednost koeficijenta otpora bila važna za određivanje ukupnog dometa fragmenata, radi utvrđivanja realne zone opasnog dejstva nakon moguće eksplozije vojnih skladišta ili skladišta municije na otvorenom prostoru.

Ni u jednoj dostupnoj studiji nije se detaljnije razmatrala vrijednost koeficijenta otpora fragmenata u supersoničnom režimu kretanja koji je karakterističan za procjenu smrtonosne efikasnosti projektila [47,179]. Neki istraživači navode da se koeficijent otpora može u proračunima uzeti kao konstantna vrijednost [20,124,147], obrazlažući to činjenicom da se fragmenti u početnom dijelu putanje kreću brzinom i do nekoliko puta većom od lokalne brzine zvuka, a pri tim brzinama krive koeficijenta otpora u zavisnosti od Mach-ovog broja se vrlo malo mijenjaju.

Međutim, zbog svoje nestabilnosti fragment se prevrće i mijenja površinu normalnu na vektor brzine, tako da se sila otpora neprestano mijenja. Zbog toga pretpostavka o konstantnoj vrijednosti koeficijenta otpora nije prihvatljiva u ozbilnjijim analizama.

Svaki fragment ima različit oblik, masu i dimenzije, i to bitno utiče na koeficijent otpora. Zbog toga će istraživanje, između ostalog, biti usmjereno i na dobijanje skupa funkcija  $C_D(Ma)$  - procjenu promjene koeficijenta otpora, prvenstveno u transoničnoj i supersoničnoj zoni. Dobit će se skup podataka sa ekstremnim vrijednostima koeficijenta otpora za određene vrijednosti Mach-ovih brojeva. Tokom kretanja nekog fragmenta on može imati bilo koju vrijednost koeficijenta otpora između ova dva ekstrema.

Na osnovu navedenog može se zaključiti da npr. dva fragmenta iste mase ali različitog oblika, za istu početnu brzinu, na određenoj udaljenosti od mjesta eksplozije, mogu imati različite kinetičke energije jer njihov oblik nije isti, a time ni ukupna aerodinamička sila i moment.

Procjena prostorne distribucije fragmenata bazira se na poznavanju funkcije gustine fragmenata u prostoru, a zavisi od parametara projektila, padnog ugla projektila, načina djelovanja upaljača, parametara bojišta, itd.

Generalno govoreći, najveća efikasnost postiže se pri padnim uglovima projektila od  $90^\circ$ , i to u slučaju primjene blizinskih upaljača, te kada nema nikakvih prepreka u okolini padne tačke i ako je teren na kojem se dejstvuje ravan. Sukladno tome, ako projektil ima upaljač podešen na usporenje ili je podešen na super-brzo dejstvo, te pri malim padnim uglovima projektila, zona prostorne distribucije biće značajno manja.

Za procjenu funkcije gustine efikasnih fragmenata u prostoru koriste se eksperimentalni rezultati dobijeni u arena testovima i numeričkim metodama. Postoji više tipova arena testova za definisanje prostorne distribucije (američka, francuska, jugoslovenska), a postoje i modifikacije navedenih arena.

Realna prostorna distribucija fragmenata u prostoru oko HE projektila sa prirodnom fragmentacijom je stohastična i, generalno govoreći, postoje tri glavna snopa fragmenata: prednji, bočni i zadnji, u zavisnosti od položaja na tijelu projektila.

Bočni snop je najvažniji jer sadrži najveći broj fragmenata (i do 90%), prednji snop se većinom gubi udarima u tlo, dok zadnji snop obično sadrži uglavnom veće fragmente, nastale fragmentacijom dna projektila.

U zemljama NATO saveza važi kriterij onesposobljavajućeg nivoa kinetičke energije fragmenta prema kojem kinetička energija fragmenta mora biti minimalno 80J da bi se onesposobio vojnik na terenu<sup>[12,147,180]</sup>.

Postoji nekoliko metoda za procjenu efikasnosti HE projektila. Američki istraživači koriste metodu procjene koeficijenta efikasnosti<sup>[32,34]</sup>, prema kojoj, očekivani broj onesposobljenih vojnika dejstvom HE projektila zavisi od površinske gustine vojnika na terenu i vjerovatnoće onesposobljavanja vojnika djestvom fragmenata i udarnog talasa.

Površinska gustina vojnika na terenu može se definisati na različite načine. Zemlje istočnog bloka (i naša zemlja) koristile su vrijednost 1 vojnik/m<sup>2</sup> površine terena, dok su zapadne zemlje koristile značajno drugačiji pristup koji podrazumijeva manju gustinu vojnika (npr. 8 vojnika na terenu površine 10 x 50 m<sup>2</sup>)<sup>[125]</sup>. Vjerovatnoća onesposobljavanja vojnika djestvom fragmenata, prema američkoj metodi, zavisi od izložene površine vojnika na određenoj udaljenosti i gustine efikasnih fragmenata.

Generalno govoreći, koeficijent efikasnosti je statistički parametar koji pokazuje očekivani broj onesposobljenih ciljeva nakon dejstva jednog HE projektila pri definisanoj gustini ciljeva (broj vojnika/m<sup>2</sup> terena)<sup>[32]</sup>.

Katedra za Odbrambene tehnologije pri mašinskom fakultetu u Sarajevu razvija vlastitu metodologiju za procjenu tzv. smrtonosne zone HE projektila, pri tome kombinujući analitičke i numeričke metode sa eksperimentalnim podacima iz fragmentacionih testova i CAD tehnikama modeliranja.

Smrtonosna zona HE projektila je definisana kao dio bojišta koji ograničava površinu terena unutar koje je gustina efikasnih fragmenata (fragmenata energije dovoljne da probije drvene panele u areni) veća ili jednaka 1 frag/m<sup>2</sup>. Povećanjem smrtonosne zone projektila smanjuje se potreban broj HE projektila za neutralisanje ili uništenje nekog cilja, što je od velikog taktičko-operativnog i ekonomskog značaja.

Moderni trendovi povećavanja efikasnosti konvencionalnih visoko-eksplozivnih projektila sa prirodnom fragmentacijom uključuju slijedeće:

- smanjenje odnosa debljine tijela projektila i prečnika eksploziva  $t/d$ ,
- povećanje odnosa mase eksploziva i mase tijela projektila  $C/M$ ,
- poboljšavanje mehaničkih karakteristika materijala tijela projektila,
- optimizacija termičkog tretmana za materijal tijela HE projektila,
- upotreba eksploziva poboljšanih detonacionih karakteristika (veća gustina, a time detonaciona brzina i pritisak),
- upotreba odgovarajućih detonatora, te
- upotreba modernih multiopciskih upaljača.

Na problemima procjene smrtonosne zone HE projektila radi se već decenijama. Svaki novi rad, istraživanje i eksperiment predstavljaju još jedno zrnce informacija u kompleksnoj i opsežnoj bazi podataka koja se može koristiti prilikom formiranja fizikalnog modela za procjenu smrtonosne zone HE projektila.

## 1.2 Ciljevi i hipoteze rada

Cilj istraživanja je da se na osnovu eksperimentalnih istraživanja (fragmentacija nekoliko tipova projektila), na osnovu poznatih parametara bojeve glave, te spoljno-balističkih parametara, uz primjenu analitičkih modela, CAD modeliranja i numeričkih simulacija, definiše i verifikuje model za predviđanje terminalno-balističkih parametara visoko-eksplozivnih bojevih glava. Dobijeni model bi povezivao karakteristike masene distribucije i dizajna bojeve glave sa parametrima mehanike leta i prostorne distribucije fragmenata.

U disertaciji će se izvršiti predviđanja slijedećih terminalno-balističkih parametara visoko-eksplozivnih bojevih glava:

1. Masena distribucija fragmenata. Eksperimentalna ispitivanja u jami poslužit će kao osnova za predviđanje masene distribucije fragmenata. Izvršit će se optimizacija metode Mott, kako bi se uspostavila bolja korelacija između eksperimentalnih podataka i polu-empirijskih izraza. Na osnovu vlastitih eksperimentalnih podataka (više godina testiranja) za nekoliko tipova projektila, izvršit će se statistička obrada i analiza podataka, kako bi se utvrdila reproduktivnost procesa proizvodnje municije, te definisala masa i broj fragmenata.
2. Početna brzina fragmenata. Prema dostupnim radiografskim eksperimentalnim istraživanjima, poznato je da postoji značajna razlika u obliku i veličini fragmenata iz cilindričnog i oživalnog dijela projektila. Većina pukotina na cilindričnom dijelu projektila javlja se u aksijalnom smjeru, pri čemu većinom nastaju aksijalno usmjereni, izduženi fragmenti. Nasuprot tome, u oživalnom dijelu projektila, orientacija pukotina je nasumična, a udaljenosti između njih su manje nego na cilindričnom dijelu, što rezultira fragmentima manje mase. Metodom CAD modeliranja izvršit će se podjela projektila u tri glavne zone formiranja fragmenata. Pretpostavit će se da u prvoj zoni, zoni oživalnog dijela tijela projektila, nastaju fragmenti najmanjih masenih grupa. U drugoj, cilindričnoj zoni tijela projektila, prema pretpostavci, nastat će fragmenti nešto većih masenih grupa, a u trećoj zoni, tj. zadnjem, najdebljem dijelu tijela projektila, fragmenti najveće mase, obzirom da takvi fragmenti obično nastaju sa dna tijela gdje je najmanja koncentracija eksplozivnog punjenja. Za svaku zonu projektila izvršit će se i podjela tijela projektila na sitne kvazi-cilindrične segmente, određene ugaone širine, za koje će biti određena početna brzina fragmenata metodom Gurney-a.
3. Dinamika leta fragmenata. U disertaciji će se definisati model koji opisuje većinu fizikalnih fenomena prilikom leta fragmenta kroz atmosferu. Ovaj dio istraživanja relativno malo je istražen, a biće usmjerен prema analizi dinamike leta fragmenata nastalog detonacijom bojeve glave od trenutka detonacije bojeve glave do susreta fragmenta sa ciljem.
4. Prostorna distribucija efikasnih fragmenata. Nakon analize dinamike leta i predviđanja trajektorije fragmenata procjenit će se dejstvo efikasnih fragmenata u prostoru. Koristeći važeći NATO kriterij kinetičke energije, potrebne za onesposobljavanje mekih ciljeva, predvidjet će se zona onesposobljavanja ljudskih ciljeva. Na ovaj način može se odrediti gustina efikasnih fragmenata u prostoru, bez upotrebe eksperimentalnih podataka iz Arene. Rezultati će se komparirati i verifikovati testovima dobijenim fragmentacijom projektila u Areni.

Hipoteze disertacije su:

1. Razvojem modela moguće je napraviti predikciju aerodinamičke sile koja djeluje na fragment nepravilnog oblika, potrebne za proračun trajektorije fragmenata.
2. Razvojem modela moguće je procjeniti prostornu distribuciju efikasnih fragmenata, potrebnu za proračun radijusa zone efikasnosti HE projektila.

### **1.3 Očekivani rezultati i naučni doprinos**

Razvijeni model omogućavat će predviđanje terminalno-balističkih parametara visoko-eksplozivnih bojevih glava u fazi idejnog projektovanja municije, bez potrebe za korištenjem skupih eksperimentalnih testova u Areni, što u konačnici dizajnerima omogućava više informacija o performansama bojeve glave za manje potrošenog novca.

Model će omogućavati procjenu važnijih terminalno-balističkih parametara, kao što su:

- Masena distribucija fragmenata (predviđanje broja, oblika i mase fragmenata).
- Početne brzine fragmenata sa različitih segmenata projektila.
- Model mehanike leta fragmenata u atmosferi.
- Prostorna distribucija fragmenata.
- Radijus zone efikasnog dejstva HE projektila.

U disertaciji će se razviti i numerički model kojim će se moći vršiti numeričke simulacije opstrujavanja tijela nepravilnih oblika koji se kreću velikim brzinama (do hipersoničnih brzina).

---

## POGLAVLJE

# 2

## PREGLED DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA

### 2.1 PRIRODNA FRAGMENTACIJA HE PROJEKTILA

Municija se, generalno, može definisati kao sistem koji sadrži eksploziv, pogonsko punjenje, pirotehničku smješu, inicijalne kompozicije ili nuklearne, biološke ili hemijske materijale koji se koriste u vojnim operacijama, uključujući i sredstva za razaranje.

Bojeva glava (projektil) predstavlja koristan teret municije, a njen zadatak je da ostvari odgovarajući efekat na cilju, i to na definisanom odstojanju i u odgovarajuće vrijeme. Od pouzdanosti i efikasnosti bojeve glave direktno zavisi i pouzdanost i efikasnost municije.

Najbrojnija kategorija bojevih glava su visoko-eksplozivne bojeve glave ili one u kojima se nalazi jaki sekundarni eksploziv kao glavno punjenje. Namjena visoko-eksplozivnih bojevih glava je borba protiv lako otpornih ciljeva (ljudi, lako oklopljena vozila i letjelice, te laki fortifikacijski objekti).

Predmet istraživanja doktorske disertacije su visoko-eksplozive bojeve glave sa prirodnom fragmentacijom. One spadaju u skupinu fragmentacijskih bojevih glava koje koriste hemijsku energiju eksploziva za širenje tijela bojeve glave i njeno razaranje u veliki broj fragmenata<sup>[2]</sup>.

Tokom prirodne fragmentacije visoko-eksplozivnih bojevih glava (sl. 2.1) proizvodi se veliki broj fragmenata različite mase, oblika i brzine. Pored kinetičke energije fragmenata, u zoni neposredno oko mjesta eksplozije javlja se talas produkata detonacije bojeve glave.



Slika 2.1 Snimak fragmentacije metalnog cilindra ultra-brzom kamerom<sup>[175]</sup>

Smatra se da se samo oko 30% energije oslobođene detonacijom eksploziva pretvara u kinetičku energiju fragmenata. Rušeći efekat i ogromna impulsna opterećenja, nastali detonacijom bojeve glave, smatraju se sekundarnim efektom. Zato se naglasak prilikom dizajna bojeve glave stavlja na oblik fragmenata, materijal, masu i njihovu brzinu. Konstruktor bojeve glave treba dizajnirati tijelo od takvog materijala i oblika da se ono rasparča u fragmente specifične veličine, tako da se nanesu maksimalna oštećenja meti<sup>[1]</sup>.

Fragmenti HE projektila mogu nastati na jedan od tri načina:

- prirodnom fragmentacijom (veličina fragmenta kontrolisana samo prirodnim mehaničkim osobinama materijala komponenata bojeve glave, sl. 2.1),
- kontrolisanom fragmentacijom (tijelo bojeve glave dizajnirano tako da proizvede fragmente tačno određene veličine), ili
- preformiranjem fragmenata (fragmenti proizvedeni i ugrađeni u tijelo bojeve glave).

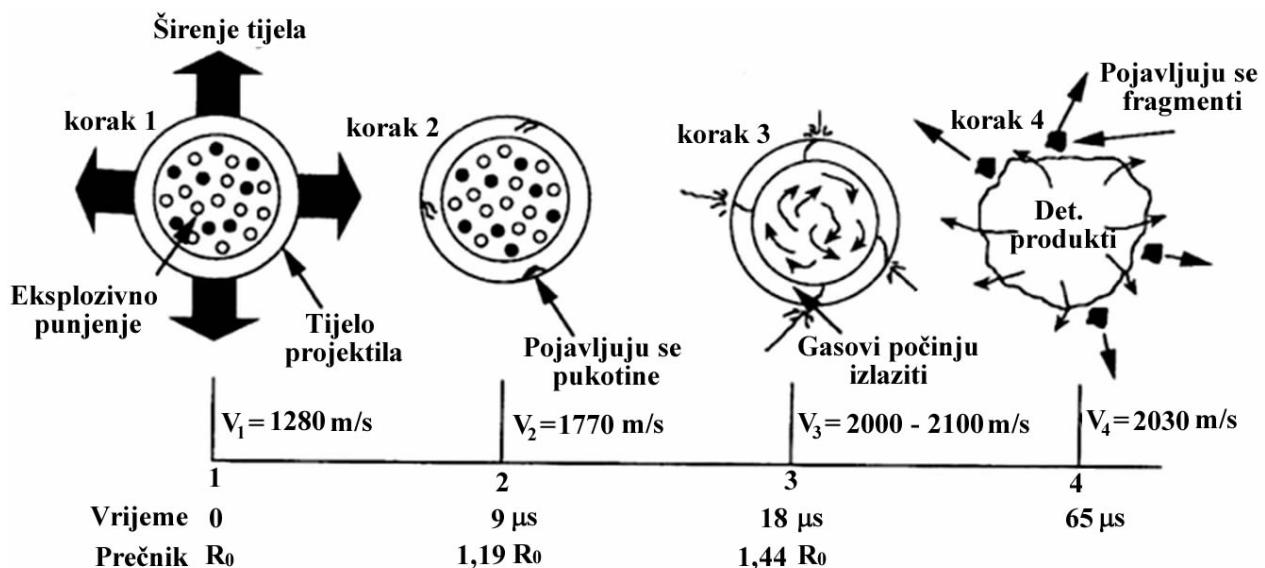
Imajući u vidu načine nastajanja fragmenata, bojeve glave sa fragmentacionim dejstvom dijele se na bojeve glave sa kontrolisanom i bojeve glave sa prirodnom fragmentacijom.

Prednosti visoko-eksplozivnih bojevih glava sa prirodnom fragmentacijom u odnosu na one sa kontrolisanom fragmentacijom su: jednostavna struktura; niži troškovi i visok strukturalni integritet, dok je najveći nedostatak nastajanje fragmenata različite geometrije i mase.

Nedostaci visoko-eksplozivnih bojevih glava sa kontrolisanom fragmentacijom su: veličina fragmenata zavisi od debljine tijela, dobivaju se manje brzine fragmenata, visoki troškovi izrade i nizak strukturalni otpor, dok je prednost formiranje fragmenata optimalne veličine (sličnog oblika i mase).

Mehanizam prirodne fragmentacije visoko-eksplozivne bojeve glave veoma je složen (sl. 2.2). Proces ekspanzije projektila započinje iniciranjem primarnog eksplozivnog punjenja, a nakon toga i detonacijom glavnog punjenja, pri čemu dolazi do ekstremnog povećanja pritiska unutar tijela projektila, u veoma kratkom vremenskom periodu.

U drugoj fazi procesa tijelo bojeve glave počinje se širiti u zoni zahvaćenoj detonacionim procesom, i za oko  $9 \mu\text{s}$  počinju se pojavljivati manje pukotine u strukturi tijela. Pritisak produkata detonacije unutar bojeve glave i dalje raste. Uslijed toga, tijelo bojeve glave nastavlja se širiti (povećanje radijusa oko 20%), pri čemu su radijalne deformacije tijela bojeve glave dominantne u odnosu na aksijalne.



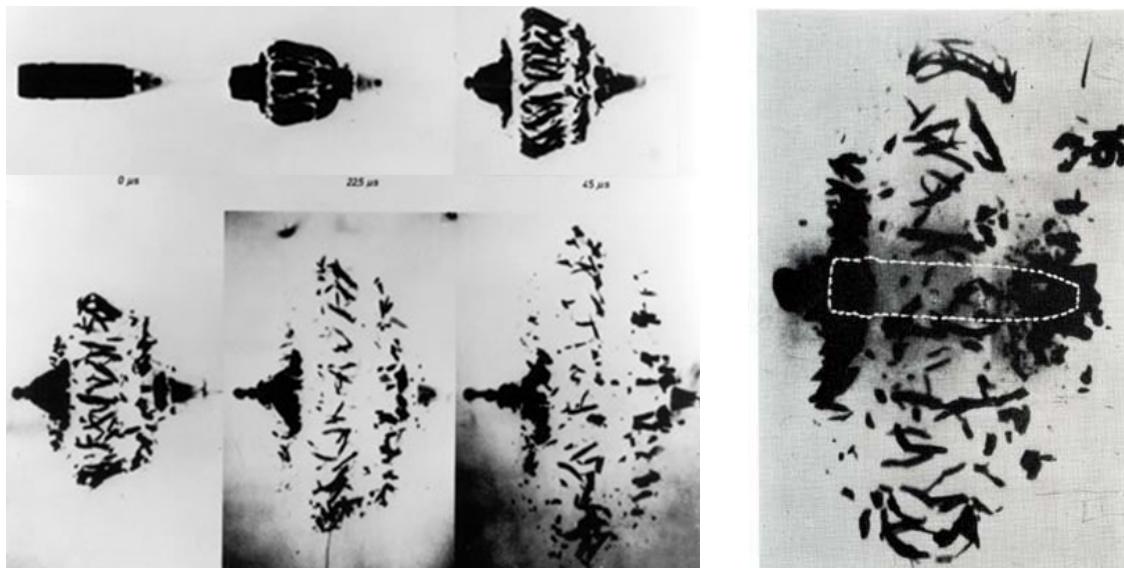
Slika 2.2 Prikaz mehanizma procesa prirodne fragmentacije [1]

Nakon približno  $18 \mu\text{s}$  gasoviti produkti detonacije počinju izlaziti kroz pukotine na tijelu bojeve glave. Materijal tijela bojeve glave izložen je velikom dinamičkom opterećenju, sa brzinom deformacije reda  $10^4 \text{ s}^{-1}$ , i maks. pritiscima reda do 40 GPa. Radijus tijela bojeve glave u ovom stadiju se povećao za oko 50%.

Poslije  $18 \mu\text{s}$  gasovi počinju da izlaze vani, pri čemu procesom detonacije nije zahvaćeno cijelokupno eksplozivno punjenje.

Tijelo bojeve glave nastavlja se širiti sve dok unutrašnji pritisak, nastao ekspanzijom gasovitih produkata eksploziva, ne premaši strukturalnu otpornost tijela bojeve glave. Poslije otprilike 60 - 70 $\mu$ s (sl. 2.2) slijedi dezintegracija cjelokupnog tijela bojeve glave i nastupa proces prirodne fragmentacije [1, 127].

Na slici 2.3 prikazani su rentgenski snimci procesa fragmentacije visoko-eksplozivnih projektila. Na desnoj strani slike 2.3 isprekidanom bijelom linijom prikazana je početna geometrija HE projektila 20mm [174]. Na slici je jasno prikazan efekat širenja tijela projektila prije potpune dezintegracije tijela i stvaranja velikog broja fragmenata neregularnih oblika.



Sl. 2.3 Rentgenski snimci fragmentacije HE projektila [174]

Širenje tijela bojeve glave prije fragmentacije važno je iz nekoliko razloga. Prije svega, količina energije koju detonacioni produkti prenose na tijelo projektila zavisi od toga koliko dugo tijelo projektila može izdržati širenje prije fragmentacije. Kada tijelo počinje da se rasparčava, detonacioni gasovi izlaze kroz pukotine u tijelu, čime se smanjuje dostupna energija eksploziva.

Taylor u svojoj studiji iz 1944. godine navodi kako je potrebno da se radius projektila proširi za barem 90% kako bi se tek 50% energije eksplozivnog punjenja prenijelo na tijelo projektila.

Transfer energije je bitan jer određuje početnu brzinu fragmenata, što znači da maksimalna početna brzina fragmenata zavisi od toga koliko se tijelo projektila proširilo prije same fragmentacije [136].

## 2.2 MASENA DISTRIBUCIJA FRAGMENATA

Masena distribucija fragmenata podrazumijeva funkcionalnu zavisnost između mase i broja fragmenata, nastalih detonacijom HE projektila.

Nakon detonacije HE projektila nastupa fragmentacija njenog tijela u veliki broj fragmenata (parčadi), nepravilnog i statistički nehomogenog oblika, pri čemu mase fragmenata variraju.

Na masenu distribuciju fragmenata utiču prije svega geometrija bojeve glave, karakteristike eksplozivnog punjenja, odnos mase eksploziva prema masi tijela projektila, materijal tijela bojeve glave, njegove mehaničke karakteristike i vrsta termičke obrade datog materijala. Broj, masa i oblik fragmenata određuju se testom fragmentacije u jami.

Procjena funkcionalne zavisnosti između mase i broja fragmenata najčešće se vrši primjenom metodologija koje su razvili Mott i Held. Metodom Mott-a može se procjeniti broj fragmenata u

zavisnosti od mase fragmenata, dok se metoda Held-a primjenjuje pri procjeni mase fragmenata u zavisnosti od broja fragmenata.

N. F. Mott (fizičar, nobelovac) definisao je sredinom XX vijeka metodu koja se koristi već duži niz godina u svijetu za predviđanje masene distribucije fragmenata nastalih rasprskavanjem HE projektila. Formula Mott-a koja opisuje zavisnost kumulativnog broja fragmenata  $N(m)$  od mase fragmenta  $m$  može se predstaviti u obliku [1]:

$$N(m) = \left[ \frac{M}{(2\mu)} \right] e^{-\left(\frac{m}{\mu}\right)^{1/2}}, \quad (2.1)$$

gdje je  $m$  - masa fragmenta  $i$ -te grupe, a karakteristični parametar  $\mu$  se dobija izrazom:

$$\mu = B_M^2 t^{5/3} d^{2/3} \left(1 + \frac{t}{d}\right)^2 \quad (2.2)$$

U izrazima (2.1) i (2.2) su:

$N(m)$  - kumulativni broj fragmenata (broj fragmenata sa masom većom od mase  $m$ ),

$M$  - masa tijela projektila,

$B_M$  - konstanta eksploziva (Mott konstanta),

$t$  - ekvivalentna debljina tijela projektila,

$d$  - ekvivalentni prečnik eksplozivnog punjenja.

Bilo je pokušaja modifikacije Mott formule (Grady, Porzel, Stromse-Ingebritsen, Sternberg) kao i definisanja različitih metoda za procjenu parametra  $\mu$  (Gurney - Sarmousakis, Lindeman, Weiss, Gold, Baker, Magis), međutim originalna Mott metoda (izrazi 2.1 i 2.2) najviše se zadržala i široko se primjenjuje u istraživanjima masene distribucije i procjeni broja fragmenata HE projektila. U NATO priručniku AASTP-1<sup>[116]</sup> date su vrijednosti konstante  $B_M$  iz izraza 2.2 za različite vrste eksplozivnih punjenja (tabela 2.1).

Tabela 2.1 Vrijednost konstante  $B_M$  za različite eksplozive<sup>[116,147]</sup>

Eksploziv	$B_M$ ( $\text{g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ )
TNT	120,64
Kompozicija B (RDX/TNT/Vosak)	85,76
Amatol	135,31
Baratol	197,96
Kompozicija A3 (RDX/Vosak)	85,01
Ciklotol 75/25 (RDX/TNT)	76,21
Ciklotol 60/40 (RDX/TNT)	104,39
H-6 (RDX/TNT/AL/Vosak)	106,73
HBX-1 (RDX/TNT/AL/Vosak)	98,88
HBX-3 (RDX/TNT/AL/Vosak)	124,88
Pentolit 50/50 (TNT/PETN)	95,88
PETN	95,91
PTX-1 (RDX TETRILTNT)	85,76
PTX-2 (RDX/PETN/TNT)	87,85
RDX	82,03
Tetril	105,27
Torpex-2 (RDX TNT/AL)	120,51

Ovdje treba napomenuti da se Mott-ova metoda trenutno u SAD-u (DDESB - Department of Defense Explosives Safety Board) koristi i za procjenu glavnih karakteristika primarnih fragmenata [147]. Tako se u NATO tehničkom priručniku [147] navodi da se na osnovu Mott metode može za bilo koji projektil (izdjeljen na kvazi-cilindrične segmente) procjeniti masena distribucija fragmenata (broj fragmenata, srednja masa i masa najvećeg fragmenta), a kada su poznati parametri masene distribucije, koristi se slijedeći izraz za proračun kinetičke energije fragmenata na određenoj udaljenosti  $x$  [147]:

$$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 e^{-\left(\frac{2x}{L_1 m^{1/3}}\right)} \quad (2.3a)$$

gdje su:  $m$  - masa fragmenata,  $v_0$  - početna brzina fragmenata i  $L_1 = 2k^{2/3}/C_D\rho$ . Vrijednost faktora oblika fragmenta  $k$  se uzima od  $2609 \text{ kg/m}^3$  [147]. Koeficijent sile otpora za fragment se ovdje uzima kao konstantan i ima vrijednost od 0,8 [147]. Gustina vazduha  $\rho$  je  $1,22 \text{ kg/m}^3$  (na nivou mora).

Na osnovu izraza (2.3a), za određenu udaljenost od centra eksplozije, određuju se fragmenti najmanje mase koji imaju energiju od minimalno 80J (onesposobljavajuća energija za ljudske ciljeve). Za proračunate minimalne mase fragmenata energije 80J (na određenim udaljenostima) se, pretpostavljajući Mott-ovu distribuciju, određuje gustina (efikasnih) fragmenata  $q$  mase veće od  $m$ , na površini okomitoj na pravac vektora početne brzine fragmenta, prema izrazu:

$$q = \frac{N_0}{R^2} e^{-\sqrt{\frac{2m}{m_{sr}}}} \quad (2.3b)$$

gdje je  $N_0$  - ukupni broj fragmenata (za određeni segment projektila) određen metodom Mott, a koji se proračunski dobije tako što se uzme da je masa fragmenta  $m$  u izrazu (2.1) jednaka nuli. Srednja masa fragmenata  $m_{sr}$  jednaka je  $2\mu$ , prema (2.1). Crull i Swisdak [147] su, dodatno, u proračunima gustinu ef. fragmenata (izraz 2.3b) dijelili sa 4, pravdajući to pretpostavkom da maksimalno  $\frac{1}{4}$  fragmenata učestvuje u udarima u određenu metu (1/2 udara u tlo, a druga četvrtina fragmenata ide na suprotnu stranu od mete).

U priručnicima [147,180] se dalje, na osnovu izraza (2.3b) za sve segmente projektila, određuje vjerovatnoća pogađanja  $p$  mete (površine  $A_t$ ) efikasnim fragmentima, koristeći izraz:

$$p = (1 - e^{-qA_t}) \quad (2.3c)$$

Vjerovatnoća pogađanja  $p$  od 1% odgovara gustini fragmenata od 1 efikasnog fragmenta (energije 80J) na površini od  $55,7 \text{ m}^2$  ( $600 \text{ ft}^2$ ), tzv. Hazardous Debris Density. Vjerovatnoća pogađanja od 1% se dobije kada se u izraz (2.3c) unesu gustina efikasnih fragmenata od  $0,017953 \text{ frag/m}^2$  i izložena površina ljudske mete od  $0,56-0,58 \text{ m}^2$  (prepostavka stojecog čovjeka okrenutog prema centru eksplozije).

Za sve segmente projektila vjerovatnoće pogađanja se sabiraju dok se iterativnim postupkom ne dobije vrijednost od 0,01 (1%) za određenu udaljenost od centra detonacije. Ta udaljenost je maksimalna udaljenost pri kojoj nema više od jednog fragmenta na površini od  $55,7 \text{ m}^2$ .

Osim metoda Mott-a, u literaturi se često navodi i metoda koju je razvio Manfred Held, u kojoj kumulativna masa fragmenata  $M(n)$  zavisi od kumulativnog broja fragmenata  $n$  [2]:

$$M(n) = M_0 \left( 1 - e^{-B_H n^{\lambda_H}} \right) \quad (2.4)$$

gdje su:  $M(n)$  - kumulativna masa fragmenata,  $M_0$  - ukupna masa svih pronađenih fragmenata,  $n$  - kumulativni broj fragmenata,  $B_H$ ,  $\lambda_H$  - empirijski određene konstante.

Diferenciranjem izraza (2.4) po parametru  $n$ , dobija se zavisnost mase fragmenata od njihovog kumulativnog broja [2]:

$$m(n) = M_0 B_H \lambda_H n^{\lambda_H - 1} e^{-B_H n^{\lambda_H}} \quad (2.5)$$

Konstante  $B_H$  i  $\lambda_H$  iz izraza 2.5 se određuju regresionom analizom eksperimentalnih podataka za dati tip municije. Pri tome se koriste podaci iz testa fragmentacije u jami.

Ukoliko slaganje eksperimentalnih podataka sa modelom nije adekvatno, postupkom optimizacije, prije svega uklanjanjem najvećih fragmenata (a potom i određivanja novih, optimalnih vrijednosti  $B_{Hopt}$  i  $\lambda_{Hopt}$ ), moguće je dobiti bolje slaganje [2].

Istraživači sa Katedre za odbrambene tehnologije na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Sarajevu u sklopu svojih istraživanja [234] procjenili su, na osnovu eksperimentalnih rezultata, vrijednosti Held-ovih konstanti  $B_H$  i  $\lambda_H$  za nekoliko tipova HE projektila.

U tabeli 2.2 prikazane su dobijene vrijednosti Held-ovih konstanti  $B_H$  i  $\lambda_H$  za nekoliko tipova HE projektila, kao i gubitak mase fragmenata nakon fragmentacije. Tokom određivanja konstanti  $B_H$  i  $\lambda_H$  zanemareni su veći fragmenti (mase preko 100g), čime je postignuta bolja korelacija.

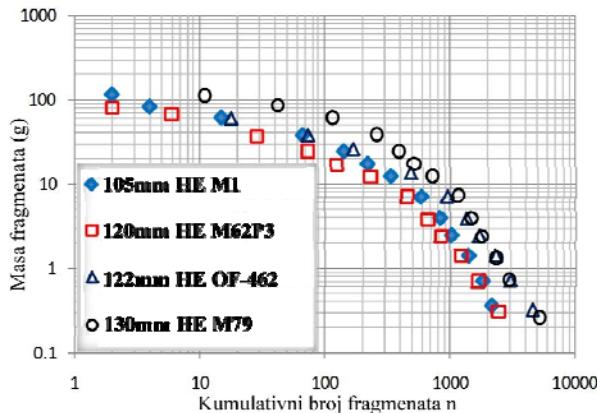
Tabela 2.2 Vrijednosti Held konstanti  $B_H$  i  $\lambda_H$  za nekoliko tipova HE projektila [234]

Projektil	$B_H$	$\lambda_H$	Gubitak mase fragmenata
105mm, HE, M1, TNT	0,0110	0,7835	4,0 %
120mm, HE, M62P3, TNT	0,0121	0,7641	2,2 %
122mm, OF-462, TNT	0,0065	0,7866	2,5 %
130mm, HE, M79, TNT	0,0070	0,8033	4,2 %

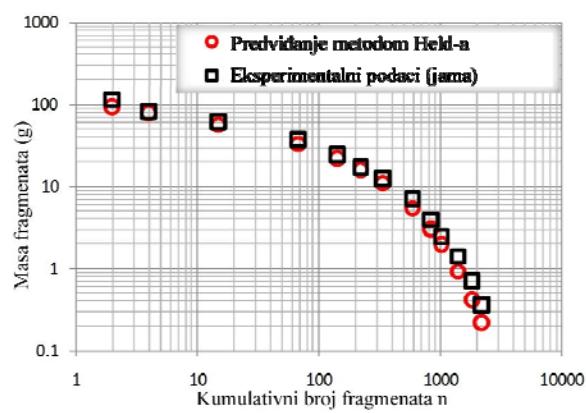
Tabela 2.2 pokazuje da je razlika u vrijednosti konstante  $B_H$  za četiri testirana projektila oko 40%, dok se konstanta  $\lambda_H$  razlikuje za oko 5%. To navodi na zaključak da je konstanta  $B_H$  osjetljivija od konstante  $\lambda_H$ . [234]

Na slici 2.4 prikazana je zavisnost mase fragmenata od kumulativnog broja fragmenata za četiri tipa HE projektila sa TNT eksplozivnim punjenjem dok dijagram na sl. 2.5 pokazuje slaganje podataka dobijenih Held-ovom metodom i eksperimentalnih rezultata za projektil 105mm M1 (TNT). Nešto slabije slaganje uočljivo je za manje masene grupe budući da tehnika sakupljanja fragmenata ima veliku ulogu u cjelokupnoj slici masene distribucije fragmenata.

Sakupljanje fragmenata vrlo male mase predstavlja problem u eksperimentima, i tamo gdje se ne pribjegava prikupljanju fragmenata magnetima gubici fragmenata male mase su veći. [234]

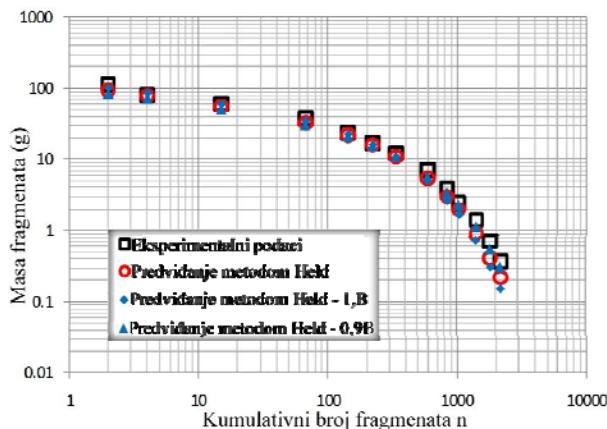


Sl. 2.4 Masa fragmenata u funkciji kumulativnog broja fragmenata (TNT punjenje) [234]

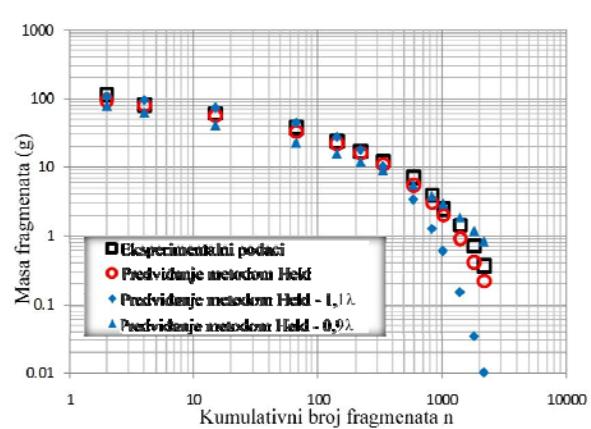


Sl. 2.5 Poređenje podataka dobijenih Held metodom i eksperimentalnih rezultata za projektil 105mm, HE, M1 (TNT) [234]

Zecevic et al. [234] su istraživali i uticaj promjene konstanti  $B_H$  i  $\lambda_H$  za  $\pm 10\%$  na masenu distribuciju fragmenata, što je prikazano na slikama 2.6 i 2.7.



Sl. 2.6. Uticaj promjene konstante  $B_H$  za  $\pm 10\%$  ( $\lambda_H = \text{konst}$ ) za 105 mm, HE, MI [234]



Sl. 2.7 Uticaj promjene konstante  $\lambda_H$  za  $\pm 10\%$  ( $B_H = \text{konst}$ ) za 105mm, HE, MI [234]

Analiza pokazuje da kada se fragmenti mase preko 100g uključe u razmatranje (obično do 10 fragmenata), vrijednosti parametra  $B_H$  se značajno smanjuju, a vrijednosti parametra  $\lambda_H$  se povećaju. S druge strane, veći broj sakupljenih fragmenata ispod 0,5g rezultira u povećanju koeficijenta  $B_H$  i smanjenju koeficijenta  $\lambda_H$  [234].

Metoda Helda je korisna za preliminarnu analizu, ali upotrebom dijagrama na slikama 2.4 i 2.5 generalno je teško izvući zaključke o uticaju pojedinih parametara na proces fragmentacije [234].

### 2.3 POČETNA BRZINA FRAGMENATA

Jedan od najvažnijih terminalno-balističkih parametara HE projektila je početna brzina fragmenata. Teoretska i eksperimentalna istraživanja pokazala su da početna brzina fragmenata nastalih fragmentacijom HE bojevih glava zavisi prvenstveno od odnosa mase eksplozivnog punjenja i mase metala tijela bojeve glave, kao i od mehaničkih karakteristika materijala tijela bojeve glave, te vrste eksplozivnog punjenja i njegovih detonacionih parametara.

R. Gurney je 1943. godine razvio analitičke izraze [17] koji se i danas koriste za predviđanje početne brzine fragmenata  $v_0$  za različite konfiguracije tijela projektila. Jednačine Gurney-a opisuju početnu brzinu fragmenata kao funkciju odnosa mase eksplozivnog punjenja i mase metala košuljice, te empirijski određene, tzv. Gurney konstante.

Gurney je prepostavio da je nakon detonacije brzina fragmenata jednaka radijalnoj brzini gasovitih produkata u kontaktu sa metalnim tijelom, te da je u svakoj tački radijalna brzina gasova proporcionalna udaljenosti od ose simetrije tijela projektila. Gurney je prepostavio i da je ukupna hemijska energija eksploziva prije detonacije jednaka kinetičkoj energiji metalnog tijela i gasovitih produkata eksploziva nakon detonacije [17].

Generalizovana Gurney formula za početnu brzinu fragmenata može se napisati u obliku [17, 18]:

$$v_0 = \sqrt{2E} \left( \frac{M}{C} + \frac{n_g}{n_g + 2} \right)^{-1} \quad (2.6)$$

gdje je  $\sqrt{2E}$  - tzv. Gurney konstanta,  $M$  - masa tijela projektila,  $C$  - masa eksplozivnog punjenja, a  $n_g$  - konstanta koja poprima vrijednosti 1, 2 ili 3, zavisno od toga da li se radi o ravnoj, cilindričnoj ili sfernoj kombinaciji eksploziva i metalnog tijela.

Za procjenu početne brzine fragmenata kod HE projektila (cilindrična konfiguracija eksploziva i tijela projektila) koristi se izraz<sup>[17, 18]</sup>:

$$v_0 = \sqrt{2E} \left( \frac{M}{C} + \frac{1}{2} \right)^{-1/2} \quad (2.7)$$

Vrijednost Gurney konstante  $\sqrt{2E}$  određuje se eksperimentalno, za svaki eksploziv posebno<sup>[120]</sup>.

U tabeli 2.3 dat je prikaz eksperimentalnih vrijednosti gustine, detonacijske brzine i Gurney-eve konstante za različite vrste eksplozivnih punjenja. U NATO priručniku AASTP-1<sup>[116]</sup> mogu se naći slični podaci.

*Tabela 2.3 Eksperimentalne vrijednosti gustine, detonacijske brzine i karakteristične Gurney-eve brzine za različite vrste eksploziva<sup>[120]</sup>*

Eksploziv	Gustina (kg/m <sup>3</sup> )	Det. brzina (m/s)	Gurney konstanta (m/s)	D / $\sqrt{2E}$
Kompozicija A-3	1590	8140	2630	3,09
Kompozicija B	1710	7890	2700	2,92
Kompozicija C-3	1600	7630	2680	2,85
Ciklotol (75/25)	1754	8250	2790	2,96
H-6	1760	7900	2580	3,06
Oktogen	1835	8830	2800	3,15
LX-14	1890	9110	2970	3,07
Oktol (75/25)	1810	8480	2800	3,03
PBX 9494	1840	8800	2900	3,03
PBX 9502	1885	7670	2377	3,23
PETN	1760	8260	2930	2,82
RDX	1770	8700	2830	2,97
Tetril	1620	7570	2500	3,03
TNT	1630	6860	2370	2,89
Tritonal (80/20)	1720	6700	2320	2,89

Osim eksperimentalno, konstanta Gurney-a  $\sqrt{2E}$  može se procjeniti i analitički, i to korištenjem izraza<sup>[120]</sup>:

$$\sqrt{2E} = D / 2,97 \quad (2.8)$$

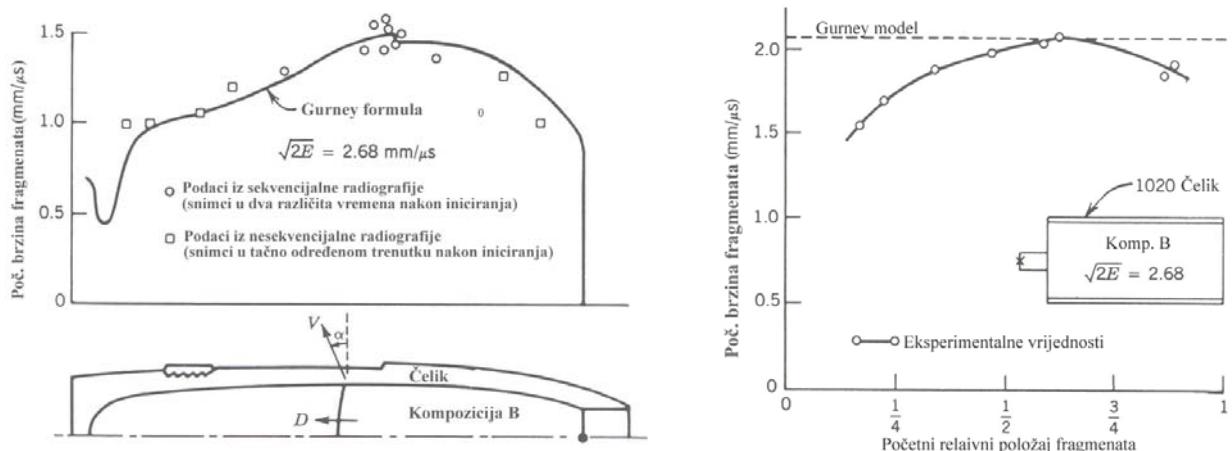
gdje je  $D$  - detonacijska brzina eksploziva. Vrijednost 2,97 iz izraza 2.8 dobijena je usrednjavanjem vrijednosti  $\sqrt{2E}$  za poznate eksplozive<sup>[120]</sup> (tabela 2.3).

U realnim uslovima, stvarna početna brzina fragmenta predstavlja rezultantu početne brzine fragmenata (određene Gurney-evim modelom), translatorne brzine projektila u trenutku udara u metu i rotacione brzine projektila (ako je žiroskoposki/dinamički stabilisan).

Karpp i Predebon (1974) su pokazali da predviđanja početnih brzina fragmenata (Gurney metoda) mogu biti adekvatna samo za opsege odnosa  $C/M$  od 0,1 do 2. Kod osnosimetričnog sistema sa promjenljivim prečnikom, parametar  $C/M$  se proračunava u zavisnosti od aksijalnog položaja. To znači da će i početna brzina fragmenata varirati u zavisnosti od položaja na tijelu projektila<sup>[18]</sup>.

Početne brzine fragmenata, izračunate formulom Gurney-a, prilično dobro se slažu sa eksperimentalnim podacima za dati projektil (sl. 2.8 lijevo). Slika 2.8 desno pokazuje komparaciju početnih brzina fragmenata, izračunatih metodom Gurney, sa eksperimentalnim podacima za čelični cilindar sa odnosom  $L/D = 2$  (odnos dužine i prečnika), napunjenoj kompozicijom B i

iniciranog sa lijeve strane. Slika 2.8 dobro ilustruje kako efekti u krajnjim dijelovima cilindra mogu uticati na predviđanje početnih brzina fragmenata<sup>[18]</sup>.



Sl. 2.8 Poređenje metode Gurney-a sa eksperimentalnim podacima<sup>[18]</sup>

Standardni test sa cilindrom, razvijen u Lawrence Livermore National laboratoriji (LLNL), koristi se u istraživanjima fenomenologije širenja metalnih cilindara uslijed dejstva eksplozivnih punjenja. Obično se koriste tri tipa eksploziva (TNT, kompozicija B i Oktol), kao i tri tipa materijala za cilindar (Bakar i dvije vrste čelika sa različitim postotkom ugljika i legirajućih elemenata).

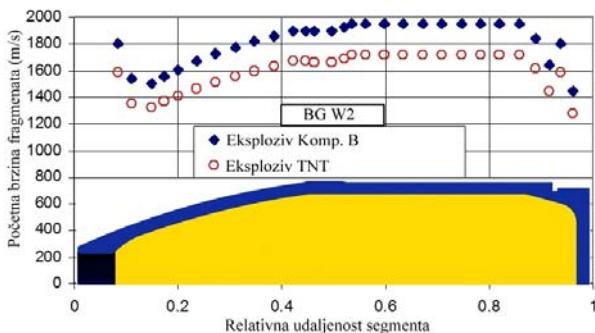
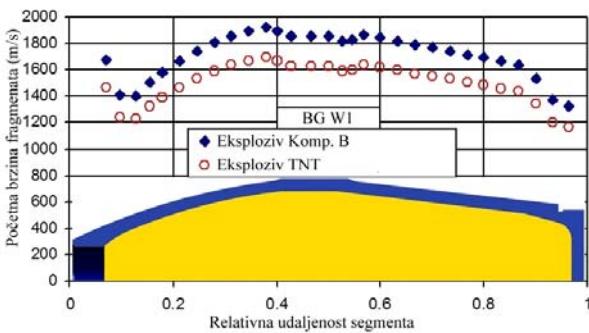
Karpp i Predebon<sup>[18]</sup> su uočili da se kod većine ovih eksperimenata maksimalna početna brzina fragmenata ostvarila pri ekspanzijskom odnosu tijela  $R/R_0 = 2$  (prečnik tijela u procesu proširen dva puta u odnosu na početni). Čak i pri odnosu  $R/R_0 = 1,75$  - oko 92% maksimalne početne brzine fragmenata već je bilo ostvareno. I pored toga, činilo se potrebnim da se razmotre efekti isticanja gasa kroz krajnje dijelove cilindara, i dobijeni modeli uključe u nestacionarne numeričke simulacije, kako bi se dobile tačnije vrijednosti početnih brzina.

U tom smislu, Karp i Predebon su koristili program HEMP<sup>®</sup>, baziran na metodi konačnih elemenata, kako bi modelirali proces prirodne fragmentacije. Korištena je standardna JWL jednačina stanja za eksplozive, cilindar je modeliran kao elasto-plastičan materijal, a uzeti su u obzir i efekti isticanja gasa. Izvršeno je poređenje sa eksperimentalnim podacima, i to za cilindre sa različitim vrstama čelika i sa geometrijskim odnosima  $L/D = 2$ . Eksplozivna punjenja su bila TNT, kompozicija B i Oktol. Slaganje između eksperimenata i proračuna u programu bilo je odlično<sup>[18]</sup>.

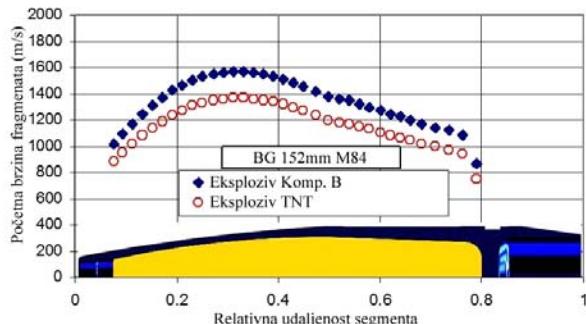
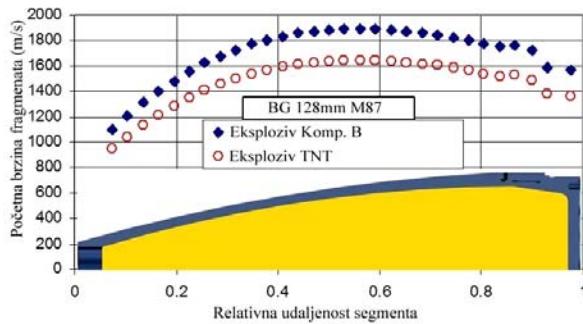
Istraživači sa Katedre za odbrambene tehnologije pri Mašinskom fakultetu (Sarajevo) su analizirali<sup>[233]</sup> uticaja tipa eksploziva i dizajna projektila na vrijednosti početnih brzina fragmenata za različite tipove HE projektila. Korištena je metodologija podjeli 3D modela projektila na segmente, pri čemu je za svaki kvazi-cilindrični segment projektila određena početna brzina fragmenata metodom Gurney-a.

Na slikama 2.9 i 2.10 je prikazan uticaj vrste eksploziva (TNT i komp. B) na vrijednosti početne brzine fragmenata za nekoliko tipova HE projektila (artiljerijski projektil 152mm M84, bojeva glava raketnog projektila 128mm M87 i minobacački projektili 120mm W1 i W2). Apscisa na dijagramima sa sl. 2.10 predstavlja relativnu udaljenost pojedinih segmenta projektila od vrha projektila.

Dijagrami na slikama 2.9 i 2.10 pokazuju da se upotrebo eksploziva sa boljim detonacionim karakteristikama (veća gustina, veća detonaciona brzina i veći detonacioni pritisak kompozicije B u odnosu na TNT punjenje) može značajno povećati početna brzina fragmenata.



Sl. 2.9 Promjena početne brzine fragmenata u zavisnosti od tipa eksploziva (TNT i Kompozicija B) za minobacačke HE projektile 120mm (bojeve glave W1 i W2)



Sl. 2.10 Promjena početne brzine fragmenata u zavisnosti od tipa eksploziva (TNT i Kompozicija B) za BG rak. projektila 128mm HE M87 i artiljerijski projektil 152mm HE M84 [233]

Na slici 2.11 je prikazan uticaj dizajna visoko-eksplozivnih projektila sa prirodnom fragmentacijom na vrijednosti početne brzine fragmenata za nekoliko tipova HE projektila (artiljerijski projektili 105mm, 122mm, 152mm i 155mm, bojeve glave raketnih projektila 128mm i minobacački projektili 120mm).

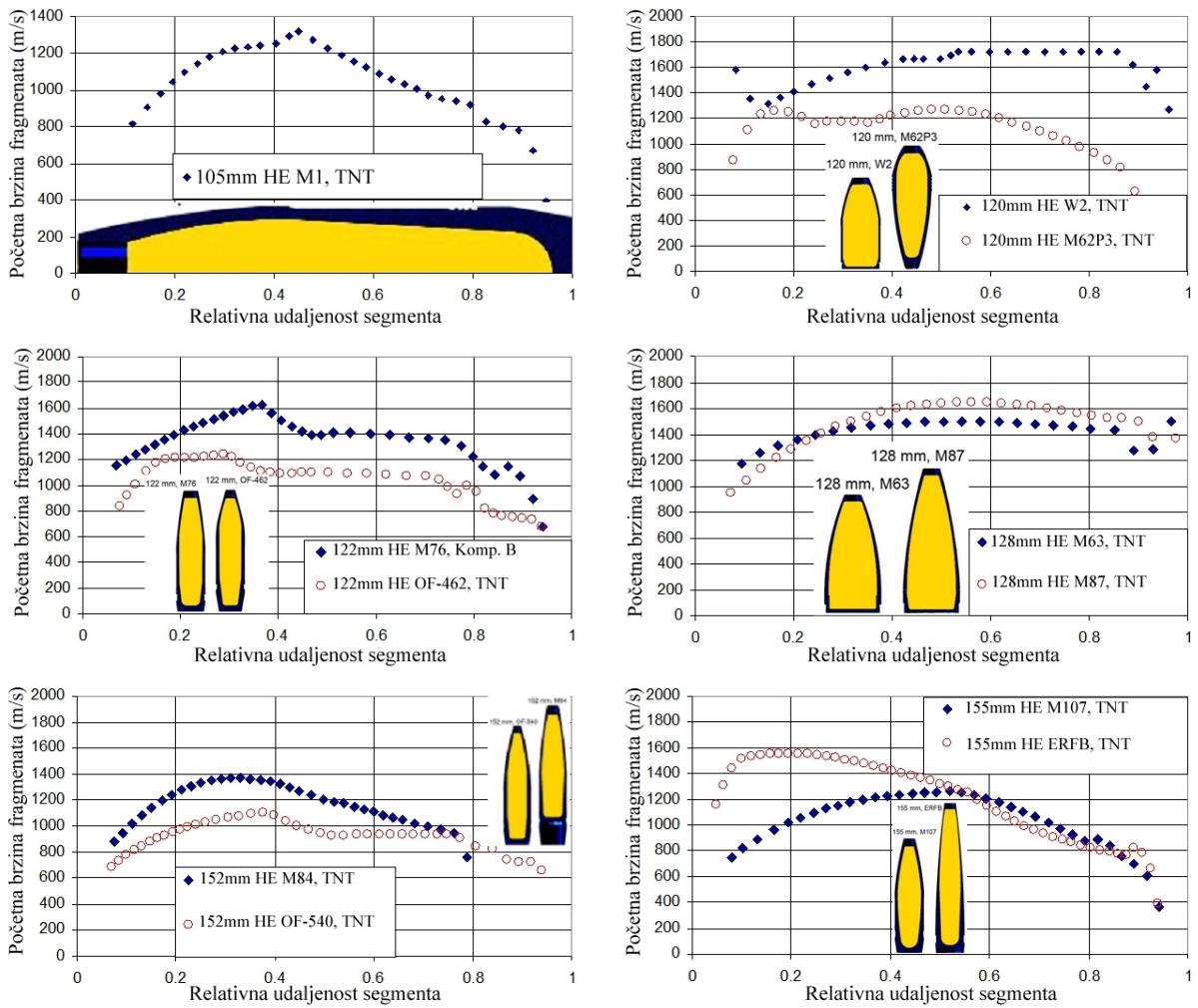
Dijagrami na sl. 2.11 pokazuju da se promjenom dizajna projektila (npr. povećanje odnosa mase eksploziva prema masi tijela projektila  $C/M$ ) može značajno povećati početnu brzinu fragmenata na pojedinim segmentima projektila [233].

Maksimalne početne brzine fragmenata postižu se na centralnim dijelovima projektila gdje su ujedno i najveći maseni odnosi  $C/M$ .

Na sl. 2.11 prikazan je istovremeno uticaj vrste eksploziva i dizajna projektila na početnu brzinu fragmenata kod artiljerijskog projektila kalibra 122mm. Tako projektil 122mm M76, koji ima veći odnos  $C/M$  i eksploziv (komp. B) sa boljim detonacionim karakteristikama nego kod projektila 122mm OF-462 (TNT), ima veću početnu brzinu fragmenata na svim segmentima projektila.

Veća početna brzina korespondira sa većim kinetičkim energijama fragmenata što u konačnici dovodi do veće smrtonosne zone projektila [233].

Dijagrami predstavljeni na slici 2.10 i 2.11 pokazuju koliki uticaj na početnu brzinu fragmenata imaju dizajn projektila i vrsta eksploziva, tj. njegove detonacione karakteristike (gustina, detonaciona brzina). U svakom slučaju, optimizacija trase projektila (povoljniji maseni odnos  $C/M$  kao i geometrijski odnos  $t/d$ ), te primjena eksploziva boljih detonacionih karakteristika dovodi i do povećanja početne brzine fragmenata.



Sl. 2.11 Uticaj dizajna projektila na vrijednosti početne brzine fragmenata za nekoliko tipova HE projektila [233]

## 2.4 PROSTORNA DISTRIBUCIJA I EFIKASNOST HE PROJEKTILA

Procjena prostorne distribucije i efikasnosti fragmenata protiv mekih ciljeva (vojnici na bojištu) podrazumijeva procjenu ukupnog broja fragmenata nastalih fragmentacijom HE projektila, gustine fragmenata u funkciji polarnog ugla i rastojanja od centra detonacije, te procjenu smrtonosnog efekta HE projektila koja se može definisati različitim metodama.

### 2.4.1 Ukupni broj fragmenata u prostoru

Poslije izvršenog testa fragmentacije HE projektila u (polukružnoj) areni, određuje se broj fragmenata (proboji i zadori) koji su udarili u određeni segment (panel) arene, i to za definisane polarne zone arene (sl. 2.12).

U našoj zemlji korištene su četvrtkružna i polukružna arena, dok se na zapadu koriste većinom polukružne arene i pravougle arene<sup>[12]</sup>.

Ukupni broj fragmenata u prostoru može se odrediti na osnovu izraza:

$$N_{uk} = \sum_{j=1}^n N_j \quad (2.9)$$

$$N_j = n_j \frac{S_{\Omega j}}{S_m} \quad (2.10)$$

U gornjim izrazima su:

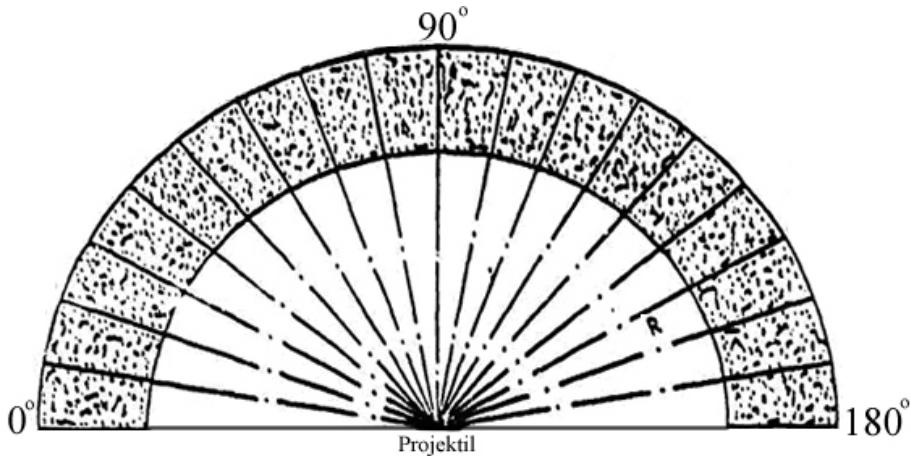
$N_{uk}$  - ukupni broj fragmenata u prostoru oko bojeve glave,

$N_j$  - ukupni broj fragmenata u  $j$ -toj polarnoj zoni arene,

$n_j$  - broj registrovanih fragmenata (prodori i zadori) u  $j$ -toj polarnoj zoni arene,

$S_{\Omega j}$  - površina dijela sfere koju odsjeca prostorni ugao u  $j$ -toj polarnoj zoni arene,

$S_m$  - površina panela arene (konstantna za određeni sektor arene).



Sl. 2.12 Prikaz polarnih zona polukružne arene [12]

Odnos  $S_{\Omega j}/S_m$  (u zapadnoj literaturi naziva se faktor multiplikacije) predstavlja odnos površine dijela sfere koju odsjeca prostorni ugao u  $j$ -toj polarnoj zoni arene sa površinom panela arene [12]. Veličina  $S_{\Omega j}$  određuje se matematičkom procedurom koja uzima u obzir geometrijske karakteristike sfere radijusa  $R_k$ , opisane oko projektila.

Steradijan je prostorni ugao koji na sferi radijusa  $R_k$  formira odsječak površine omotača  $R_k^2$ . Površina tog odsječka visine  $h_o$ , na sferi radijusa  $R_k$ , može se izraziti preko formule:

$$S_o = 2\pi R_k h_o \quad (2.11)$$

Visina odsječka  $h_o$  iz izraza (2.11) dobija se preko izraza:

$$h_o = R_k - R_k \cos \theta \quad (2.12)$$

Steradijan, prostorni ugao konusa  $\Omega$ , koji potiče iz centra sfere radijusa  $R_k$  može se odrediti formulom:

$$\Omega = \frac{S_o}{R_k^2} \quad (2.13)$$

Zamjenom izraza (2.11) u izrazu (2.12) i ubacivanjem u izraz (2.13) dobija se:

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \theta) \quad (2.14)$$

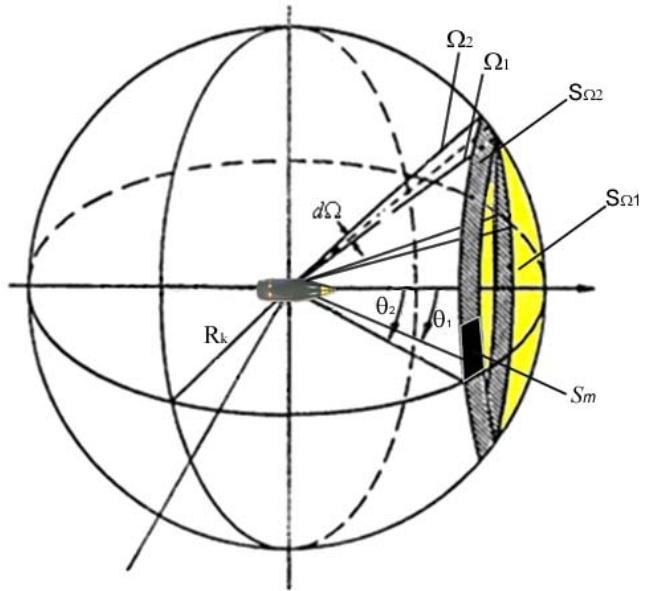
gdje je ugao  $\theta$  - polarni ugao arene (ugao u ravni tla).

Izraz (2.14) predstavlja formulu za određivanje prostornog ugla za prvu polarnu zonu arene. To je ugao konusa (slika 2.14) koji je ograničen sferom poluprečnika  $R_k$  ( $R_k$  je ujedno i poluprečnik sektora Arene) i prvom polarnom zonom arene ( $\theta_1$ ).

Sada je izraz za površinu odsječka sfere koju odsjeca prvi prostorni ugao:

$$S_{\Omega 1} = 2\pi R_k^2 (1 - \cos \theta_1) \quad (2.15)$$

Na slici 2.13 prikazani su geometrijski parametri potrebni za određivanje ukupnog broja fragmenata.



- $\theta_1$  - Polarni ugao prvog segmenta arene  
 $\theta_2$  - Polarni ugao drugog segmenta arene  
 $d\Omega$  - Razlika dva susjedna prostorna ugla  
 $S_m$  - Površina mete u datom sektoru arene  
 $\Omega_1$  - Prostorni ugao prve polarne zone  
 $\Omega_2$  - Prostorni ugao druge polarne zone  
 $S_{\Omega 1}$  - Površina dijela sfere koju odsjeca prvi prostorni ugao  
 $S_{\Omega 2}$  - Površina dijela sfere koju odsjecaju prvi i drugi prostorni ugao

Sl. 2.13 Geometrija koja se koristi u analizi ukupnog broja fragmenata u prostoru

Sa slike 2.13 može se uočiti da je potrebno odrediti razliku uglova  $\Omega_2$  i  $\Omega_1$ , kako bi se odredila veličina  $d\Omega$ . Tako se razlika dva prostorna ugla  $\Omega_2$  i  $\Omega_1$  može predstaviti u obliku:

$$\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1 \quad (2.16)$$

Na osnovu prethodnih izraza može se napisati:

$$\Omega_2 = 2\pi(1 - \cos\theta_2) \quad (2.17)$$

Na osnovu izraza (2.14) i (2.17) vrijedi:

$$\Delta\Omega = 2\pi(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad (2.18)$$

Sada se može napisati formula za površinu dijela sfere  $S_{\Omega 2}$  koju odsjecaju prostorni uglovi  $\Omega_2$  i  $\Omega_1$  (slika 2.13), preko izraza:

$$S_{\Omega 2} = \Delta\Omega R_k^2 = 2\pi R_k^2 (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad (2.19)$$

Opšti izraz za definisanje površine dijela sfere koju odsjecaju dva susjedna prostorna ugla, za  $j$ -tu polarnu zonu može se napisati u obliku:

$$S_{\Omega j} = 2\pi R_k^2 (\cos\theta_j - \cos\theta_{j+1}) \quad (2.20)$$

Sada je konačna formula za određivanje ukupnog broja fragmenata na određenom radijusu ( $R_k$ ) od centra detonacije:

$$N_{uk} = \sum_{j=1}^n N_{jk} = \sum_{j=1}^n n_j \frac{2\pi R_k^2 (\cos\theta_i - \cos\theta_{i+1})}{S_m} \quad (2.21)$$

#### 2.4.2 Gustina fragmenata

Visoko-eksplozivni projektili sa prirodnom fragmentacijom nakon detonacije se rasprskavaju u fragmente različitog oblika i mase, pri čemu se snop fragmenata (prostorna distribucija fragmenata od centra eksplozije) može arbitrarno podjeliti na tri dijela:

- Prednji snop fragmenata - uglavnom sadrži manji broj fragmenata jer odnos mase eksploziva i tijela projektila za prednji dio projektila dosta manji u odnosu na centralni, cilindrični dio projektila. Kod projektila koji dejstvuju pri udaru u tlo, prednji snop je usmjeren u njega i ne učestvuje značajno u proračunima efikasnosti.

- Bočni snop sadrži oko 80-90% fragmenata, u zavisnosti od konfiguracije projektila. U većini slučajeva pri proračunu efikasnosti se uzimaju u obzir samo fragmenti bočnog snopa.
- Zadnji snop - obično sadrži nešto veće fragmente, nastale rasprskavanjem dna projektila koje obično ima veću debljinu iz konstrukcionih razloga (da bi izdržalo naprezanja pri prolasku kroz cijev), radi čega je odnos mase eksploziva i tijela projektila nepovoljan [23]. Zbog veličine fragmenata i njihove usmjerenosti obično se ne uzimaju u obzir prilikom proračuna efikasnosti HE projektila.

Gustina fragmenata u prostoru  $q_i$  procjenjuje se na osnovu rezultata ispitivanja fragmentacije HE projektila u areni. U našoj zemlji korištena su dva tipa arena, četvrtkružna i polukružna. Svaka od ovih arena sastoji se od četiri sektora, različitih geometrijskih karakteristika, a svaki sektor sastoji se od određenog broja panela/segmenata. Nakon testova fragmentacije projektila u areni, broje se probaji i zadori fragmenata kroz panele, i rezultati se upisuju u protokol rasprskavanja.

Na osnovu protokola rasprskavanja HE projektila, ukupna gustina fragmenata  $q_i$  na određenom rastojanju od centra detonacije HE projektila određuje se izrazom:

$$q_i = \frac{n_i}{S_i}, \quad (2.22)$$

gdje su:  $n_i$  - ukupni broj fragmenata koji udaraju (probaji i zadori) u drvene panele arene, a  $S_i$  - površina panela/sektora u areni (okomito na liniju povučenu iz centra eksplozije).

Kod četvrtkružne arene broje se prodori i zadori na cijelom sektoru (bez brojanja po pojedinim panelima) pa se u tom slučaju površina  $S_i$  iz izraza (2.22) određuje preko izraza [216]:

$$S_i = \frac{1}{2} R_i \pi H, \quad (2.23)$$

gdje je  $R_i$  radijus pojedinog sektora, a  $H$  - visina sektora. Dakle,  $S_i$  je površina četvrtine cilindra visine  $H$  i prečnika  $R_i$ .

Kod polukružne arene broje se prodori i zadori na svakom panelu (i za svaki sektor) posebno, pa je tada moguće odrediti gustinu fragmenata za svaki panel, a površina  $S_i$  iz izraza (2.22) je u tom slučaju:

$$S_i = a_i H, \quad (2.24)$$

gdje je  $a_i$  širina segmenta, a  $H$  visina segmenta. Na ovaj način moguće je odrediti promjenu gustine fragmenata u funkciji polarnog ugla arene za svaku polarnu zonu arene.

Efikasnim fragmentima su smatrani oni koji su probili drvene panele (debljine 20-25mm) u areni, pa se gustina efikasnih fragmenata može dobiti izrazom [216]:

$$q_{ef} = \frac{n_{ef}}{S_i}, \quad (2.25)$$

gdje je  $n_{ef}$  - broj efikasnih fragmenata koji su probili drvene mete na određenom radijusu.

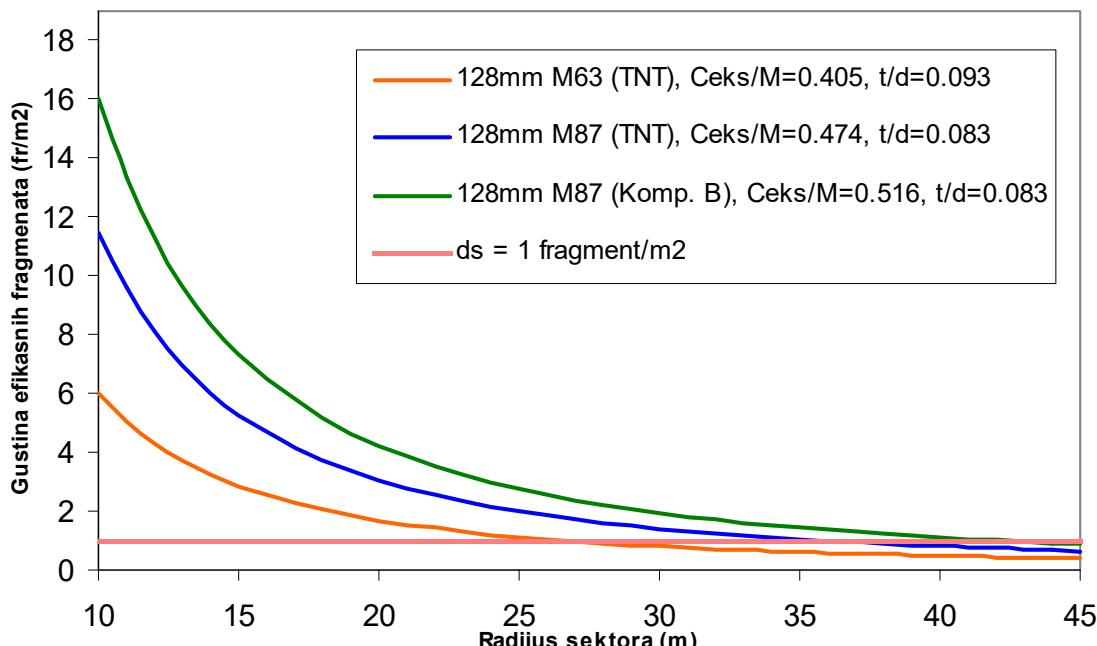
Na osnovu gustine efikasnih fragmenata, moguće je odrediti tzv. radijus efikasnosti HE projektila, parametar koji se koristio u našoj zemlji za usporedbu performansi sličnih HE projektila.

Radijus efikasnosti HE projektila (sl. 2.14) je u bivšoj Jugoslaviji definisan kao udaljenost od centra detonacije HE projektila na kojoj je gustina efikasnih fragmenata jednaka 1 frag/m<sup>2</sup> [216].

Ovaj parametar dobijao se na osnovu podataka iz četvrtkružne arene u kojoj je projektil stajao vertikalno, okrenut vrhom prema tlu, simulirajući maksimalni padni ugao od 90°.

Kod procjene radiusa efikasnosti HE projektila potrebno je najprije aproksimirati eksperimentalne podatke iz arene, pri čemu se najčeće koristi eksponencijalna funkcija. Dobijena kriva zavisnosti gustine efikasnih fragmenata od udaljenosti od centra detonacije (funkcija dobijena aproksimacijom) uvijek je opadajuća funkcija.

Za dobijenu aproksimacionu funkciju određuje se udaljenost pri kojoj je gustina efikasnih fragmenata jednaka 1 frag/m<sup>2</sup>, tj. radijus efikasnosti.



Sl. 2.14 Određivanje radiusa efikasnog dejstva za bojeve glave raketnih projektila kalibra 128 mm [55]

Aproksimacija eksperimentalnih podataka dobijene funkcije vrši se softverskim putem (npr. MatLab, MS Excel).

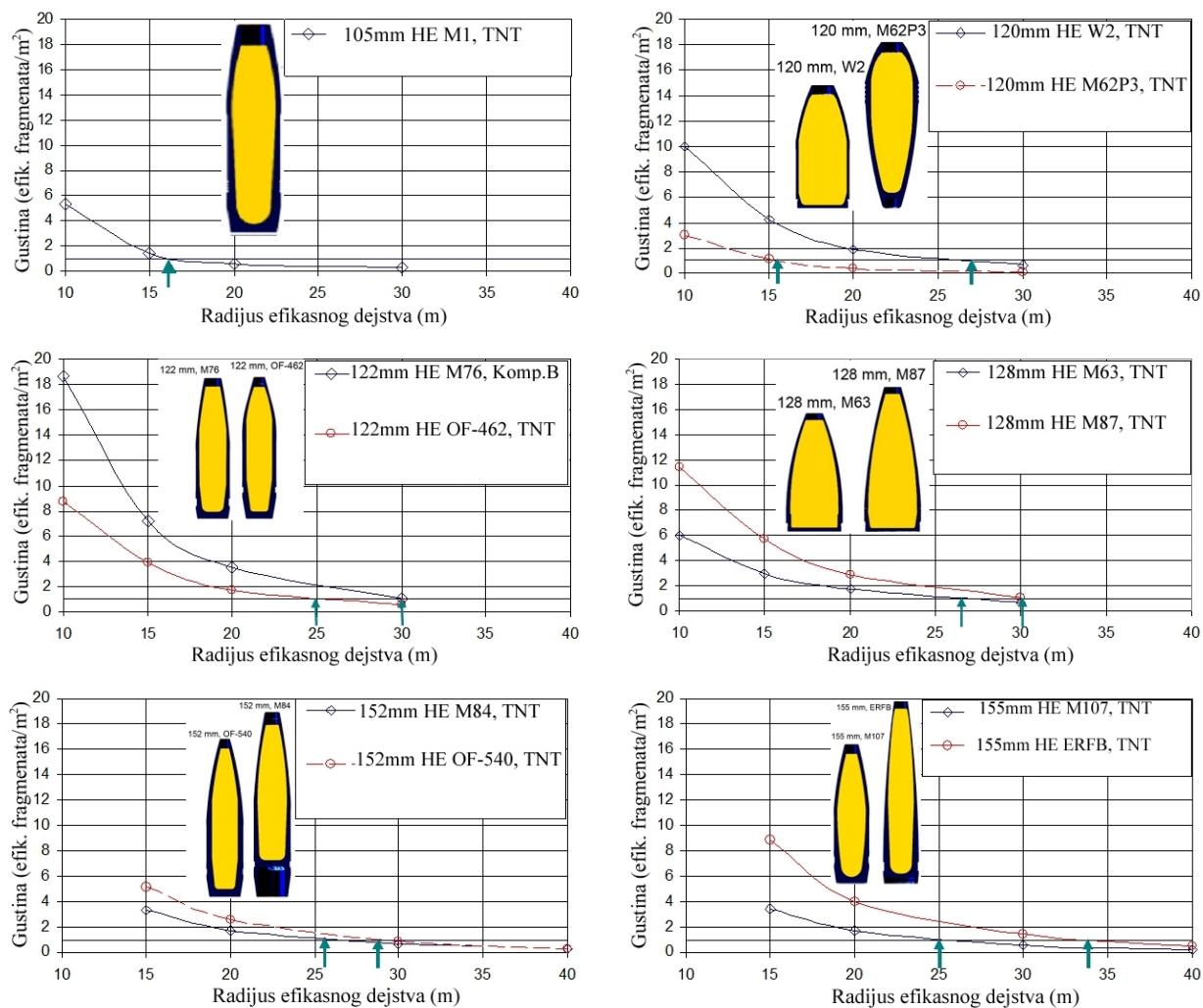
Jedan od nedostataka ove metode je što nije uključivala brojanje prodora i zadora po pojedinim panelima na svakom od četiri sektora kako bi se mogla procjeniti promjena gustine fragmenata u funkciji polarnog ugla arene.

Treba napomenuti i da karakter krive (gustina efikasnih fragmenata u zavisnosti od udaljenosti) dosta zavisi od podataka sa najbližeg sektora. Ta činjenica često daje pogrešne ili nedovoljno precizne podatke o radijusu efikasnog dejstva HE projektila.

Istraživači sa katedre za Odbrambene tehnologije pri Mašinskom fakultetu u Sarajevu su analizirali [233] uticaj tipa eksploziva i dizajna projektila (sl. 2.15) na vrijednost radiusa efikasnosti za nekoliko tipova projektila (artiljerijski projektili 105mm, 122mm, 152mm i 155mm, bojeve glave raketnih projektila 128mm i minobacački projektili 120mm).

Komparativna analiza [233] na sl. 2.15 pokazuje značajno povećanje radiusa efikasnosti HE projektila istog kalibra kada se optimizira dizajn projektila, tj. poveća odnos C/M (120mm, 128mm, 152mm, 155mm), i ako se uz to još primjeni i eksploziv boljih detonacionih karakteristika (122mm).

Tako npr. projektil 122 mm HE M76 (komp. B) ima dosta veći radijus efikasnosti nego projektil 122 mm HE OF-462 (TNT) zbog povećanja detonacione brzine eksploziva i većeg odnosa C/M (sl. 2.15).



Sl. 2.15 Radijusi efikasnosti za nekoliko tipova HE projektila [233]

Bojeva glava 128mm M87 (TNT) ima veći radijus efikasnosti od bojeve glave raketnog projektila 128mm M63 (TNT), a kada se upotrijebi eksploziv komp. B - tada bojeva glava 128mm M87 ima još veći radijus efikasnosti nego 128mm M63 (TNT). Bojeva glava 128mm M87 ima veći odnos  $C/M$ , nešto manji odnos  $t/d$  i veću vitkost oživalnog (prednjeg) dijela [233].

Ako se uporede projektili 152mm OF-540 i 152mm M84 (sl. 2.15) zanimljiv je uticaj šupljine na dnu projektila 152mm M84 na vrijednost radijusa efikasnosti. Ovaj projektil ima veću vitkost oživila i slične odnose  $C/M$  i  $t/d$  kao kod projektila 152mm OF-540, ali šupljina na dnu projektila 152mm M84 smanjuje njegovu efikasnost.

Projektil 155mm ERFB ima veći odnos  $C/M$ , manji odnos  $t/d$  i značajno veću vitkost oživalnog dijela u odnosu na projektil 155mm M107, pa je njegov radijus efikasnosti veći nego kod projektila 155mm M107 [233].

#### 2.4.3 Kriteriji efikasnosti fragmenata

Postoje tri glavna kriterija za definisanje efikasnosti fragmenata: kriterij prodiranja kroz metu određene debljine, kriterij onesposobljavajuće kinetičke energije i kriterij vjerovatnoće onesposobljavanja dejstvom fragmenata koji pogađa metu [177].

Prvi kriterij (sposobnost fragmenata da prodrati kroz metu određene debljine), dosta je popularan i često se koristi. Materijali koji se najviše upotrebljavaju kao mete su drvo (jela, smrča), debljine 20-40 mm, i čelični i aluminijski limovi, debljine 1-3 mm [177].

U Njemačkoj se smatra da je projektil efikasan (protiv ljudskih ciljeva) ako prođe kroz čelični lim, debljine 1,5 mm (St 37, DIN 17100). Čeličnoj sferi prečnika 7mm potrebno je 80J energije da prođe kroz istu metu. Prirodno, energija koja je potrebna zavisi od prečnika sfere. Tako npr. Kneubuhl [177] smatra da je ovaj metod procjene efikasnosti pogrešan jer to hoće li ili ne neki projektil proći kroz ovakve tvrde mete zavisi prvenstveno od energije projektila, a efikasnost zavisi od predate energije.

Drugim kriterijem, kriterijem onesposobljavajuće kinetičke energije uspostavljena je vrijednost kinetičke energije potrebna da se onesposobi ljudski cilj. Rhone (1896) je prvi predložio kriterij efikasnosti, prema kojem je potrebno 80J da se onesposobi ljudska meta. Gurney je smatrao da se ovaj kriterij može primjeniti na projektile (i fragmente) mase 50mg do 30g. Tokom godina određene države usvojile su različite vrijednosti kinetičke energije potrebne za onesposobljavanje ljudskih ciljeva [177].

U Francuskoj se koristi kriterij onesposobljavajuće kinetičke energije od 40 J, u Njemačkoj 80J, u SAD-u 80 J, u Švicarskoj 150 J, a u Rusiji 240 J [177]. U našoj zemlji vrijednost od 100J bila je usvojena kao kriterij onesposobljavajućeg nivoa kinetičke energije fragmenta.

Kinetička energija fragmenata pri udaru u metu može se predstaviti klasičnim izrazom:

$$E_K = \frac{mv_u^2}{2}, \quad (2.26)$$

pri čemu se brzina fragmenta prilikom udara  $v_u$  predviđa rješavanjem sistema diferencijalnih jednačina kojim se opisuje kretanje fragmenata u atmosferi ili formulom za kretanje u otpornoj sredini koja prepostavlja konstantan koeficijent otpora tokom kretanja fragmenta. Ova brzina može se odrediti i eksperimentalnim putem [125].

Treći kriterij, kriterij vjerovatnoće onesposobljavanja dejstvom fragmenata, zavisi od nekoliko parametara: energije udara fragmenta u metu (u obliku  $\frac{1}{2} mv^2$  ili u obliku funkcije  $m^\alpha v^\beta$ ), tačke udara i putanje fragmenata u ljudskom tijelu, te aktivnosti vojnika (napad, odbrana), pri čemu se uzima u obzir i psihološko stanje vojnika.

Najčešće se ove funkcije vjerovatnoće označavaju kao  $P_{IH}$ , pri čemu slovo  $I$  u indeksu označava onesposobljavanje (eng. Incapacitation), a slovo  $H$  pogodak (eng. Hit); dakle - vjerovatnoća onesposobljavanja pogodenog vojnika.

Veličina  $P_{IH}$  je statistička veličina, koja ne uzima u obzir daljnju sudbinu vojnika (nakon onesposobljavanja), i postaje važna tek ako je uzeta kao srednja vrijednost za veći broj osoba. Funkcije vjerovatnoće onesposobljavanja  $P_{IH}$  najčešće se predstavljaju u eksponencijalnom obliku. Izrazi za vjerovatnoću onesposobljavanja  $P_{IH}$ , osim energije udara (mase i brzine fragmenta), obično sadržavaju dvije vrste funkcija vjerovatnoće onesposobljavanja: vjerovatnoća da je određeni dio tijela pogoden (zavisno od aktivnosti vojnika) i vjerovatnoća onesposobljavanja za dati kanal rane u određenom području tijela čovjeka.

Vjerovatnoća da je određeni dio tijela pogoden može se procjeniti samo na osnovu vojnih iskustava. Beebe i De Bakey (1952) izvršili su analizu distribucije pogodaka vojnika pješadije SAD-a u II svjetskom ratu.

Prema njihovim rezultatima, glava i vrat vojnika, koji zauzimaju 12% ljudske površine, primili su prosječno oko 21% od ukupnog broja pogodaka u cijelokupno tijelo vojnika. S druge strane, prsa vojnika (zauzimaju 16% površine) primila su oko 13% pogodaka, abdomen (zauzima 11% površine) oko 8% pogodaka, ruke (zauzimaju 22% površine) oko 23% pogodaka, a noge (zauzimaju 39% površine tijela) su primile oko 35% pogodaka [177].

Zanimljivo je da ovi odnosi ostaju skoro nepromjenjeni u velikom broju ratova, s tim da se mijenja odnos postotka rana uzrokovanih projektilima malog kalibra ili fragmentima.

Vjerovatnoća onesposobljavanja za dati kanal rane u određenom području tijela čovjeka se određuje posebno za svaki dio tijela (glava i vrat, prsa, abdomen, ruke i noge).

Budući da je vrlo teško odrediti parametre koji figuriraju u izrazima za vjerovatnoću onesposobljavanja  $P_{I/H}$  (potrebno je mnogo novca, vremena, i ljudskih resursa, kao i veliki broj životinja nad kojima se obično vrše testovi), rezultati ovih istraživanja gotovo uvijek su nedostupni za širu javnost.

Jednu od najpoznatijih formula za procjenu vjerovatnoće onesposobljavanja  $P_{I/H}$  izveli su, na osnovu eksperimentalnih testova na životinjama, Sperraza i Allen i Kokinakis 1956. godine. Životinje su gađali fragmentima različitog oblika i mase, a nakon toga je mjereno usporenenje fragmenata u različitim organima životinja, a posmatrano je i ponašanje životinja nakon pogodaka.

Nakon smrti životinja, izvršena je njihova disekcija, nakon čega su donijeti određeni zaključci koji su se mogli ekstrapolirati na ljudske ciljeve<sup>[177]</sup>.

Sperraza i Allen su izveli izraz za vjerovatnoću onesposobljavanja  $P_{I/H}$  koji su primjenili za fragmente oblika sfere i kocke<sup>[32,52,213]</sup>:

$$P_{I/H} = 1 - e^{-a_r \left( \frac{mv_f}{b_r} \right)^{n_r}} \quad (2.27)$$

Vrijednost konstanti  $a_r$ ,  $b_r$  i  $n_r$  iz izraza (2.27) nisu dostupne za javnu upotrebu.

#### 2.4.4 Koeficijent efikasnosti

U bivšoj Jugoslaviji za procjenu efikasnosti HE projektila koristio se parametar nazvan koeficijent efikasnosti. U zapadnoj literaturi ovaj koeficijent se naziva smrtonosna površina (eng. Lethal area) jer parametar ima dimenziju površine.

Američki istraživači za definisanje efikasnosti HE projektila sa prirodnom fragmentacijom koriste *U.S. Vulnerability model for military personnel* koji predstavlja klasificiranu informaciju i detaljniji podaci o tom modelu nisu dostupni.

Kod definisanja terminalne efikasnosti HE bojeve glave, očekivani broj žrtava ( $N$ ) može se odrediti koristeći slijedeći izraz<sup>[32]</sup>:

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(x, y) P(x, y) dx dy \quad (2.28)$$

U izrazu 2.28 su:

$\sigma(x, y)$  - površinska gustina vojnika u određenoj tački  $(x, y)$ , a

$P(x, y)$  - vjerovatnoća onesposobljavanja vojnika koji se nalazi u dotoj tački  $(x, y)$ .

Za određivanje koeficijenta efikasnosti  $A_L$  (eng. Lethal area) koristi se izraz<sup>[32,73]</sup>:

$$A_L = \frac{N}{\sigma(x, y)} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_F(x, y) dx dy \quad (2.29)$$

Kako je vjerovatnoća onesposobljavanja bezdimenziona veličina, a integraljenje se vrši po površini, to i koeficijent efikasnosti ima dimenziju površine. Fizički smisao ove veličine je da je to očekivani broj unesposobljenih ciljeva (vojnika izbačenih iz stroja) nakon dejstva jedne bojeve glave pri definisanoj (konstantnoj) gustini ciljeva (broj vojnika po  $m^2$  terena).

Prema američkom modelu, vjerovatnoća onesposobljavanja  $P$  u tački  $(x, y)$  dobija se izrazom<sup>[32]</sup>:

$$P(x, y) = 1 - [1 - P_B(x, y)][1 - P_F(x, y)] \quad (2.30)$$

Ovdje su:  $P_B(x, y)$  - vjerovatnoća onesposobljavanja uslijed rušecog efekta udarnog talasa (eng. Blast), a  $P_F(x, y)$  - vjerovatnoća onesposobljavanja uslijed djelovanja fragmenata.

Rušeci efekt definisan je kao funkcija udaljenosti od centra detonacije. Rušeci efekt koji se javlja tokom procesa detonacije bojeve glave manifestuje se u pojavi nadpritisaka produkata detonacije. U trenutku eksplozije pritisak produkata detonacije za eksploziv TNT (gustine  $1560 \text{ kg/m}^3$ ) iznosi oko  $18,3 \text{ GPa}$  (EXPLO5<sup>©</sup>).

Nadpritisak udarnog talasa u užoj zoni oko centra eksplozije, zavisno od količine eksplozivnog punjenja, može izazvati povrede ljudi. Međutim, onesposobljavanje uslijed dejstva fragmenata mnogo je dominantnije nego onesposobljavanje uslijed rušecog efekta, uslijed velikog broja fragmenata koji se u početnoj fazi kreću supersoničnim brzinama i koji se kreću u svim pravcima oko projektila (tzv. omnidirekciono kretanje).

Vjerovatnoća onesposobljavanja uslijed dejstva fragmenata dobija se korištenjem izraza [32]:

$$P_F(x, y) = 1 - e^{-q_{(x,y)}S_i} \quad (2.31)$$

gdje su:  $q_{(x,y)}$  - srednja gustina efikasnih fragmenata na terenu, a  $S_i$  - referentna površina mete (npr. vojnika) na određenoj udaljenosti od centra detonacije.

Prilikom određivanja efikasnosti HE projektila, neophodno je napraviti analizu za simulirane uslove bojišta. Za to je nužno poznavati podatke o broju fragmenata, sakupljenih u toku statičkih ispitivanja fragmentacije (Američki Arena testovi).

Prema američkom modelu, podaci se zatim trebaju modifikovati kako bi se simulirala dinamička situacija na terenu (različiti padni uglovi, visina detonacije, referentne površine vojnika, odnosno različiti borbeni položaji vojnika).

Prema američkom modelu, srednja gustina efikasnih fragmenata iz izraza (2.31) se dobija na osnovu formule [32]:

$$q_{(x,y)} = \frac{\sum_{j=LZ}^{UZ} \sum_{i=1}^k \frac{N(i,j)}{S(j)} P_{I/H}(i,j)}{r^2} \quad (2.32)$$

gdje su:

$i$  - masena grupa fragmenta,

$j$  - polarna zona fragmentacije tokom statičkih ispitivanja,

$UZ, LZ$  - zadnja i prva polarna zona arene,

$k$  - broj masenih grupa efikasnih fragmenata unutar  $j$ -te polarne zone,

$N(i, j)$  - broj fragmenata u  $i$ -toj masenoj grupi unutar  $j$ -te polarne zone,

$S(j)$  - vrijednost prostornog ugla za  $j$ -tu polarnu zonu na udaljenosti  $r$ ,

$r$  - udaljenost od centra detonacije,

$P_{I/H}$  - uslovna vjerovatnoća onesposobljavanja, prepostavljajući pogodak mete jednim fragmentom.

Uslovna vjerovatnoća onesposobljavanja  $P_{I/H}$  iz izraza (2.32) definiše se preko ranije navedenog izraza (2.27) [32]:

$$P_{I/H} = 1 - e^{-a_r(mv_f^{3/2} - b_r)r} \quad (2.33)$$

gdje konstante ranjivosti (eng. Casualty Constants), određene eksperimentalnim istraživanjima, definišu izabranu taktičku situaciju i maksimalno vrijeme nakon ranjavanja poslije kojeg nastupa onesposobljavanje vojnika, a  $m$  - masa fragmenta, a  $v_r$  - brzina fragmenta prilikom udara u metu na udaljenosti  $r$ .

Kao što je rečeno, detaljne podatke o konstantama ranjivosti iz izraza (2.33) nije moguće pronaći u javnim publikacijama jer predstavljaju povjerljive podatke koji su dostupni samo ograničenom broju zemalja.

Ovako definisan koeficijent efikasnosti  $A_L$  izračunava se uz pomoć računara, koristeći metode numeričke matematike. Kao ulaz za software kojim se izračunava koeficijent efikasnosti unose se uslovi kao što su visina detonacije, brzina i ugao pada bojeve glave, kao i fragmentacioni parametri HE projektila i parametri udarnog talasa.

Fragmentacijski parametri odnose se na podatke o prostornoj distribuciji fragmenata dobijene statičkim ispitivanjem u areni, a parametri udarnog talasa procjenjuju se u zavisnosti od eksplozivnog punjenja (i njegove mase) koje je korišteno u projektilu. Svi fragmenti imaju, po pretpostavci, istu brzinu.

Pretpostavlja se da su trajektorije fragmenata pravci, a primjenjuje se model sa aerodinamičkim otporom fragmenata. Meta je u ovom modelu predstavljena kao površina sa dodjeljenim parametrima ranjivosti i vrijednostima referentne površine<sup>[32]</sup>.

Za određene bojeve glave, proračuni koeficijenta efikasnosti dovoljni su za procjenu efikasnosti protiv ljudskih meta. Direktna komparacija vrijednosti  $A_L$  određene bojeve glave sa vrijednostima referentne bojeve glave može pokazati relativno povećanje (ili smanjenje) efikasnosti ispitivane bojeve glave<sup>[32]</sup>.

U bivšoj Jugoslaviji, za određivanje koeficijenta efikasnosti  $A_L$  korišten je sličan model koji se koristi u zapadnim zemljama. Osnovna razlika između ovog modela i opisanog američkog (SAD) modela je u načinu određivanja vjerovatnoće onesposobljavanja vojnika (izraz 2.31). U bivšoj Jugoslaviji, gustina efikasnih fragmenata  $q(x,y)$  iz 2.31 određivala se korištenjem izraza (slično kao i u izrazu 2.25):

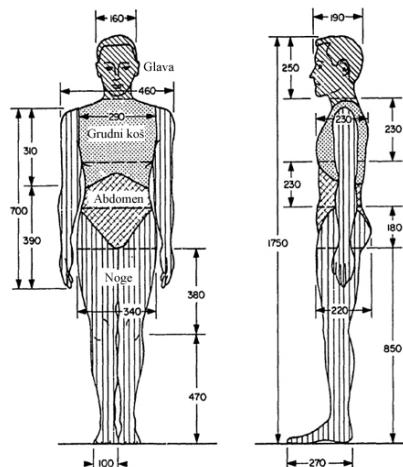
$$q_{(x,y)} = \frac{n_{ef}}{S_i} , \quad (2.34)$$

gdje je  $n_{ef}$  - broj efikasnih fragmenata koji su probili drvene mete na određenom radijusu (arene), a  $S_i$  je površina mete (okomito na centar eksplozije). Rezultati testa fragmentacije u polukružnoj areni omogućavaju određivanje promjene gustine efikasnih fragmenata  $q_{(x,y)}$  u funkciji od polarnog ugla arene.

Površina vojnika  $S_i$  predstavlja srednju površinu vojnika okomitu na pravac dejstva fragmenta. Najveća je kada je vojnik u stoećem stavu, a najmanja u ležećem stavu. Ona zavisi i od visine detonacije projektila i od udaljenosti od tačke detonacije. Što je veća udaljenost to je manja vrijednost referentne površine vojnika. Vrijednosti površine vojnika mogu značajno varirati.

Na slici 2.16 prikazane su referentne dimenzije čovjeka, za dva slučaja orientacije, sprijeda i bočno. Osim orijentacije, na efikasnost fragmenata utiču i slijedeće karakteristike čovjeka na terenu: položaj, vrsta odjeće, dimenzije i masa čovjeka, te njegova starost i spol.

Nakon određivanja spomenute vjerovatnoće onesposobljavanja uslijed dejstva fragmenata visoko-eksplozivnih projektila s prirodnom fragmentacijom u svakoj tački terena, koristeći izraz (2.31), moguće je postupkom numeričke integracije dvostrukog integrala (2.29) odrediti vrijednost koeficijenta efikasnosti  $A_L$ .



Sl. 2.16 Referentne dimenzije čovjeka

Gustina vojnika na terenu  $\sigma(x,y)$  može se definisati na različite načine, zavisno od vojne doktrine određene zemlje. Ukoliko se pretpostavi da na terenu ima dosta vojnika (npr. prema doktorini istočnih zemalja) može se uzeti vrijednost  $\sigma(x,y) = 1$  vojnik/m<sup>2</sup>. U slučaju pretpostavke o manjem broju vojnika na terenu (zapadne zemlje), može se uzeti da se npr. 8 vojnika nalazi na površini terena 10m x 50m<sup>[10]</sup>, što predstavlja površinsku gustinu vojnika od 0,016 vojnika/m<sup>2</sup>).

US Army RDECOM spominje i slijedeće formacije vojnika na terenu: mrežni raspored (eng. Grid array), koncentrični raspored (eng. Concentric array) ili posebno definisani raspored (eng. Custom defined array)<sup>[125]</sup>.

Ovako definisan koeficijent efikasnosti  $A_L$  izračunava se, takođe, uz pomoć računara, koristeći metode numeričke matematike.

#### 2.4.5 Smrtonosna zona HE projektila

Katedra za odbrambene tehnologije pri Mašinskom fakultetu u Sarajevu razvija vlastitu metodologiju za procjenu efikasnosti HE projektila, pri tome kombinujući analitičke i numeričke metode sa eksperimentalnim podacima i CAD tehnikama modeliranja.

Na osnovu eksperimentalnih podataka o broju prodora fragmenata kroz panele određene površine u polukružnoj areni (koja se koristila u našoj zemlji), moguće je procjeniti gustinu efikasnih fragmenata za svaki panel, tj. svaku polarnu zonu arene i svaki radijus, koristeći ranije izvedeni izraz 2.25.

U ovom slučaju dobijaju se krive gustina efikasnih fragmenata u zavisnosti od polarnog ugla. Funkcija gustine efikasnih fragmenata ima opadajući karakter, idući od centra detonacije.

Zečević et al.<sup>[263]</sup> sa Katedre za odbrambene tehnologije su, na osnovu eksperimentalnih podataka iz polukružne arene (test prostorne fragmentacije), izvršili softverski prikaz (sl. 2.17) polarnih dijagrama gustine efikasnih fragmenata (prikazane u log. skali) na različitim udaljenostima od centra detonacije za artiljerijske projektile 122mm OF-462 (TNT) i 122mm M76 (Komp. B), te bojeve glave raketnih projektila 128mm M63 (TNT), 128mm M87 (TNT) i 128mm M87 (Komp. B).

Dijagrami sa sl. 2.17 odnose se na slučaj kada HE projektil zaklapa ugao 0° u odnosu na horizont.

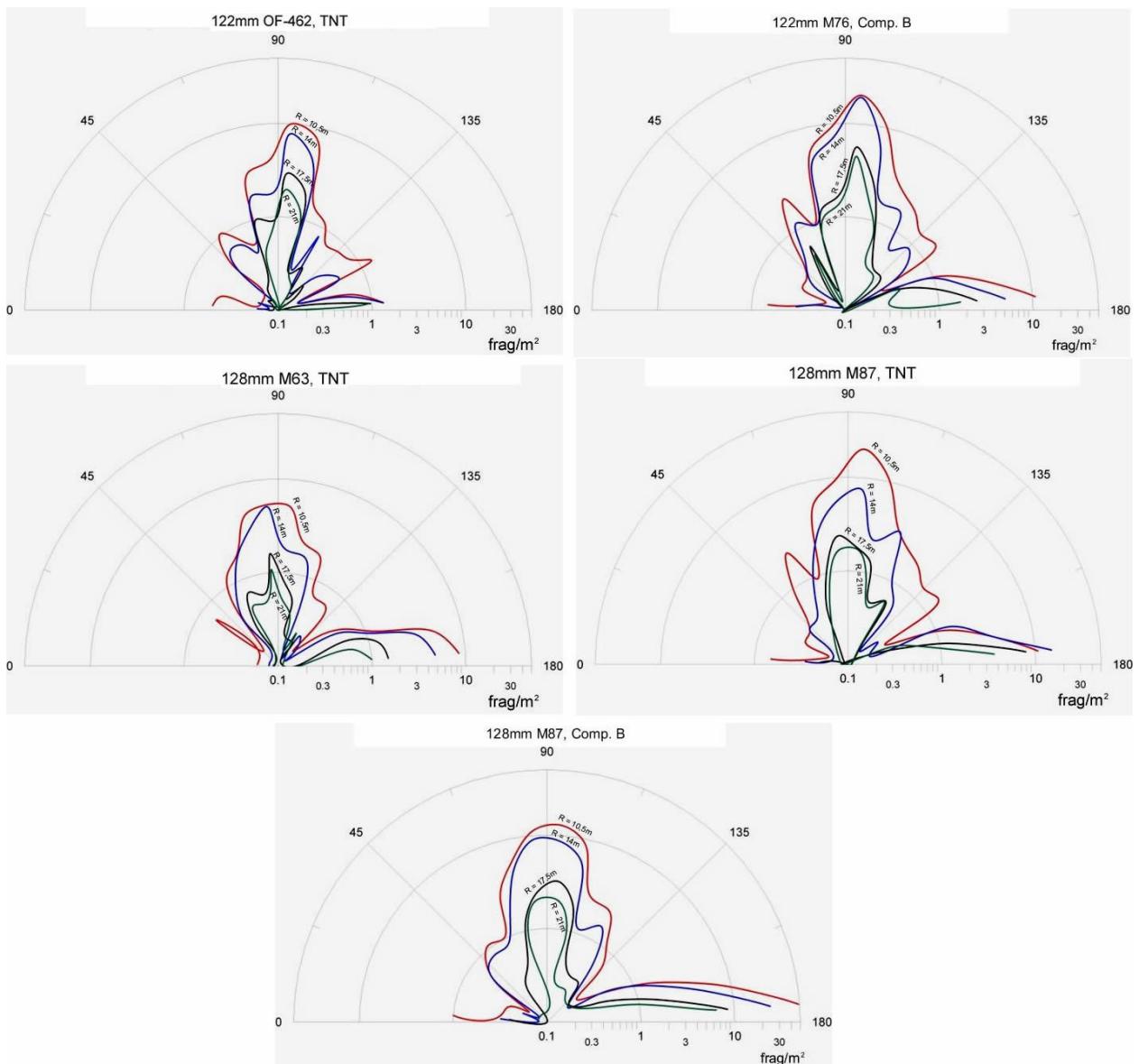
Polarni dijagrami<sup>[263]</sup> na slici 2.17 pokazuju kako se povećanjem udaljenosti od centra detonacije smanjuje gustina efikasnih fragmenata, te kako je bočni snop fragmenata HE projektila najdominantniji. Zanimljiv je vrlo mali učinak prednjeg snopa fragmenata, tj. praktično nepostojanje prednjeg snopa fragmenata kod datih projektila i bojevih glava raketnih projektila.

Najveću gustinu fragmenata (sl. 2.17) u dominantnom, bočnom snopu imaju projektili 122mm M76 (Komp. B) i 128mm M87 (TNT), dok najmanju gustinu efikasnih fragmenata ima bojeva glava raketnog projektila 128mm M63 (TNT).

Eksperimentalni podaci o broju probora fragmenata kroz drvene panele polukružne arene mogu se upotrijebiti za određivanje gustine efikasnih fragmenata u zavisnosti od polarne zone i udaljenosti od centra detonacije (sl. 2.18).

Korištenjem izraza 2.25 može se odrediti gustina efikasnih fragmenata za svaki panel svih sektora arene, čime je za sve polarne zone moguće definisati aproksimacionu funkciju gustine efikasnih fragmenata (sl. 2.18) za različite udaljenosti od centra detonacije. Koristi se postupak regresione analize podataka.

Metodom interpolacije, može se dobiti skup tačaka sa unaprijed definisanom gulinom efikasnih fragmenata, npr. od 0,5 frag/m<sup>2</sup>, 1 frag/m<sup>2</sup>, 2 frag/m<sup>2</sup>, itd, zavisno od potrebe istraživača.



Sl. 2.17 Polarni dijagrami gustine efikasnih fragmenata HE projektila

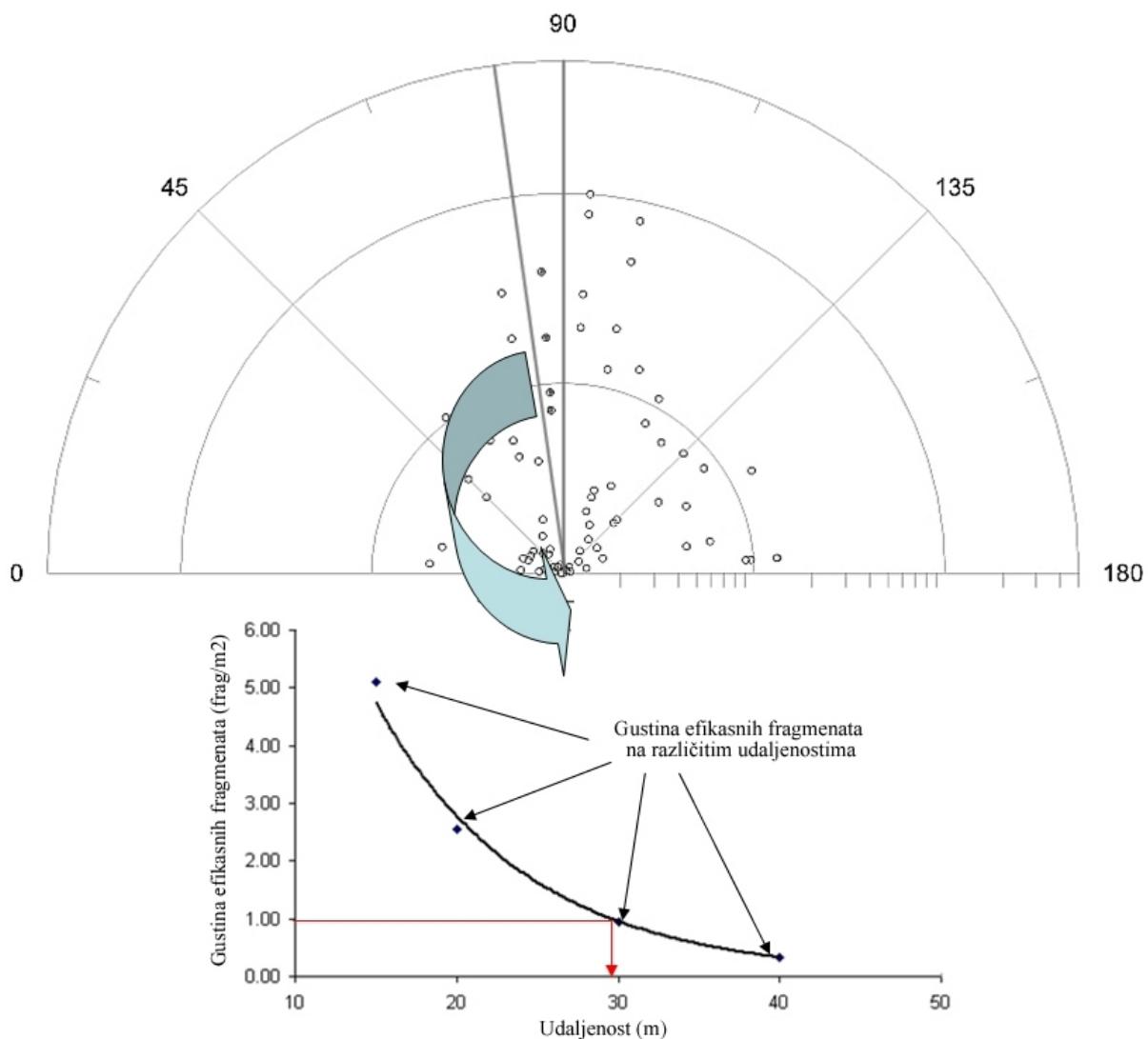
Dobijene krive koje spajaju tačke sa istom gustinom efikasnih fragmenata nazvane su krive izogustina<sup>[263]</sup>.

Istraživači sa katedre za Odbrambene tehnologije pri Mašinskom fakultetu u Sarajevu su smrtonosnu zonu *HE projektila* (sl. 2.19) definisali kao zonu na bojištu koja ograničava površinu unutar koje je gatina efikasnih fragmenata  $\geq 1 \text{ frag/m}^2$ .

To praktično znači da kriva izogustina (gatina efikasnih fragmenata od  $1 \text{ fragment/m}^2$ ) predstavlja krivu koja ograničava smrtonosnu zonu visoko-eksplozivnih projektila sa prirodnom fragmentacijom.

Vojnik koji se nalazi unutar spomenute smrtonosne zone bit će onesposobljen za borbu jer, statistički gledano, postoji velika vjerovatnoća da će ga pogoditi fragment čija je kinetička energija dovoljna za onesposobljavanje ljudskih (mekih) ciljeva. U modelu je prepostavljeno da je ta kinetička energija iznosi 80J, kriterij koji je trenutno na snazi i u zemljama NATO saveza u Evropi.

Uvjeti pod kojima se određuje ovako definisana smrtonosna zona su nulti napadni ugao projektila i detonacija na tlu.



Sl. 2.18 Procjena funkcije gustine efikasnih fragmenata za svaku polarnu zonu [263]

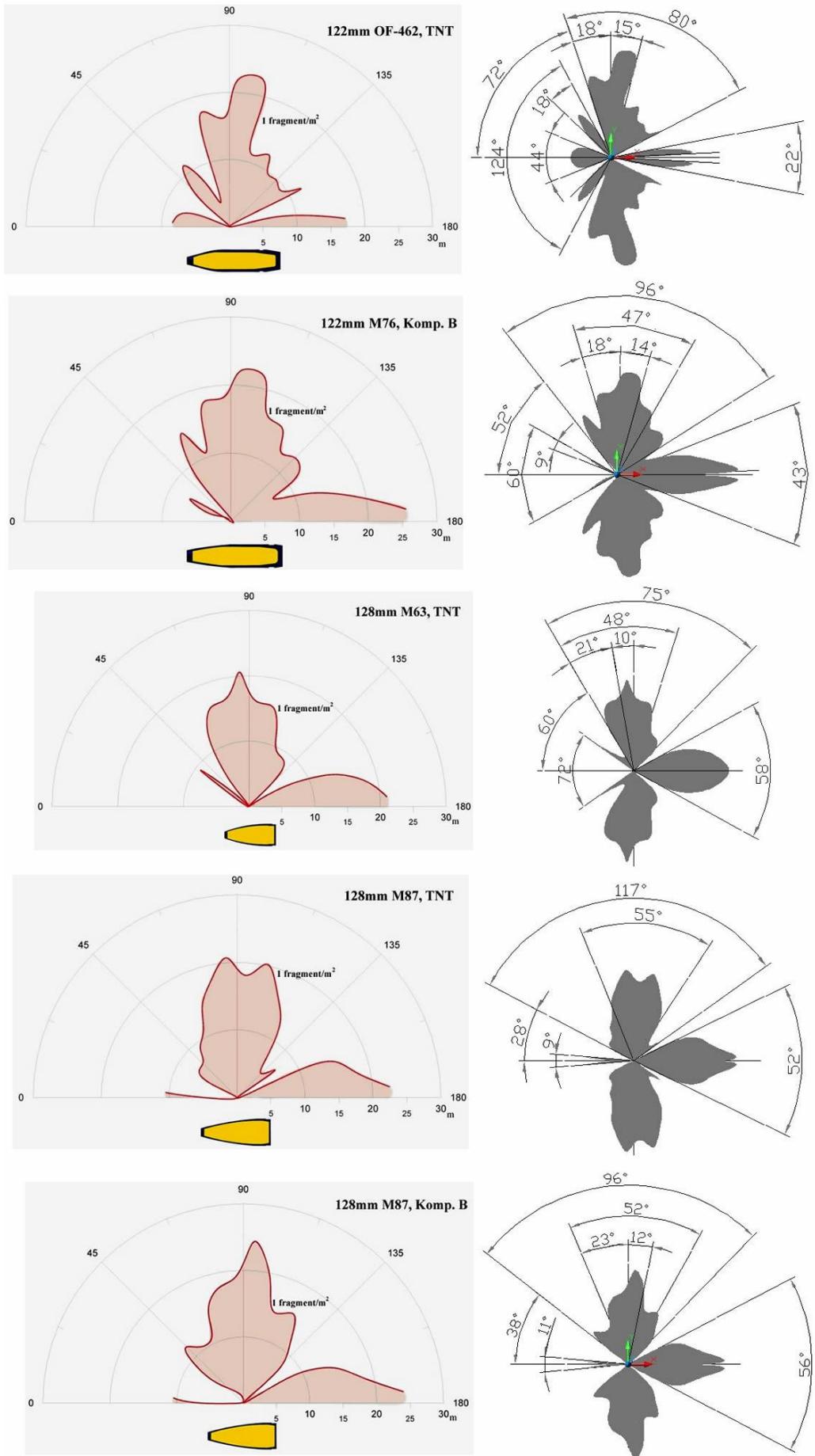
Grafičko predstavljanje smrtonosne zone (sl. 2.19) može se izvršiti softverski, upotrebom polarnih dijagrama u logaritamskoj skali.

Vrlo korisnim se pokazala upotreba CAD sistema u analizi smrtonosne zone jer CAD sistemi pružaju dodatne mogućnosti. Jedna od njih je mogućnost preciznog određivanja ugaonih segmenata pojedinih snopova fragmenata (sl. 2.19).

Ulazne podatke za CAD modeliranje smrtonosne zone predstavlja niz tačaka sa istim gustinama efikasnih fragmenata ( $1 \text{ frag/m}^2$ ) i koordinate centara panela polukružne arene, čime se kreira polarni koordinatni sistem.

Na osnovu tih podataka, metodom interpolacije spline funkcijom, u CAD softveru mogu se dobiti spomenute krive izogustina koje ograničavaju smrtonosnu zonu visoko-eksplozivnih projektila. Jednom kada se smrtonosna zona kreira u CAD softveru, trivijalan zadatak je određivanje veličine ugaonih segmenata pojedinih snopova fragmenata (sl. 2.19) iz tačke koja predstavlja centar eksplozije.

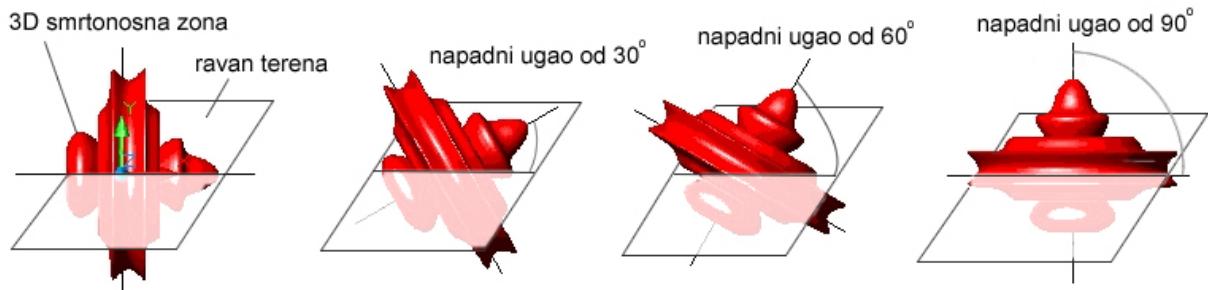
CAD sistemi takođe omogućavaju brzo i efektivno određivanje realne površine smrtonosne zone na terenu.



Sl. 2.19 Smrtonosne zone HE projektila [263]

Osim analize ugaonih segmenata pojedinih snopova fragmenata i analize površine smrtonosne zone HE projektila (sl. 2.21), manipulacija modela smrtonosne zone u CAD softverima omogućava transformaciju 2D modela smrtonosne zone u 3D model (sl. 2.20).

Zečević et al. su u svojim istraživanjima [151] izvršili prikaz 3D modela smrtonosne zone (sl. 2.20). Na ovaj način se dobija prostorni prikaz smrtonosne zone koji se može koristiti u drugim isražavanjima (npr. u balističkoj forenzici HE projektila u urbanim sredinama, procjena efekata određenih projektila za različite parametre bojišta, itd.).



Sl. 2.20 Procjena smrtonosne zone za različite padne uglove HE projektila [151]

3D model smrtonosne zone ujedno omogućava i procjenu smrtonosne zapremine oko visoko-eksplozivnih projektila, parametar koji može pokazati koliko su zaista efikasni HE projektili u prostoru.

Jedna od prednosti 3D modela smrtonosne zone je i mogućnost procjene smrtonosne zone HE projektila za različite padne uglove projektila, kao i procjena ukupne površine tih smrtonosnih zona [151] (sl. 2.21).

Ovaj aspekt analize smrtonosne zone dobija na značaju, budući da je većina eksperimentalnih testova u areni statickog tipa, tj. projektil miruje u vodoravnom položaju u centru polukružne arene.

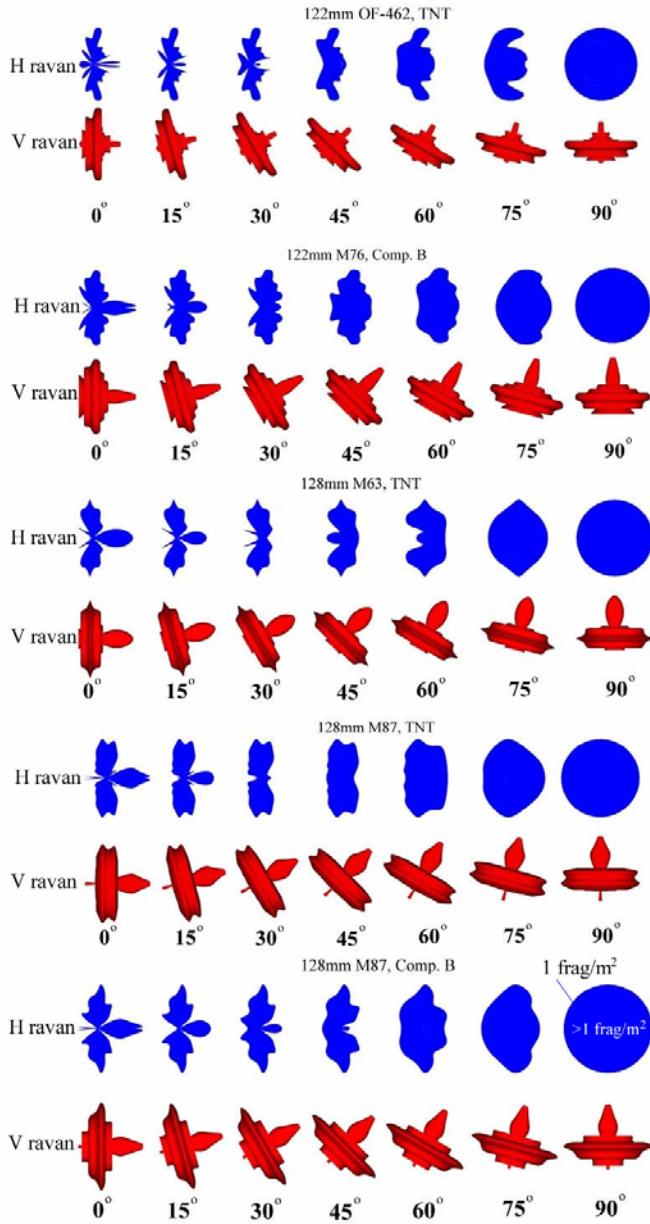
U svojim istraživanjima [151] Zečević et al su pokazali uticaj padnog ugla na smrtonosnu zonu HE projektila (sl. 2.21). Osim toga, 3D model smrtonosne zone može se transponovati na bilo koju visinu iznad tla, čime se može simulirati i eksplozija iznad tla.

Proračun parametara smrtonosne zone HE projektila (npr. površina smrtonosne zone na tlu, zapremina smrtonosne zone, površina smrtonosne zone na tlu za različite padne uglove i visine detonacije, itd) je vremenski dosta zahtjevan (obrada podataka iz testa, crtanje polarnih dijagrama, kreiranje 2D i 3D modela zone, kreiranje modela različitih upadnih uglova i visina detonacije).

U tu svrhu Katedra za obrambene tehnologije razvila je program (izlaz programa dat je na sl. 2.22), napisan u MatLab-u, koji omogućava brz i efektivan proračun spomenutih parametara smrtonosne zone HE projektila, na osnovu eksperimentalnih podataka iz arene. Ovaj program ne može se koristiti za procjenu smrtonosne zone HE projektila bez odgovarajućih eksperimentalnih podataka iz polukružne arene (podaci o broju proboga fragmenata kroz pojedine panele na sva četiri sektora arene, zavisno od polarnog ugla panela).

Ulagane parametre ovog MatLab programa (sl. 2.22), dakle, predstavljaju rezultati eksperimenta u polukružnoj arenii (broj proboga fragmenata po panelima za sva četiri sektora), i ti podaci daju se obično u .txt formatu. Dokument se interaktivno učitava pri pokretanju programa.

Program daje detaljan grafički prikaz 2D i 3D modela smrtonosne zone, te vrijednost površine smrtonosne zone u ravni tla (sl. 2.22). Takođe, programu je moguće interaktivno zadati bilo koju vrijednost gustine efikasnih fragmenata za koju se potom određuje efektivna zona u prostoru.



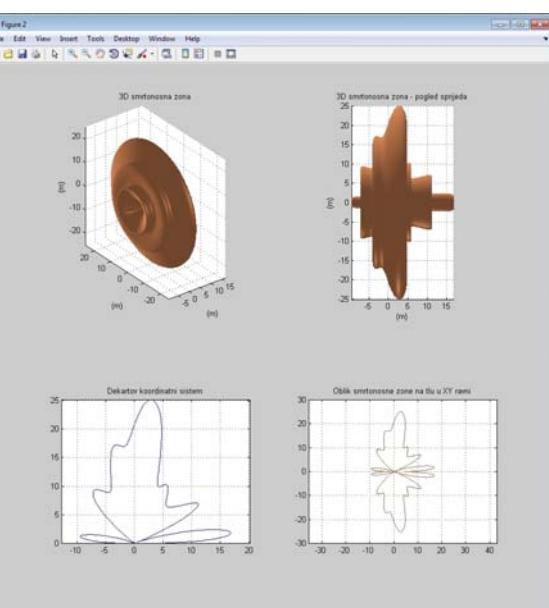
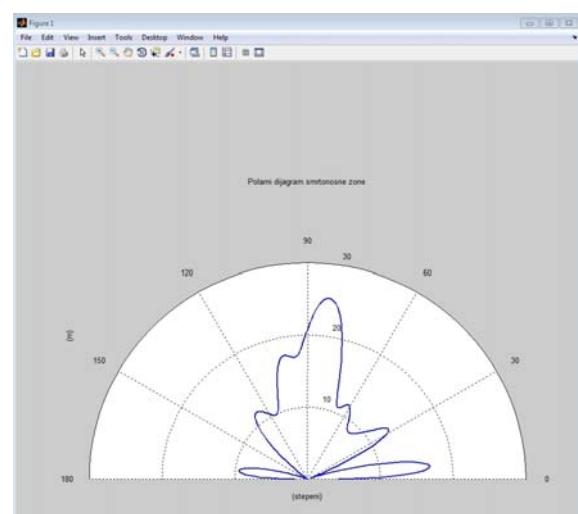
Sl. 2.21 Smrtonosna zona HE projektila za različite padne uglove projektila<sup>[151]</sup>

Istraživanjima je utvrđeno je da se smrtonosna zona visoko-eksplozivnih projektila povećava sa povećanjem padnog ugla projektila, primjenom eksploziva sa boljim energetskim karakteristikama (veća gustina, detonacijska brzina i detonacijski pritisak) i optimizacijom trase projektila (veći odnos  $C/M$ , manji odnos  $t/d$ ).<sup>[151]</sup>

#### 2.4.6 Dejstvo fragmenata na ljudsko tijelo

Učestalost ranjavanja vojnika dejstvom fragmenata sve je veća u vojnim sukobima, što pokazuje i tabela 2.4 koju je predstavio Ganzoni 1975. godine, gdje je dat prikaz postotka rana uzrokovanih projektilima malog kalibra i fragmentima HE projektila u različitim vojnim sukobima u periodu od oko stotinu godina.

Smanjena učestalost povrede od fragmenata HE projektila na Borneu i u Vijetnamu (tabela 2.4), u odnosu na prijašnje ratove (I i II svjetski rat, te korejski rat), posljedica su ratovanja na terenima obraslim gustim šumama, gdje je dominantniji efekat projektila malog kalibra.<sup>[177]</sup>



Sl. 2.22 MatLab program za proračun smrtonosne zone HE projektila

Balistika rana, u okviru terminalne balistike HE projektila, bavi se istraživanjem dejstva fragmenata na čovjeka i povredama tkiva, proces za koji su karakteristični visoki lokalni pritisci i velike brzine deformacije tkiva.

*Tabela 2.4 Postotak rana uzrokovanih projektilima malog kalibra i fragmentima u različitim vojnim sukobima u periodu od 100 godina [177]*

Vojni sukobi u periodu od oko 100 godina	Postotak rana uzrokovanih projektilima malog kalibra (%)	Postotak rana uzrokovanih fragmentima (%)
Austro-prusinski rat, 1866		
Prusija	79	16
Austria	90	3
Francusko-njemački rat, 1870 - 1871		
Njemačka	70	25
Francuska	94	5
I svjetski rat, 1914 - 1918 (V. Britanija)	39	61
II svjetski rat, 1939 - 1945 (V. Britanija)	10	85
Korejski rat, 1950-1951 (SAD)	7	92
Rat na Borneu, 1963 - 1965 (V. Britanija)	90	-
Vijetnamski rat, 1965-1966 (SAD)	52	44
Vijetnamski rat, 1967 (SAD)	49	50
Vijetnamski rat, 1971 (SAD)	40	-

Mehaničko dejstvo raznih objekata na tijelo čovjeka izučava se dugo vremena i dosadašnja istraživanja dejstva fragmenta HE projektila na ljudsko tkivo pokazali su da oblik, masa i brzina fragmenta značajno utiču na karakter povrede, pri čemu se tijelo čovjeka mora posmatrati kao složen i nehomogen cilj.

Tijelo čovjeka veoma je osjetljivo na vanjske uticaje koji mogu biti zasnovani na mehaničkom dejstvu (udar, spoljne i unutrašnje povrede), topotnom dejstvu, hemijskom dejstvu na pojedine organe, biološkom dejstvu, radioaktivnom zračenju, itd.

Mehaničko dejstvo na ljudsko tijelo izučava se dugo i dosadašnja istraživanja ponašanja ljudskog tijela prilikom prodora fragmenta u tkivo pokazuju slijedeće [177]:

- Oblik i masa fragmenta utiču značajno na karakter povrede.
- Ljudsko tijelo mora se posmatrati kao složen nehomogen cilj jer nije svejedno u koji će dio tijela čovjek biti pogoden i kakav će učinak izazvati.
- Brzina fragmenta u trenutku udara utiče značajno na karakter povrede.

Generalno govoreći, moguća su dva načina onesposobljavanja čovjeka (ljudski cilj): pogotkom u njegov centralni nervni sistem, kada nastupa trenutno onesposobljavanje i onesposobljavanje uslijed gubitka krvi, nastalo zbog masovnog krvarenja (npr. kada fragmenti uzrokuju velike rane). Potrebno je naglasiti da onesposobljavanje čovjeka najčešće nije trenutačan proces, već traje određeno vrijeme [177].

Opitni mediji koji se koriste u balistici rana, u cilju proučavanja efekta na čovjeka su [177] drvo, glina, voda, balistički želatin, i glicerinski sapun (sl. 2.23).



Sl. 2.23 Simulacija rane uslijed udara čelične sfere prečnika 5mm, pri brzini od 1500 m/s [26,177]

Visoko-eksplozivne bojeve glave koje svojim rasprskavanjem (nakon detonacije) generišu fragmente pokazale su se efikasne ne samo u onesposobljavanju boraca, već su u isto vrijeme sposobne da nanesu oštećenja materijalim sredstvima, što je nekad i važnije u artiljerijskim misijama.

Povrede nastale od fragmenata su, u opštem slučaju, veoma teške povrede, jer su fragmenti oštiri, nepravilnog oblika (najčeće izduženi i manjih dimenzija), i velikih brzina (i do 2000 m/s) koje su mnogo veće nego udarne brzine projektila malog kalibra.

Fragmenti HE projektila tokom svoga leta kroz atmosferu najčešće nisu stabilni. Kada fragment dođe do cilja, brzo dolazi do stabilizacije fragmenta u kanalu rane.

Prilikom prodora fragmenta u tkivo dolazi do pojave manjih ili većih udarnih talasa koji se šire ispred fragmenta i u stranu. Pri daljem prodiranju fragment prenosi ostatak kinetičke energije na tkivo savladajući kohezione i inercione sile čestica tkiva, kidajući ih i odbacujući dalje u smjeru kretanja i bočno. Iza fragmenta se stvara šupljina konusnog oblika (sl. 2. 23). Daljim kretanjem fragmenta, šupljina se smanjuje i pulsiranje tkiva prestaje [177].

Fragmenti zbog svojih velikih udarnih brzina, relativno male mase i nepravilnog oblika (najčešće vrlo oštih ivica) mogu biti locirani relativno daleko od ulaznog otvora rane. To povrede, nastale dejstvom fragmenata, čini opasnim zbog nekoliko činjenica [30]:

- Djeluju kao žarište moguće infekcije. Fragmenti koji su penetrirali u crijeva mogu uzrokovati infekcije sa ozbiljnim posljedicama.
- Mogu dosjeti u krvotok, i uzrokovati embolizam (začepljenje krvnog suda).
- Mogu osloboditi metalne jone koji uzrokuju hemijsku promjenu krvnog sistema. Ako fragment sadrži toksične materijale, povreda je još opasnija.
- Povećavaju površinu rane.
- Mogu se nalaziti na takvom mjestu u tijelu da se ne mogu ukloniti bez ozbiljnih posljedica po čovjeka (mozak, kičmena moždina, srce, itd).

Različiti tjelesni organi pokazuju različitu tolerantnost na dejstvo fragmenata. Pluća imaju malu specifičnu masu i dosta su fleksibilna. Daju mali otpor kretanju fragmenta čiji je rezultat disipacija energije fragmenta.

Koža je dosta otporna na balističke povrede. Do kidanja kože može doći uslijed prodiranja fragmenta, ali obično veoma malo devitalizirane kože treba da se ukloni. Mattoo je 1984. godine

izvršio testove sa olovnim sferama prečnika 9,14mm, mase 4,5g, i utvrdio da se granična brzina prodiranja kože za takve olovne sfere kreće oko 65 m/s.

Ljudske kosti, generalno govoreći, imaju veću gustinu, teže su i čvršće od okolnog tkiva, ali nisu elastične kao tkivo. Direktan pogodak može uzrokovati teška razaranja kostiju. Fragment može u direktnom kontaktu sa kostima izazvati lom kostiju, kao i potiskivanje dijelova kostiju u pravcu kretanja fragmenta. Smrskane kosti će se nakon toga pomjerati prema naprijed u okolno meko tkivo. Postoje izvještaji o dijelovima kostiju iz kosti natkoljenice koji su penetrirali u adbomen, pa čak i da su nađeni u grudnom košu ili plućima.

Lobanja se sastoji od 22 kosti, spojene zajedno u strukturalni sistem koja štiti mozak čovjeka. Iako se otpornost mozga ne razlikuju mnogo od strukturalne otpornosti mišićnog tkiva, čvrstoća mozga mnogo je manja. Primarne povrede glave su kategorizirane kao: frakture lobanje, fokalne povrede i difuzne povrede mozga.

Direktan pogodak fragmenta HE projektila uvijek uzrokuje ozbiljne povrede mozga. Tangencijalan pogodak u lobanju može uzrokovati torziono kretanje glave većeg intenziteta, što može dovesti do ozbiljnih povreda, čak i u slučaju kada se nosi zaštitna kaciga ili neki drugi vid zaštitne opreme.

Poseban problem u balistici rana je udar fragmenata HE projektila u kičmu čovjeka. Naime, penetracija kičme kod čovjeka fragmentima predstavlja ozbiljnu povodu koja često dovodi do paralize osobe<sup>[117]</sup>.

## 2.5 AERODINAMIKA FRAGMENATA

Aerodinamika je nauka koja proučava zakone kretanja zraka i njegovu interakciju sa čvrstim tijelima u njemu. Područje aerodinamike usko je vezano uz mehaniku fluida, termodinamiku i dinamiku gasova.

Arbitrarno, područje aerodinamike se može podijeliti na spoljašnju i unutrašnju aerodinamiku. Spoljašnja aerodinamika se bavi predviđanjem sila, momenata i transfera topote na tijela koja se kreću kroz zrak. Unutrašnja aerodinamika proučava tok zraka kroz cijevi i unutrašnje strukture, pri čemu se predviđaju osobine toka, npr. unutar rakete, mlaznih motora, testne sekcije zračnog tunela i sl. U spoljašnjoj aerodinamici proučava se generisanje sila i momenata na različite aero profile, krila, konfiguracije aviona i ostalih tijela koja se kreću kroz zrak<sup>[157]</sup>.

Fragmenti HE projektila mogu se, generalno, predstaviti kao zatupljena tijela koja se karakteriziraju visokim brzinama, viskoznim i stišljivim tokom, dominantnim otporom uslijed pritiska, udarnim talasima ispred, bočno i iza fragmenta, pretežno turbulentnim strujanjem zbog velikih brzina, nestacionarnim poljem brzina i pritisaka, te odvajanjem graničnog sloja od površine fragmenta tokom njegovog kretanja kroz vazduh<sup>[167]</sup>.

Općenito govoreći, kada se molekule kreću kroz određeni fluid, čak i nasumično, one prenose svoju masu, količinu kretanja i energiju sa jedne na drugu lokaciju u fluidu. Ovaj prenos na molekularnoj skali dovodi do difuzije mase, viskoznosti (trenja) i termičke provodljivosti. Svi realni tokovi pokazuju efekte transportnih fenomena – to su viskozni tokovi. Nasuprot tome, za neviskozan tok se pretpostavlja da ne postoji trenje, termička provodljivost ili difuzija. Ovakvi tokovi ne postoje u prirodi, ali postoje mnogi aerodinamički tokovi gdje je uticaj transportnih fenomena mali pa se uspješno koriste spomenute aproksimacije za neviskozan tok.

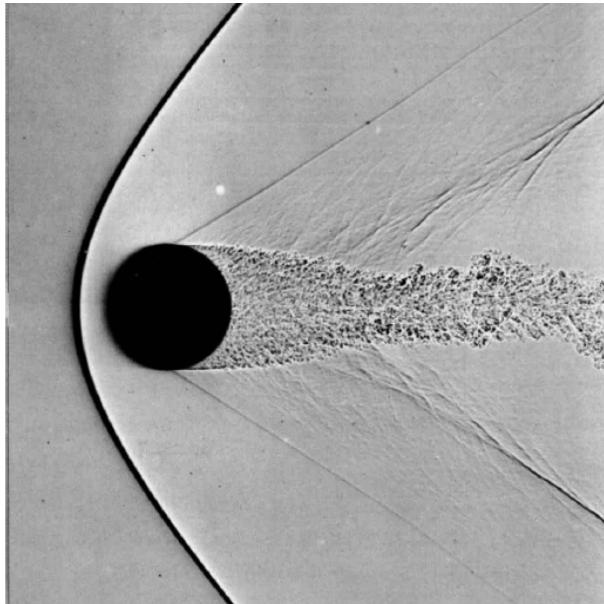
Kod tokova sa velikim Reynolds-ovim brojem (bezdimenzionalni koeficijent odnosa inercijalnih i viskoznih sila), uticaj trenja, termičke provodljivosti i difuzije je ograničen na veoma tanki sloj fluida u kontaktu sa tijelom (granični sloj) dok je ostatak toka praktično neviskozan. Kod nekih tokova efekti viskoznosti su dominantni. Takav je npr. tok fluida oko tijela pod većim napadnim uglom, oko tupih tijela (kakav se može smatrati cilindar, kocka, pa i fragment HE projektila).

Tok u kojem je gustina fluida konstantna naziva se nestišljivi tok. Svi tokovi su manje-više stišljivi jer potpuno nestišljivi tokovi ne postoje u prirodi. Tokovi kod kojih je Mach-ov broj (bezdimenzionalni koeficijent odnosa brzine slobodnog toka prema brzini zvuka slobodnog toka) manji od 0,3 smatraju se nestišljivim<sup>[157]</sup>.

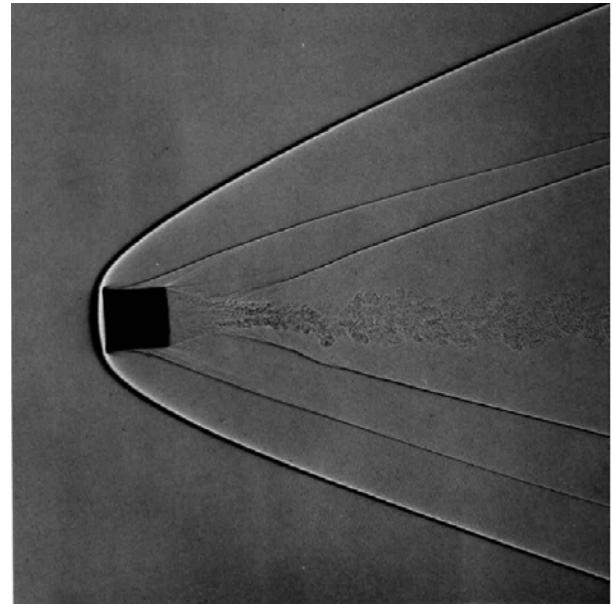
Postoji nekoliko režima toka fluida, koristeći kriterij vrijednosti Mach-ovog broja<sup>[157, 166]</sup>.

1. *Subsonični tok* ( $M < 1$  u cijelom toku). Tok se naziva subsoničnim ako je Mach-ov broj manji od 1 u svakoj tački toka i karakterističan je po laminarnim strujnicama. Kako je brzina toka svugdje manja od 1 Ma, poremećaji u toku se propagiraju i uz tok i niz tok. Ako je Mach-ov broj slobodnog toka manji od jedan to ne znači totalno subsoničan tok oko cijelog tijela. Ukoliko se brzina toka povećava i ako je Mach-ov broj slobodnog toka blizu jedinici, lokalni Mach-ov broj može postati supersoničan u određenim regionima toka. To znači da je pri  $M < 0,8$  tok oko vitkih tijela subsoničan, dok kod tupih tijela  $M$  mora biti i manje od 0,8.
2. *Transonični tok* (mješani regioni gdje je  $M < 1$  i  $M > 1$ ). Ako je Mach-ov broj subsoničan, ali blizu jedinice, tok može postati lokalno supersoničan ( $M > 1$ ). Ako se Mach-ov broj poveća malo iznad jedinice, formira se zakriviljeni (tupi) udarni talas u obliku luka (eng. Bow shock) ispred tijela. Iza ovog udarnog talasa tok je lokalno subsoničan. Ovaj subsonični tok se dalje širi do niske supersonične vrijednosti iznad samog tijela. Na krajevima tijela se obično generišu slabi udarni talasi, ponekad u obliku tzv. ribiljeg repa. Polja toka kod ovih brzina karakteriziraju se mješanim subsonično-supersoničnim tokovima. Zato se takvi tokovi zovu transonični. Kao generalno pravilo za vitkija tijela, transonični tokovi se pojavljuju pri opsegu Mach-ovih brojeva slobodnog toka od  $0,8 < M < 1,2$ .
3. *Supersonični tok* ( $M > 1$  u cijelom toku). To je tok u kojem je Mach-ov broj veći od 1 u svakoj njegovoj tački. U disertaciji je od najvećeg značaja upravo supersonični tok jer se fragment kreće pretežno supersoničnim brzinama na udaljenosti do oko 50m, značajno sa stajališta smrtonosne zone projektila. Ovakve tokove karakterizira prisustvo udarnih talasa u kojima se parametri toka mijenjaju diskontinualno. Tok ostaje supersoničan iza udarnog talasa u obliku konusa. U ovom slučaju pojavljuju se i tzv. ekspanzioni talasi. Vrijednost Mach-ovog broja slobodnog toka  $M > 1,2$  uzima se kao vrijednost pri kojem nastupa potpuno supersonično strujanje. Međutim, to zavisi i od samog oblika tijela. Ako se na primjer ugao vrha tijela dovoljno poveća, udarni talas će se početi odvajati od vrha tijela i formirat će se kosi udarni talas sa značajnim regionom subsoničnog toka iza talasa. To znači da tok neće biti potpuno supersoničan ako je taj ugao preveliki za dati Mach-ov broj. Ovaj fenomen odvajanja udarnog talasa može se pojaviti pri bilo kojoj vrijednosti  $M > 1$ , ali generalno vrijednost ugla vrha tijela pri kojoj se to dešava raste sa porastom Mach-ovog broja. To znači da je pravilo  $M > 1,2$  za supersonični tok arbitrarno, i treba voditi računa i o drugim aspektima problema. U supersoničnom toku, zbog toga što je lokalna brzina toka veća od brzine zvuka, poremećaji koji su nastali u nekoj tački u toku ne mogu se propagirati uz tok.
4. *Hipersonični tok* (velike supersonične brzine,  $M > 5$ ). Povećanjem Mach-ovog broja (iznad vrijednosti 1), udarni talas se sve više približava površini tijela, što dovodi do većih temperatura u području između udarnog talasa i tijela. Ako je Mach-ov broj dovoljno veliki, ovaj sloj između udarnog talasa i tijela postaje veoma tanak i javljaju se interakcije između samog talasa i viskoznog graničnog sloja na površini tijela. Temperature spomenutog sloja postaju dovoljno velike da se započnu hemijske reakcije u vazduhu. Molekule  $O_2$  i  $N_2$  se razdvajaju i dolazi do disocijacije molekula gasa. Kada Mach-ov broj postane dovoljno veliki da viskozna interakcija i ili efekti hemijske reakcije postanu dominanti u toku tada se tok naziva hipersoničnim. Generalno pravilo je da tok postaje hipersoničan za  $M > 5$ . Kod određenih HE projektila sa relativno velikim odnosom mase eksploziva prema masi tijela  $C/M$ , početne brzine fragmenata mogu biti veće od 5 Ma, ali kretanje u hipersoničnoj zoni obično traje veoma kratko.

Na slikama 2.24 i 2.25 prikazani su snimci projekcionog uređaja (eng. Shadowgraph) kojim se može vizuelizirati tok oko zatupljenih tijela i varijacije u gustini toka.



Sl. 2.24 Vizuelizacija toka oko sfere pri  
 $M=1,5$ <sup>[168]</sup>



Sl. 2.25 Vizuelizacija toka oko cilindra pri  
 $M=3,6$ <sup>[168]</sup>

Sl. 2.24 prikazuje zakriviljeni udarni talas ispred sfere i kosi udarni talas bočno oko sredine sfere, kao i nastajanje turbulentnog toka pri brzini sfere  $M = 1,5$ .

Na sl. 2.25 prikazan je tok oko tijela cilindričnog oblika (nastrujavanje u pravcu podužne ose simetrije cilindra) pri brzini od  $M = 3,6$ . Optička distorzija uzrok je što tijelo na slici izgleda zgnjećeno. U ovom slučaju primjetni su zakriviljeni udarni talas i dva karakteristična kosa udarna talasa – prvi, nastao uslijed odvajanja graničnog sloja, a drugi - dejstvom turbulentnog toka u zoni podprtitska iza cilindričnog tijela<sup>[168]</sup>.

## 2.5.1 Aerodinamičke sile i momenti

Aerodinamičke sile i momenti nastaju kao posljedica distribucije pritiska i tangencijalnog napona na površini tijela koje se kreće kroz atmosferu.

Pritisak  $p$  djeluje normalno na površinu tijela, dok tangencijalni napon  $\tau$  tangira površinu tijela. Tangencijalni napon nastaje uslijed trenja između tijela i zraka koji ga opstrujava. Glavni cilj teoretske aerodinamike je upravo određivanje  $p$  i  $\tau$  za dati oblik tijela i uslove slobodnog toka, te uz pomoć dobijenih vrijednosti - određivanje aerodinamičkih sila i momenata<sup>[157]</sup>.

Ukupni efekat dejstva pritiska i tangencijalnog napona, integriranih preko cijele površine tijela, predstavlja rezultantna (ukupna) aerodinamička sila  $\vec{F}_R$  i rezultantni moment  $\vec{M}_R$ .

Rezultantna sila  $\vec{F}_R$  djeluje u tzv. centru pritiska  $c_p$ , pri čemu se, u općem slučaju, centar mase tijela  $c_m$  ne nalazi u centru pritiska  $c_p$ . Rezultantni moment sile  $\vec{M}_R$  jednak je momentu sile  $\vec{F}_R$  za centar mase (težište) fragmenta.

Generalno, ukupna aerodinamička sila  $\vec{F}_R$  koja djeluje na tijelo jednaka je sumi svih elementarnih sila na ukupnu površinu tijela. Koristeći dimenzionu analizu, aerodinamička sila  $\vec{F}_R$  može se, u općem obliku, predstaviti kao funkcija slijedećih varijabli:

$$\vec{F}_R = f(\rho, v, l, \mu, a) \quad (2.35)$$

U izrazu 2.35 su:  $\rho$  - gustina slobodnog toka,  $v$  - brzina slobodnog toka,  $l$  - referentna dužina opstrujavanja,  $\mu$  - koeficijent viskoznosti, i  $a$  - brzina zvuka slobodnog toka.

Nakon primjene dimenzione analize na izraz 2.35, može se napisati:

$$f\left(\frac{F_R}{\frac{1}{2}\rho v^2 S}, \frac{\rho v l}{\mu}, \frac{v}{a}\right) = 0 , \quad (2.36)$$

pri čemu je  $S$  - referentna površina opstrujavanja. Referentna površina tijela  $S$  i referentna dužina tijela  $l$  izabiraju se najčešće arbitrarno. Za različite oblike tijela,  $S$  i  $l$  mogu biti različite stvari. Kod osno-simetričnog tijela (npr. sfere)  $S$  je površina poprečnog presjeka, a  $l$  - prečnik <sup>[157]</sup>.

U izrazu 2.36 figurišu bezdimenzionalni koeficijenti koji su važni u aerodinamici:

$$\text{Reynolds-ov broj:} \quad \text{Re} = \frac{\rho v l}{\mu} \quad (2.37)$$

$$\text{Mach-ov broj:} \quad M = \frac{v}{a} \quad (2.38)$$

Ukoliko se prvi dio izraza 2.36 napiše u obliku  $C_{F_R} = F_R / (0,5 \rho v^2 S)$ , gdje je  $C_{F_R}$  - bezdimenzioni koeficijent ukupne aerodinamičke sile  $F_R$ , onda slijedi da je:

$$C_{F_R} = f(\text{Re}, M) \quad (2.39)$$

To znači da je koeficijent ukupne aerodinamičke sile  $C_{F_R}$  funkcija samo Reynolds-ovog i Mach-ovog broja. Time je izraz 2.36 smanjen sa pet na dvije zavisne varijable,  $\text{Re}$  i  $M$ .

Ova dva bezdimenziona koeficijenta se još zovu i parametri sličnosti jer se za dato tijelo i za dati napadni ugao tijela, variranjem samo bezdimenzionalnih koeficijenata  $\text{Re}$  i  $M$  može doći do podataka za direktnu formulaciju sile  $F_R$  <sup>[157]</sup>.

Osim aerodinamičkih sila i momenata, u aerodinamici se ukazala potreba za uvođenjem bezdimenzionalih aerodinamičkih koeficijenata (sila i momenata).

Ukoliko se sa  $\rho$  i  $v$  definišu gustina i brzina slobodnog toka, izraz za dinamički pritisak  $q$  u slobodnom toku postaje <sup>[157]</sup>:

$$q = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (2.40)$$

Budući da su parametri  $S$  i  $l$  definisani kao referentna površina i referentna dužina tijela, bezdimenzioni koeficijenti sila ( $F_i$ ) i momenata ( $M_i$ ) mogu se, u konačnici, izraziti na slijedeći način:

$$\text{Koeficijent sile} \quad C_F = \frac{F_i}{qS} \quad (2.41)$$

$$\text{Koeficijent momenta} \quad C_M = \frac{M_i}{qSl} \quad (2.42)$$

Ukoliko se radi o trodimenzionalnom toku oko tijela neregularnog oblika kao što je fragment HE projektila, u gornjim izrazima figuriraju po tri komponente sile ( $F_x, F_y$  i  $F_z$ ) i tri komponente momenata ( $M_x, M_y$  i  $M_z$ ).

U slučaju općeg kretanja tijela figuriraju aerodinamički koeficijenti aksijalne, bočne i normalne sile, te koeficijenti aerodinamičkih momenata valjanja, propinjanja i skretanja.

Kretanje fragmenta kroz atmosferu je složeno, i efekti prevrtanja fragmenata igraju bitnu ulogu u procesu njihovog usporavanja prilikom kretanja kroz prostor.

Što se tiče referentne površine, ukoliko se radi o fragmentu, u dostupnoj literaturi spominju se dva načina procjene ove površine kod fragmenta. Prvi način, češće spominjan u literaturi, podrazumijeva da se prepostavi oblik fragmenta i na osnovu toga odredi projekcija izložene kvašene površine fragmenta okomito na pravac vektora njegove brzine.

Pri tome se referentna površina fragmenta  $S$ , okomita na pravac vektora brzine, može aproksimirati slijedećim izrazom<sup>[8, 34]</sup>:

$$S = \frac{1}{4} S_p, \quad (2.43)$$

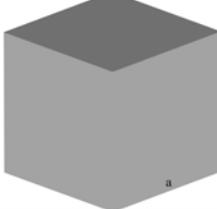
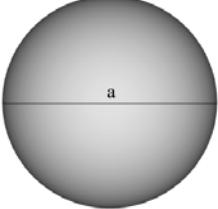
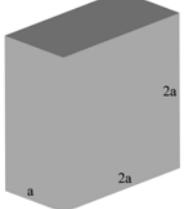
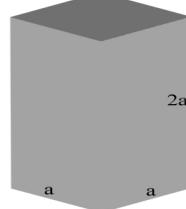
gdje je  $S_p$  ukupna vanjska površina fragmenta.

Kod predviđanja trajektorije fragmenata HE projektila kroz atmosferu mogu se prepostaviti različiti oblici fragmenata: kocka, sfera, pravougli paralelepiped različitih dimenzija, cilindar, elipsoid, itd.

Za prepostavljene oblike, masu  $m$  i gustinu materijala  $\rho_f$ , mogu se izvesti izrazi koji daju odnos projekcije površine fragmenta i njegove mase  $S/m$ , kao i ekvivalentne dimenzije fragmenta  $a$ .

U tabeli 2.5 dati su upravo odnosi  $S/m$  i ekvivalentna dimenzija fragmenta  $a$ , za prepostavljene (geometrijske) oblike fragmenata<sup>[12]</sup>.

*Tabela 2.5 Geometrijski odnosi za prepostavljene oblike fragmenata*

				
Kocka	Sfera	Cilindar	Paralelepiped 1	Paralelepiped 2
$V = a^3$	$V = \frac{a^3 \pi}{6}$	$V = \frac{a^3 \pi}{4}$	$V = 4a^3$	$V = 2a^3$
$S_p = 6a^2$	$S_p = a^2 \pi$	$S_p = \frac{3}{2} a^2 \pi$	$S_p = 16a^2$	$S_p = 10a^2$
$S = \frac{A_p}{4} = \frac{3}{2} a^2$	$S = \frac{1}{4} a^2 \pi$	$S = \frac{3}{8} a^2 \pi$	$S = 4a^2$	$S = \frac{5}{2} a^2$
$\frac{S}{m} = \frac{3}{2\rho_f a}$	$\frac{S}{m} = \frac{3}{2\rho_f a}$	$\frac{S}{m} = \frac{3}{2\rho_f a}$	$\frac{S}{m} = \frac{1}{\rho_f a}$	$\frac{S}{m} = \frac{5}{4\rho_f a}$
$a = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho_f}}$	$a = \sqrt[3]{\frac{6m}{\rho_f \pi}}$	$a = \sqrt[3]{\frac{4m}{\rho_f \pi}}$	$a = \sqrt[3]{\frac{m}{4\rho_f}}$	$a = \sqrt[3]{\frac{m}{2\rho_f}}$

Drugi način procjene referentne površine fragmenta podrazumijeva korištenje podataka iz eksperimentalnih testova fragmentacije HE projektila, na osnovu čega se, uz upotrebu regresione analize, dolazi do rezultata koji statistički bolje odgovaraju oblicima realnih fragmenata<sup>[12]</sup>.

## 2.5.2 Koeficijenti aerodinamičke sile

Iako su koeficijenti aerodinamičke sile značajni za procjenu putanje tijela, generalno, postoji vrlo malo dostupnih podataka o njihovim vrijednostima za tijela neregularnih oblika kao što je fragment.

Pregledom literature iz ove oblasti ustanovljeno je da se vrlo malo istraživača bavilo ozbilnjim istraživanjima sa ciljem procjene ovih koeficijenata pri čemu bi se uzeli u obzir oblik fragmenta, translatorna i ugaona brzina, i njegova realna površina. Generalno, postoji vrlo malo javno

dostupnih podataka o vrijednostima koeficijenta sile otpora  $C_D$ . Istraživanje koeficijenta otpora u toku leta fragmenata kroz atmosferu je veoma kompleksna oblast, a eksperimentalna ispitivanja skupa.

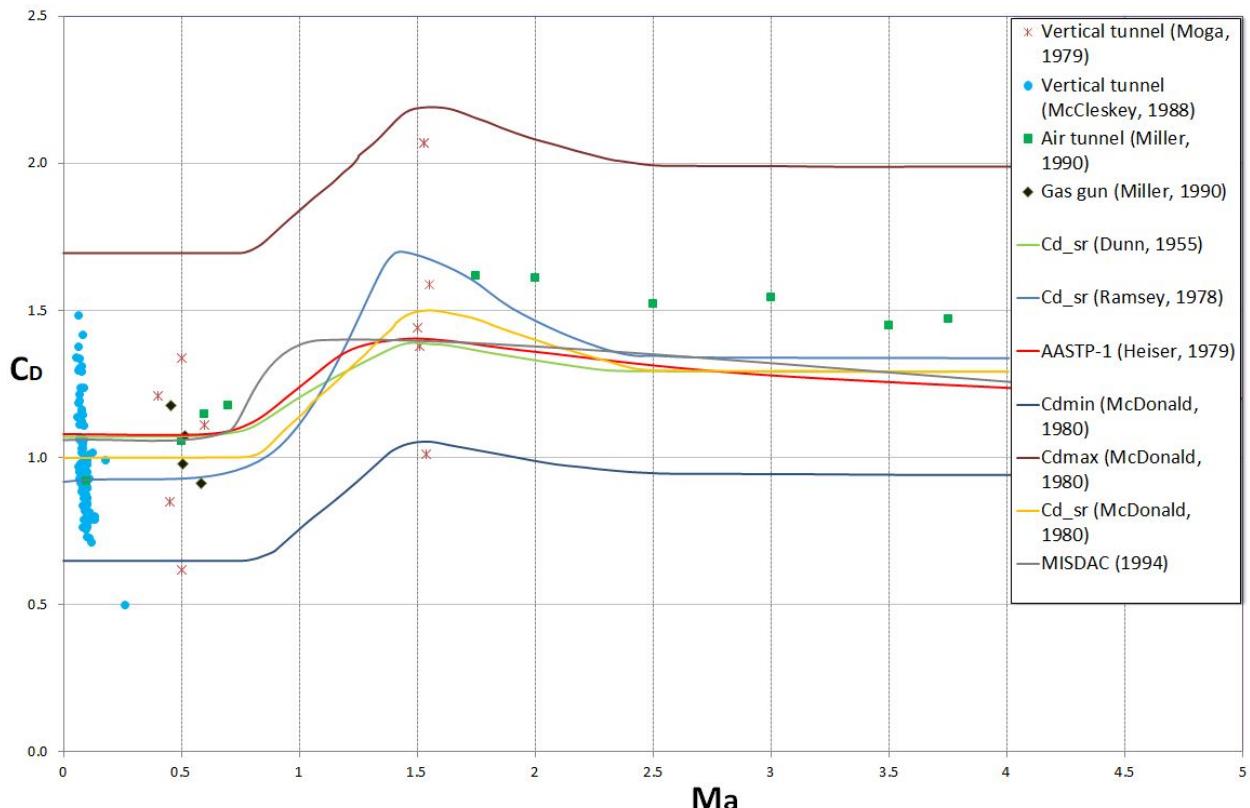
U većini studija [178,179,116,181,182,47,185,19] u kojima su vršena eksperimentalna istraživanja radi određivanja vrijednosti koeficijenta otpora  $C_D$  za fragmente cilj je bio određivanje vrijednosti  $C_D$  u subsoničnom režimu kretanja fragmenata, jer je vrijednost  $C_D$  u toj zoni kritična za određivanje ukupnog dometa fragmenta, radi utvrđivanja realne zone opasnog dejstva nakon moguće eksplozije vojnih skladišta ili stokova municije na otvorenom prostoru.

U dostupnim studijama ne razmatra se vrijednost koeficijenta otpora  $C_D$  u supersoničnom režimu kretanja. Istraživanja koja su vršena sa subsoničnom brzinom fragmenata [47,179] su se odnosile na procjenu opasnosti od slučajnog incidenta. Za te slučajevе je važan subsoničan režim kretanja fragmenata.

Treba napomenuti da dosta istraživača u svojim radovima navodi da se koeficijent otpora  $C_D$  za fragmente može uzeti i kao konstantna vrijednost [9,20,124,147], obrazlažući da se fragmenti u početnom dijelu putanje kreću brzinom i do nekoliko puta većom od lokalne brzine zvuka, a pri tim brzinama krive  $C_D(Ma)$  se vrlo malo mijenjaju.

Međutim, varijacija koeficijenta otpora  $C_D$  od neke minimalne  $C_{Dmin}$  do maksimalne vrijednosti  $C_{Dmax}$  može uticati na terminalno-balističke parametre HE bojeve glave, a ta činjenica se rijetko naglašava u literaturi.

Dijagram na slici 2.26 predstavlja sumarni prikaz svih javno dostupnih podataka o koeficijentima otpora  $C_D$  kod realnih fragmenata, nastalih detonacijom HE projektila. Dobijen je softverskom digitalizacijom dostupnih eksperimentalnih podataka stranih istraživača iz ove oblasti.



Sl. 2.26 Prikaz eksperimentalnih podataka za koeficijent otpora  $C_D$  [178,179,116,181,182,47,185,19]

Navedeni eksperimenti su značajni, ali važno je znati i njihove nedostatke. Jedan od nedostataka je što većina ovih testova sadrži vrlo malo podataka o vrijednostima  $C_D$  u supersoničnom režimu kretanja fragmenta. Drugi nedostatak je što nijedno istraživanje ne navodi podatak o tome na koji način se odredila referentna površina fragmenata koja dosta utiče na konačne vrijednosti  $C_D$ . Ovi

testovi (sl. 2.26) su izvšeni u periodu od 1955. do 1995. godine, i nisu dostupni podaci o tome da li su u novije vrijeme rađeni slični testovi, sa modernijom mernom opremom.

Istraživanjem literature o koeficijentu otpora za fragmente nije pronađeno nijedno istraživanje koje uključuje numeričke simulacije opstrujavanja vazduha oko realnih fragmenata nastalih detonacijom HE projektila, u kojem bi se ozbiljnije razmatrala fenomenologija kretanja realnog fragmenta u atmosferi i njegovi aerodinamički parametri.

Dunn i Porter su 1955. godine vršili eksperimentalna istraživanja<sup>[178]</sup> sa ciljem određivanja koeficijenta otpora za fragmente, prvenstveno za subsonični režim kretanja. Dobijeni rezultati nisu javno publikovani, ali na osnovu krive  $C_D$  vs  $Ma$  koju su objavili u radu moguće je konstruisati krivu eksperimentalnih srednjih vrijednosti koeficijenta otpora  $C_{Dsr}$  (sl. 2.26).

Ramsey, Smith i Powell su 1978. godine radili<sup>[179]</sup> na FRAGHAZ<sup>©</sup> programu (program za određivanje opasnosti od dejstva fragmenata nakon detonacije skladišta municije), u kojem su predstavili nešto drugačiju krivu eksperimentalno utvrđenih srednjih vrijednosti  $C_{Dsr}(Ma)$ , u odnosu na krivu definisanu od strane Dunn i Portera (sl. 2.26). Posebno se to odnosi na pomak maksimalne vrijednosti  $C_D$  u lijevu stranu dijagrama u odnosu na istraživanje Dunn i portera.

U NATO vojnom priručniku AASTP-1<sup>[116]</sup> dati su podaci, na osnovu njemačkih istraživanja iz 1979. godine (R. Heiser), o srednjim vrijednostima koeficijenta otpora  $C_{Dsr}$  u zavisnosti od Ma broja za fragmente neregularnog oblika (sl. 2.26). Nisu dostupne informacije za koje oblike i mase fragmenata se odnose dati podaci, te na koji način su utvrđene referentne površine fragmenata.

Moga i Kisielewski<sup>[181]</sup> su 1979. godine u eksperimentu sa vertikalnim zračnim tunelom, 58 fragmenata, sakupljenih nakon detonacije projektila 155 mm, podijelili na pet karakterističnih oblika (sl. 2.27) i odredili opseg koeficijenta otpora  $C_D$  za svaki oblik (sl. 2.26). Karakteristični oblici uključivali su fragmente prstenastog oblika (sl. 2.27) sa glatkom i zaobljenom površinom, te glatkim dnom, čije vrijednosti koeficijenta otpora su se kretale od 1,11 do 1,44. Potom su izdvojili fragmente prizmatičnog oblika gdje su neki dijelovi ravni i glatki, a vrijednost koeficijenta otpora kretala se od 1,211 do 1,59. Zatim, tu su fragmenti oblika kvazi-paralelepiped-a sa vrijednostima koeficijenata otpora od 1,34 do 2,07. Nalazili su i fragmente piramidalnih oblika sa ravnim dnom i oštrim vrhom, čiji koeficijenti otpora su bili od 0,65 do 1,36. Spomenuli su i fragmente klinastog oblika čije dvije do tri strane su glatke, sa vrijednostima koeficijenta otpora od 0,618 do 1,01. Nije poznato na koji način su odredili referentnu površinu fragmenta.

prstenasti oblik	prizmatični oblik	paralelepipedni oblik	piramidasti oblik	klinasti oblik
Glatka, zaobljena površina, ravno dno $C_D = 1.11 - 1.44$	Veći dijelovi su ravni i glatki, prizmatični oblik $C_D = 1.211 - 1.59$	Veći dijelovi su ravni i glatki, općenito pravougli oblik $C_D = 1.34 - 2.07$	Ravno dno, formira oštar vrh $C_D = 0.65 - 1.39$	Klinasti oblik, dvije od tri strane su često glatke $C_D = 0.618 - 1.01$

Sl. 2.27 Karakteristični oblici fragmenata iz istraživanja (Moga i Kisielewski)<sup>[181]</sup>

McDonald<sup>[182]</sup> je 1980 godine vršio testiranje sa više desetina fragmenata nastalih detonacijom avio-bombe Mk 81 (44 kg eksplozivnog punjenja), sa ciljem određivanja njihovog koeficijenta otpora  $C_D$ , pri opsegu Ma brojeva od 0,67 do 3,66. Fragmenti su podijeljeni u devet oblika. Samo jedanaest fragmenata je testirano u subsoničnim uslovima i utvrđeno je da njihov  $C_D$  varira od 0,68 do 1,61, dok je supersonični  $C_D$ , prema istraživanju varirao od 0,76 do 2,98.

Iz ovog eksperimentalnog programa nastale su krive minimalnog, maksimalnog i srednjeg koeficijenta otpora  $C_D$  u funkciji Mach-ovog broja (sl. 2.26) pri čemu je pretpostavljeno da će najmanje 95% svih fragmenata imati koeficijent otpora između minimalne i maksimalne prikazane granice.

Miller je u okviru inovativnih eksperimentalnih testova<sup>[185]</sup> 1990. godine za određivanje koeficijenta otpora  $C_D$  za fragmente nastale detonacijom HE projektila i bombi, vršio dvije vrste eksperimentalnih ispitivanja. Prvu seriju testova<sup>[185]</sup> Miller je izvršio u zračnom tunelu radi verifikacije FRAGHAZ<sup>®</sup> programa, ali i kao komparativna osnova za drugu vrstu ispitivanja - gasnim topom. U okviru testa u zračnom tunelu, replika fragmenta, pri čemu je originalni fragment ubačen u kalup i izliven njegov metalni model iste mase i oblika, postavljena je na postolje i okrenuta većom površinom prema zračnoj struci. Mjerna traka je postavljena na unutrašnjoj strani postolja kako bi se izmjerila sila otpora zraka.

Model fragmenta, površine  $0,000471 \text{ m}^2$  (što otprilike odgovara fragmentu mase između 20 i 30g), najprije je testiran u supersoničnom zračnom tunelu, pri Mach-ovim brojevima od 1,5 do 4. Zatim su izvršena ispitivanja u transoničnom zračnom tunelu, pri brzinama od 0,45 do 1,2 Ma. Rezultati su predstavljeni, takođe, na slici 2.26. Druga serija testova<sup>[185]</sup> izvršena je korištenjem gasnog topa sa ožlijebljrenom cijevi. Fragment istog oblika i mase kao u testovima u zračnom tunelu, nalazio se u polietilenском sabotu (nosač fragmenta) koji se nakon izlaska iz cijevi, uslijed sile otpora i rotacije, odvajao od fragmenta koji je nastavljao svoj let kroz atmosferu. Za određivanje brzine fragmenta u funkciji vremena Miller je koristio dopplerski radar sistem<sup>[185]</sup> koji je odašiljao mikrotalasni signal prema fragmentu i osluškivao njegov odraz, a zatim analizirao kako se frekvencija dolazećeg signala promjenila uslijed kretanja fragmenta. Na taj način izvršeno je precizno mjerjenje brzine fragmenta u odnosu na radar.

Na osnovu dobijenih podataka o brzini fragmenta, njegovoj masi i obliku, Miller je odredio koeficijent otpora  $C_D$  za date Ma brojeve. Ovaj tip testa ima prednost u odnosu na testove u zračnim tunelima jer se mogu dobiti podaci za veće Ma brojeve, a fragment zauzima prirodni položaj prilikom kretanja. I pored te činjenice, u testu je urađeno samo nekoliko ispitivanja, i to pri subsoničnim i transoničnim brzinama fragmenta (sl. 2.26). Verifikacija oba testa izvršena je sa sferom prečnika 25,4mm, za koju je poznat koeficijent otpora  $C_D$ <sup>[185]</sup>.

Na dijagramu sa sl. 2.26 prikazani su i eksperimentalni podaci za koeficijent otpora  $C_D$ , navedeni u sklopu holandskog programa MISDAC<sup>[19]</sup>, iako detaljniji opis ovih eksperimenata nije dostupan široj javnosti.

U dostupnoj literaturi nisu pronađeni eksperimentalni podaci o koeficijentima uzgona i momenta prevrtanja za fragmente nepravilnog oblika.

### 2.5.3 Udarni talasi i viskoznost toka

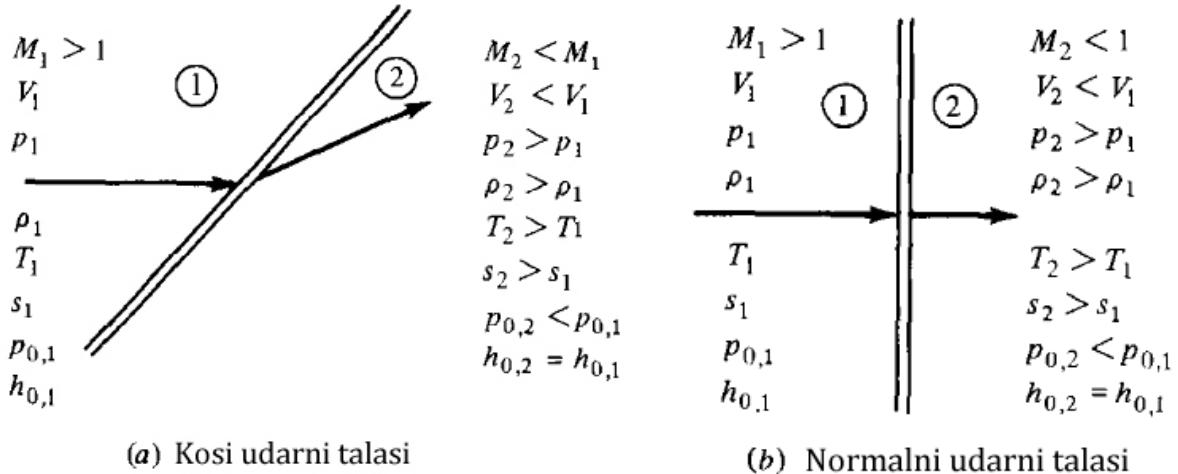
Udarni talas je ekstremno usko područje, tipično dužine reda  $10^{-4} \text{ mm}$ , u kojem se osobine toka menjaju diskontinualno. Najčešći su kosi udarni talasi (sl. 2.28a) koji zaklapaju određeni ugao u odnosu na tok, a postoje i normalni udarni talasi (sl. 2.28b) koji su ustvari specijalni slučaj kosih udarnih talasa. U oba slučaja udarni talas je gotovo eksplozivan proces kompresije gdje se pritisci povećavaju diskontinualno u vrlo kratkom vremenskom intervalu.

Na slici 2.28 prikazane su kvalitativne promjene parametara toka kroz kosi i normalni udarni talas. Statički pritisak  $p$ , gustina  $\rho$ , temperatura  $T$  i entropija  $s$  se povećavaju kroz udarni talas, dok se Mach-ov broj  $M$ , brzina  $v$  i ukupni pritisak  $p_0$  smanjuju.

Statički pritisak  $p$  definiše slučajno kretanja molekula gasa - to je pritisak kojeg osjeća tijelo koje se kreće zajedno sa gasom pri lokalnoj brzini toka. Ukupni (zaustavni, stagnacijski) pritisak  $p_0$  je pritisak u tački u kojoj je brzina fluida jednaka nuli, tj. kada je element fluida doveden u mirovanje izentropski (adijabatski i reverzibilno)<sup>[157]</sup>.

Tok kroz udarni talas se smatra adijabatskim tokom, tako da je ukupna entalpija  $h_0$  u tom slučaju konstantna<sup>[157]</sup>.

I u kosom i u normalnom udarnom talasu, tok ispred udarnog talasa mora biti supersoničan (npr.  $M_1 > 1$ ). Iza kosog udarnog talasa (sl. 2.28a), tok obično ostaje supersoničan ( $M_2 > 1$ ), ali sa manjim Mach-ovim brojevima ( $M_2 < M_1$ ). U određenim slučajevima tok iza kosog udarnog talasa može biti i subsoničan. Kod normalnih udarnih talasa (sl. 2.28b), tok iza talasa je uvijek subsoničan ( $M_2 < 1$ ).



Sl. 2.28 Promjena važnijih parametara toka kroz kosi i normalni udarni talas<sup>[157]</sup>

Generalno govoreći, u realnim slučajevima su kosi i ekspanzionalni udarni talasi najčešća vrsta udarnih talasa<sup>[157]</sup>.

Brzina zvuka je brzina širenja zvučnog talasa u nekom mediju i predstavlja važnu veličinu stišljivog toka. Brzina zvuka u kalorički idealnom gasu (kod kojeg se prepostavlja da ima konstantan topotni kapacitet) je funkcija samo temperature<sup>[157]</sup>:

$$a = \sqrt{\gamma R_s T} \quad (2.44)$$

Što je veća stišljivost gasa to je veća brzina zvuka. Za kalorički idealan gas, odnos ukupne (ili stagnacijske) temperature i statičke temperature (ili temperature slobodnog toka) -  $T_0/T$  je funkcija Mach-ovog broja<sup>[157]</sup>:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad (2.45)$$

Iraz (2.45) je važan jer sugerira da odnos ukupne temperature i statičke temperature zavisi samo od Mach-ovog broja i vrijednosti  $\gamma$ .

Osim izraza (2.45) važne su i slijedeće relacije za stišljivi tok<sup>[157]</sup>:

$$\frac{p_0}{p} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (2.46)$$

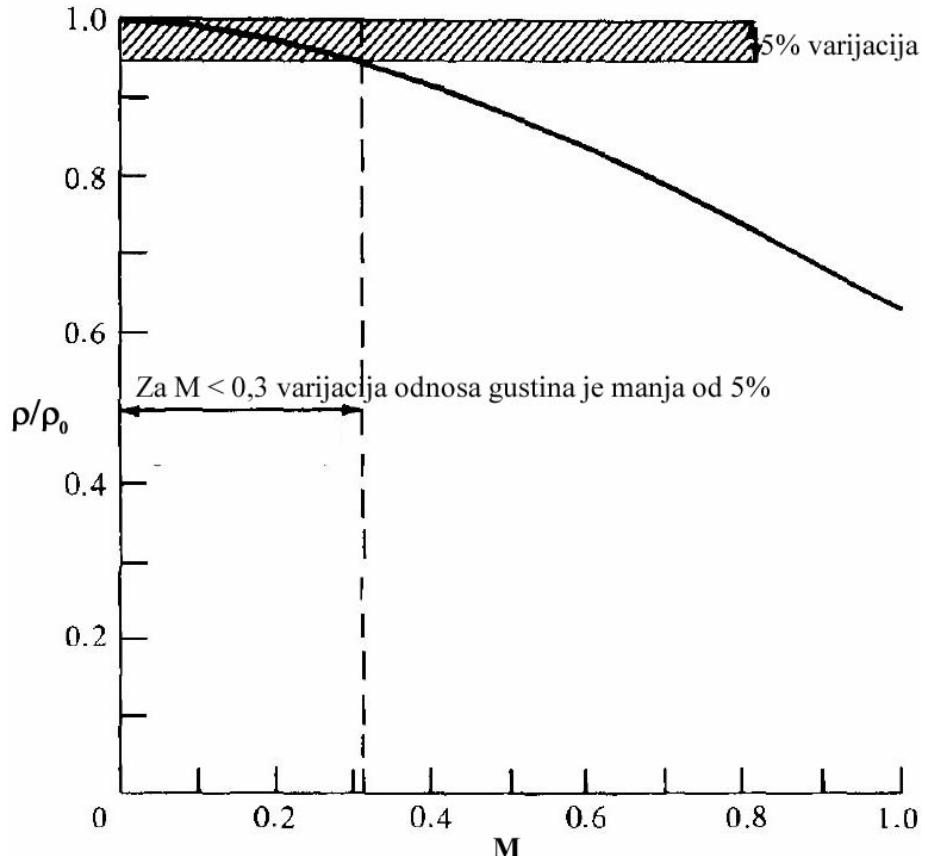
$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (2.47)$$

Izrazi (2.46) i (2.47) predstavljaju odnose ukupnih pritisaka i gustina,  $p_0$  i  $\rho_0$ , prema statickim pristiscima i gustinama,  $p$  i  $\rho$ , u zavisnosti od Mach-ovog broja  $M$ .

Na slici 2.29 je, za vrijednost  $\gamma = 1,4$ , prikazana izentropska varijacija gustine sa Mach-ovim brojem.

Na sl. 2.29 se može vidjeti da je za Mach-ove brojeve  $M < 0,32$  varijacija gustine  $\rho/\rho_0$  manja od 5%, te se pretpostavka za nestišljiv tok za Mach-ove brojeve  $M < 0,3$  može uzeti kao dovoljno tačna aproksimacija.

Za vrijednosti Mach-ovog broja  $M > 0,32$ , odnos gustina  $\rho/\rho_0$  značajnije pada, i tada se mora uzeti u obzir stišljivost fluida.



Sl. 2.29 Izentropska varijacija gustine za različite M brojeve <sup>[157]</sup>

Što se tiče viskoziteta toka, generalno se može reći da viskozni tok predstavlja tok u kojem efekti trenja, termičkog provođenja i difuzije mase igraju važnu ulogu.

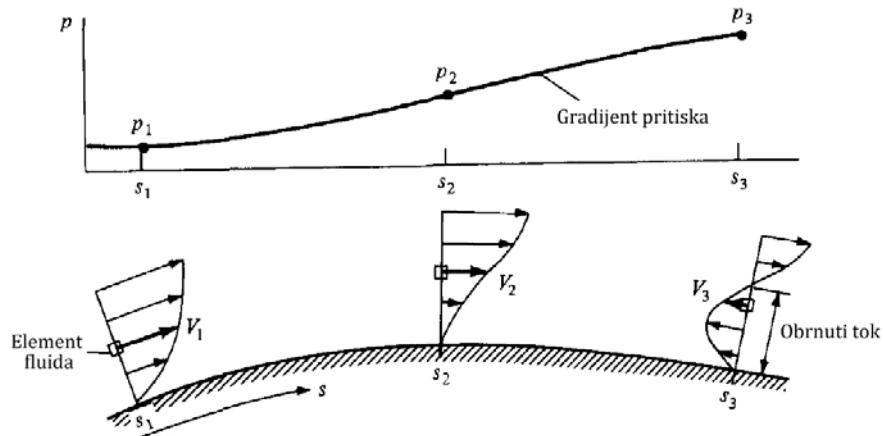
Kvalitativne aspekte viskoznog toka predstavljaju veličine i fenomeni kao što su: tangencijalni napon, odvajanje toka, te laminarnost i turbulentnost toka.

Viskozitet, u osnovi, predstavlja trenje između površine tijela i fluida, i utiče kako na površinu tijela tako i na sam fluid.

Tangencijalna sila koja se stvara po jedinici površine tijela naziva se tangencijalni napon  $\tau$ . Uslijed uticaja trenja, na površini tijela je brzina fluida jednaka nuli, pa se kaže da na površini tijela nema klizanja fluida (eng. No slip condition). Odmah iznad površine tijela, brzina fluida je nenulta, ali mala.

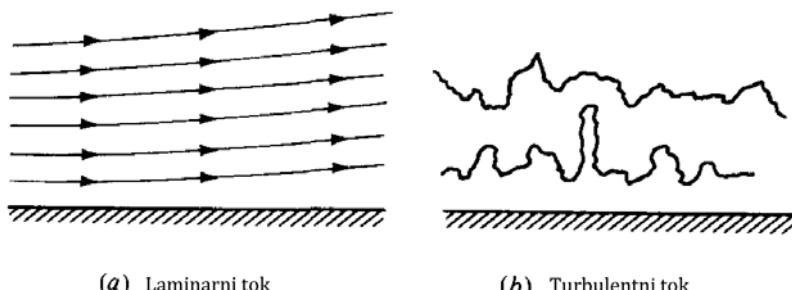
Funkcija  $v(n)$ , gdje  $n$  predstavlja koordinatu normale na površinu tijela, naziva se profil brzine fluida. Uvijek postoji gradijent brzine  $\partial v / \partial n$ , uslijed dejstva sile trenja između površine tijela i fluida.

Kao posljedica gradijenata pritiska i efekata viskoznosti u toku fluida (sl. 2.30), dolazi do pojave obrnutog toka iza određene tačke fluida, pri čemu nastaje separacija (odvajanje) toka fluida od površine tijela (sl. 2.30). Tačka separacije na površini tijela nastaje tamo gdje važi granični uslov  $\partial v / \partial n = 0$ . Iza ove tačke nastaje obrnuti tok <sup>[157]</sup>.



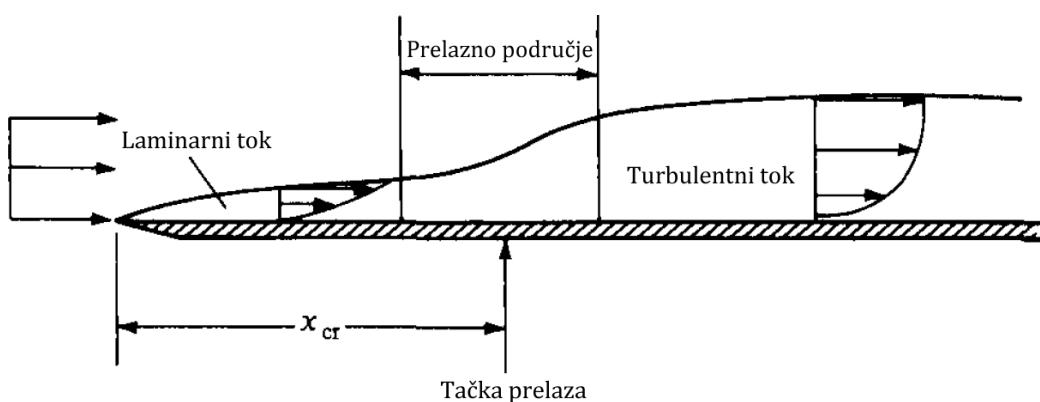
Sl. 2.30 Odvajanje toka uslijed gradijenata pritiska viskoznog toka [157]

Na slici 2.31 prikazani su shematski laminarni i turbulentni tok. Kod laminarnog toka strujnice su glatke i regularne, dok je turbulentni tok neregularan i stohastičan. Srednja brzina toka u blizini površine tijela je veća kod turbulentnog toka, pa su efekti trenja izraženiji kod turbulentnog toka nego kod laminarnog. S druge strane, energija turbulentnog toka u blizini tijela je veća nego kod laminarnog toka, pa se turbulentni tok sporije odvaja od površine tijela u odnosu na laminarni tok. Takođe, u slučaju turbulentnog toka, ako se i dogodi separacija toka, ona je značajno manja.



Sl. 2.31 Strujnice kod laminarnih i turbulentnih tokova [157]

Na sl. 2.32 prikazano je strujanje preko ravne ploče. Ispred ploče nalazi se slobodni tok. Nailaskom na ploču na tok fluida počinje da utiču efekti viskoznosti, te se smanjuje brzina fluida.



Sl. 2.32 Prelaz laminarnog u turbulentno strujanje [157]

Na početnom dijelu ploče tok će biti laminaran, ali nakon određene udaljenosti počinju se javljati nestabilnosti laminarnog toka (prelazno područje, sl. 2.32). Ove nestabilnosti rapidno rastu dovodeći tok u turbulentni režim strujanja.

Prelaz laminarnog u turbulentno strujanje odvija se u određenom regionu iznad tijela (sl. 2.32). Međutim, u analizama se definiše tačka tranzicije (prelaza) u kojoj laminarno strujanje postaje turbulentno. Udaljenost ove tačke od prednje ivice tijela je  $x_{cr}$ .

Fenomeni koji utiču na povećanje turbulentnosti, a time i na smanjenje  $x_{cr}$  su: povećana površinska hrapavost tijela (npr. udubljena na golf kuglicama se prave radi povećanja hrapavosti i indirektno smanjenja sile otpora), povećana turbulencija slobodnog toka, veliki gradijenti pritiska, i zagrijavanje fluida od strane površine tijela (ako je tijelo toplije od fluida koji ga nastrujava, toplota se prenosi sa tijela na fluid, pri čemu se povećavaju nestabilnosti toka; hladnija tijela podstiču laminarni tok)<sup>[157]</sup>.

Mach-ov i Reynolds-ov broj takođe utiču na zonu tranzicije između laminarnog i turbulentnog toka. Visoki Mach-ovi brojevi (u području hipersonične brzine) i niski Reynolds-ovi brojevi (uslijed dominantnih viskoznih efekata) vode do pretežno laminarnog toka (hipersonični letovi na velikim visinama mogu dominantno biti laminarni).

Kritični Reynolds-ov broj, pri kojem dolazi do tranzicije iz laminarnog u turbulentno strujanje, se definiše kao<sup>[157]</sup>:

$$Re_{cr} = \frac{\rho vx}{\mu} \quad (2.48)$$

Vrijednost  $Re_{cr}$  za određeno tijelo, i pod određenim uslovima, je teško predvidjeti. Kao generalno pravilo u praksi se uzima za otvoreni tok vrijednost  $Re_{cr} \approx 500\ 000$ . Ako je tok na određenoj udaljenosti  $x$  takav da je vrijednost Reynolds-ovog broja manja od 500 000, tada se taj dio toka smatra laminarnim, i obratno.

Fragmenti HE projektila se u dijelu putanje do 50m, koje je značajno sa stajališta smrtonosne zone, kreću brzinama prosječno većim od 3 Mach što njihovo kretanje čini turbulentnim.

Viskozitet je makroskopska posljedica prenosa količine kretanja molekula fluida. Koeficijent viskoznosti  $\mu$  iz izraza (2.48) predstavlja konstantu proporcionalnosti između tangencijalnog napona i gradijenta brzine fluida, i on predstavlja fizikalnu karakteristiku fluida, koja u većini slučajeva zavisi samo od temperature.

Za predviđanje parametara nestacionarnog, stišljivog, trodimenzionalnog, viskoznog toka upotrebljavaju se Navier-Stokes-ove jednačine, zajedno sa jednačinom energije viskoznog toka. Za tijela nepravilnog oblika u ovu svrhu koriste se metode numeričkih simulacija.

## 2.6 MEHANIKA LETA FRAGMENATA

Mehanika leta bavi se proučavanjem kretanja tijela od početnog trenutka do krajne tačke leta. Kretanje fragmenta, nastalog detonacijom HE projektila, je kompleksno i malo istraženo. Nakon detonacije i fragmentacije projektila, fragmenti počinju da se kreću kroz atmosferu velikim početnim brzinama (reda 2-5 Ma). Fragmenti su, uz to, nestabilni od samog početka kretanja uslijed inicijalnih poremećaja (detonacioni produkti pritiska reda 20-40 GPa uzrokuju početnu ugaonu i translatornu brzinu). Procjena trajektorije i kinetičke energije fragmenata HE projektila značajna je sa stajališta procjene efikasnosti projektila, za procjenu gustine fragmenata u prostoru, ali i radi procjene efektivnog dometa ovih fragmenata, što može biti od praktičnog interesa u slučaju eksplozije vojnih skladišta radi definiranja sigurne udaljenosti.

U literaturi se spominju različiti modeli kretanja primarnih fragmenata (nastalih detonacijom projektila), ali i sekundarnih/tercijarnih fragmenata (betonski, drveni, metalni i ostali tipovi parčadi nastali nakon eksplozije). Hokanson<sup>[97]</sup> daje kratak pregled nekih modela za estimaciju elemenata putanje fragmenata. Iz ovog pregleda istraživanja može se zaključiti da je nekoliko autora (npr. Connor, Swisdak) koristilo analitičke izraze, kalibrirane eksperimentima, za predviđanje brzine i dometa fragmenata. U literaturi se navodi i jednostavni model u kojem

figuriraju formule za predviđanje brzine i dometa efikasnih fragmenata u otpornoj sredini, koji se bazira na pretpostavkama da je koeficijent otpora konstantan i da na tijelo ne djeluje sila gravitacije (pravolinijska putanja). Ovaj model treba koristiti oprezno jer koeficijent otpora nije nikad konstantan (ni za jedno tijelo), i u opštem slučaju zavisi od oblika tijela i njegove brzine (Ma broj). Takođe, tijelo se nikada ne kreće pravolinijski kroz atmosferu. Ove aproksimacije se, u najboljem slučaju, mogu primjeniti samo na male udaljenosti od centra detonacije pri kojima se fragment kreće velikom brzinom.

Swisdak [147] u istraživanju za američko Ministarstvo odbrane iz 2005. godine (procjena dometa primarnih fragmenata) koristi program TRAJ<sup>©</sup>, za različitu HE municiju (artiljerijske, minobacačke i raketne HE projektili, te avionski bombe i ručne bombe). Program TRAJ<sup>©</sup> koristi tzv.  $v^2$  model kretanja fragmenata koji se bazira na jednačini kretanja u otpornoj sredini (sila proporcionalna kvadratu brzine), pri čemu se u obzir uzima i sila gravitacije, pa je moguće proračunati trajektoriju fragmenata različite mase. Kao ulazni parametri programa koriste se podaci o masi, obliku, gustini, početnoj brzini i početnom elevacionom ugлу fragmenta, a moguće je uzeti u obzir i efekte terena (barikade, zgrade), kao i rikošetiranje o tlo. Oblik fragmenta se u ovom modelu definiše sa tzv. faktorom oblika (odnos zapremine fragmenta prema zapremini zamišljenog paralelepipedika koji ograničava fragment) i dimenzijom fragmenta u pravcu kretanja ili referentnom površinom u pravcu kretanja (ne obadvoje).

Model koji uzima u obzir silu gravitacije, te sile otpora i uzgona inkorporiran je u kompjuterski kod FRISB<sup>©</sup> koji je razvio Wilfred Baker sa saradnicima [97]. Sistem diferencijalnih jednačina kojim se opisuje kretanje fragmenata u atmosferi, korišten u FRISB<sup>©</sup> kodu, dobije se projektovanjem sila koje djeluju na fragment na koordinatne ose  $x$  i  $y$  (ravansko kretanje) [97]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{A_{fd}\rho_s C_D}{2m} \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right] \cos \alpha - \frac{A_{fl}\rho_s C_L}{m} \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right] \sin \alpha \quad (2.49)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g - \frac{A_{fd}\rho_s C_D}{2m} \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right] \sin \alpha + \frac{A_{fl}\rho_s C_L}{m} \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right] \cos \alpha \quad (2.50)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cos \alpha \quad (2.51)$$

$$\frac{dy}{dt} = v \sin \alpha \quad (2.52)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left( \frac{dy/dt}{dx/dt} \right) \quad (2.53)$$

uz početne uslove za  $t = 0$ :  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $v = v_0$ ,  $\alpha = \alpha_0$ ,  $(dx/dt)_0 = v_0 \cos \alpha_0$  i  $(dy/dt)_0 = v_0 \sin \alpha_0$ , gdje je  $\alpha_0$  - početni elevacioni ugao (uglavnom se uzima da je vektor početne brzine normalan na površinu koja se fragmentira). Početna brzina fragmenata  $v_0$  se najčešće određuje Gurney-evom metodom ili korištenjem hidrokodova, programima baziranim na formulama mehanike kontinuma. Uz diferencijalne jednačine 2.49 - 2.53, koje se rješavaju metodama numeričke matematike (npr. Runge-Kutta metod 4. reda), potrebnu su podaci za  $C_D$  i  $C_L$  za fragmente koji se trebaju inkorporirati u numerički kod.

Utvrđeno je da za veliki broj oblika fragmenata (kao što su ploče, vitki fragmenti ili strukturalni elementi s velikom vitkošću), modeli kretanja koji uzimaju u obzir samo silu otpora predviđaju dosta manji domet fragmenata nego što je to slučaj u realnosti. Osim toga, ako postoji mogućnost stabilizacije fragmenata uslijed potencijalno velike brzine rotacije fragmenta oko neke ose, sigurnosna udaljenost od ovakvih fragmenata dosta je veća nego kod fragmenata koji nisu stabilni.

Twisdale [242] spominje 6-DOF (šest stepeni slobode kretanja) model sa slučajnom rotacijom fragmenata koji koristi silu otpora, silu uzgona i bočnu silu, pri čemu model simulira periodičnu

"reorientaciju" fragmenata u prostoru (preko slučajnih brojeva izabranih iz uniformne distribucije u jediničnom intervalu). Ovaj model je implementiran u kompjuterskom kodu TORMIS<sup>©</sup> koji se prvenstveno koristi za procjenu rizika od fragmenata nastalih dejstvom jakih oluja, a može se koristiti i za primarne i sekundarne fragmente nastale dejstvom eksplozivnih materija. Twisdale navodi da se u TORMIS<sup>©</sup> modelu koristi tzv. Cross-flow teorija kako bi se u funkciji uglova (napadni ugao i ugao valjanja) analitički procjenili aerodinamički koeficijenti za slučajnu (proizvoljnu) orijentaciju tijela, poznavajući vrijednosti aerodinamičkih koeficijenata za tačno određene pravce tijela poznate geometrije (aproksimacija oblika fragmenta poznatim geometrijskim oblikom - Twisdale spominje pravougli paralelepiped različitih dimenzija). Dalje se, na osnovu vrijednosti koeficijenata sile otpora, sile uzgona i bočne sile, i uz poznate vrijednosti dinamičkog pritiska i referentne površine tijela (za paralelepiped; ne precizira se kako se ona određuje za proizvoljnu orijentaciju paralelepippeda), procjenjuje ukupna aerodinamička sila. Pri tome se dobije set od šest spregnutih nelinearnih diferencijalnih jednačina koje se numerički integriraju kako bi se dobili elementi putanje tijela. TORMIS<sup>©</sup> program nije dostupan za javnu upotrebu.

Murman<sup>[225,228]</sup> je istraživao stabilnost i simulirao trajektorije tijela nepravilnog oblika koristeći CFD metode (NASA-in program procjene opasnosti za svemirske letjelice pri udarima tijela nepravilnih oblika). Murman je koristio numeričke simulacije kako bi procjenio trajektoriju i stabilnost tijela određenih oblika (trajektorije validne su samo za date oblike tijela). Za svaki individualni oblik tijela Murman je morao ubaciti 3D geometriju tijela (dobijenu CAD metodama ili 3D skeniranjem) u CFD program i na osnovu toga numeričkom simulacijom odrediti trajektoriju tijela. Ovaj pristup je vremenski zahtjevan i za ovakve 6DOF numeričke simulacije potrebni su ogromni računarski resursi (Murman je koristio klaster sa 10240 procesorski jezgri - NASA Ames Altix sistem).

Kljuno i Ćatović<sup>[248]</sup> su radili na pojednostavljenom modelu kretanja fragmenta kroz atmosferu, baziranim na upotrebi podataka o vrijednostima aerodinamičke sile, koji se dobijaju metodom numeričkih simulacija. Radi prepostavke da postoji relativno veliki broj obrtaja fragmenta tokom leta kroz otpornu sredinu, definisan je način za aproksimativno računanje trajektorije, pri čemu je uvažena rotacija fragmenta, tj. variranje vrijednosti aerodinamičke sile pri rotaciji fragmenta. Za proračun trajektorije na ovaj način koristi se efektivni vektor sile otpora pri jednoj rotaciji fragmenta, a trajektorija se dobija inkrementalno, pri čemu svaki inkrement odgovara jednom obrtaju tijela. U ovom modelu<sup>[248]</sup> je prepostavljeno da se radi o relativno velikim ugaonima brzinama i da je svaka orijentacija tijela pri rotaciji ravnomjerno zastupljena, odnosno ravnomjerno traje u toku punog obrtaja fragmenta. Smatra se da je ugaona brzina početne rotacije fragmenta relativno velika i da je vrijeme leta fragmenta do prepreke relativno kratko (što je slučaj sa većinom fragmenata HE projektila), pa se osa rotacije fragmenta neće značajno zaokretati u toku leta i smatra se konstantnom. Tada efektivna vrijednost aerodinamičke sile ovisi samo o promjeni relativne brzine nastrujavanja fluida duž trajektorije centra mase fragmenta.

Rezultati dobijeni ovim (aproksimativnim) modelom kretanja fragmenata<sup>[248]</sup> pokazuju da se trajektorija fragmenta (tijela nepravilnog oblika) ne nalazi u jednoj ravni tokom kretanja već predstavlja prostornu krivu, pri čemu je primjećeno značajno bočno skretanje (skretanje u horizontalnoj ravni). Takođe, pokazano je da fragmenti imaju veliku kinetičku energiju tokom kretanja i da se ona ne smanjuje značajno na prvom dijelu putanje koji je značajan sa stajališta zone efikasnosti HE projektila. Rezultati pokazuju i da pri promjeni početne orijentacije fragmenta dolazi do promjene ukupnog dometa i njegovog bočnog skretanja tokom leta. Ovaj model dat je u Dodatku 4 disertacije.

Osim ovog modela, Kljuno i Ćatović su radili na analizi početne nestabilnosti fragmenata<sup>[246]</sup> i procjenu centra pritiska i stabilne orijentacije fragmenata<sup>[247]</sup>. Više detalja o ovim modelima dati su u Dodacima 5 i 6, na kraju disertacije.

---

## POGLAVLJE

# 3

## OSNOVNE KOMPONENTE HE PROJEKtilA

### 3.1 VISOKO-EKSPLOZIVNI PROJEKtilI

U disertaciji se obrađuju visoko-eksplozivni projektili sa prirodnom fragmentacijom. U okviru analize procesa prirodne fragmentacije ovih projektila, procjena broja fragmenata vršiće se primjenom Mott-ove metode, pri čemu će se Mott konstanta optimizirati (kalibrirati) za određene projektile na osnovu dostupnih eksperimentalnih podataka iz testa fragmentacije u jami.

Generalno govoreći, municija je kompletan sistem (sl. 3.1) koji sadrži eksploziv, pogonsko punjenje, pirotehničku smješu, inicijalne kompozicije ili nuklearne, biološke ili hemijske materijale koje se koriste u vojnim operacijama, uključujući i sredstva za razaranje (DOD, NATO). Municija je dio oružanog sistema čija osnovna svrha je neposredno obavljanje funkcije za koji je dati sistem projektovan.

U doktorskoj disertaciji će se koristiti rezultati eksperimentalnih ispitivanja artiljerijskih HE projektila. Na sl. 3.1 dat je presjek i komponente artiljerijske HE municije 105mm. Kod artiljerijske municije, pogonska grupa i projektil su dva podsistema, koja mogu ili ne moraju činiti jednu cjelinu tokom punjenja oružja. Artiljerijski projektili sastoje se od upaljača, detonatora, tijela projektila i eksplozivnog punjenja. Tijelo projektila (sl. 3.1), koje sadrži centrirajući i vodeći prsten, objedinjava eksplozivno punjenje i upaljač, štiti eksplozivno punjenje od vanjskih mehaničkih i atmosferskih utjecaja, preuzima na sebe opterećenje prilikom kretanja projektila kroz cijev oružja i prilikom udara u cilj, potpomaže uspostavljanju žiroskopske stabilnosti kod rotirajućih projektila, i konačno, omogućava da se ostvari traženi efekt na cilju.



Sl. 3.1 Presjek i komponente artiljerijskog projektila 105mm HE M1

U grupi artiljerijskih HE projektila razmatrat će se efekti fragmentacije slijedećih projektila: 105mm HE M1, 122mm HE OF-462, 122mm HE M76 i 130 mm HE M79 (sl. 3.2). Projektil 105mm HE M1 ispaljuje se iz 105mm haubica M56, M18/61 i M2A1<sup>[38]</sup>. Projektili 122mm HE OF-462 i 122mm HE M76 se ispaljuju iz 122mm haubica D-30 i D-30J (u sastavu oružanih snaga BiH).

Projektil 122mm HE M76, koji je dizajniran u bivšoj Jugoslaviji, predstavlja poboljšanu verziju (povećan domet i smrtonosni efekat na cilju) projektila 122mm HE OF-462.

Povećanje dometa postignuto je optimizacijom aerodinamičkog oblika HE projektila 122mm HE M76 (povećana vitkost oživila u odnosu na projektil 122mm HE OF-462) i skraćenjem zadnjeg konusa u cilju smještanja više pogonske materije u čahuru, čime se dobija veća brzina na ustima cijevi.

Poboljšanja smrtonosnog efekta na cilju postignuta su povećanjem vitkosti oživila u odnosu na projektil 122mm HE OF-462 (veći odnos mase eksploziva prema masi tijela  $C/M$ ), upotrebom eksplozivnog punjenja (kompozicija B) boljih detonacionih karakteristika (veća gustina, detonaciona brzina i pritisak) u odnosu na TNT - čime se direktno povećava početna brzina fragmenata, te povećanjem prečnika prednjeg otvora za upaljač čime je omogućena primjena modernih upaljača zapadnog sistema (standardni upaljači istočnog sistema koriste se sa adapterom) kod projektila 122mm HE M76.

HE projektil 130mm HE M79 se ispaljuje iz 130mm topa M46.



Sl. 3.2 Ispitivani artiljerijski projektili<sup>[155]</sup>

U tabeli 3.1 dat je prikaz osnovnih podataka o razmatranim artiljerijskim visoko-eksplozivnim projektilima.

*Tabela 3.1 Osnovni podaci o ispitivanim artiljerijskim visoko-eksplozivnim projektilima  
[38,155,219,220,221]*

Projektil	Karakteristike komponenti projektila				Performanse		
	Komponenta	Masa (kg)	Dužina (mm)	Materijal	Brzina na ustima cijevi (m/s)	Maksimalni pritisak (MPa)	Domet (km)
<b>105mm M1</b>	tijelo	11,8	398	Č.9180VP	sa sedmim punjenjem: 491	230	11,6
	eksploziv	2,2	342	TNT			
	upaljač (PD M557)	0,9	maks. 152	Čelik, Mesing			
<b>122mm OF-462</b>	tijelo	17,8	502	Č.1737VP	sa smanjenim punjenjem: 515  sa punim punjenjem: 690	230  245	11,8  15,3
	eksploziv	3,5	448	TNT			
	upaljač (UTIU M72)	0,42	maks. 105	Čelik			
<b>122mm M76</b>	tijelo	17,2	500	Č.9180VP	sa punim punjenjem: 735	260	17,2
	eksploziv	4,2	445	Komp. B			
	upaljač (UTIU M72)	0,42	maks. 105	Čelik			
<b>130mm M79</b>	tijelo	27,5	557	Č.1737VP	sa smanjenim punjenjem: 705  sa punim punjenjem: 930	265  309	19,1  27,5
	eksploziv	3,6	485	TNT			
	upaljač (UTIU M72)	0,42	maks. 105	Čelik			

U tabeli 3.1 su, kao što se vidi, prikazani:

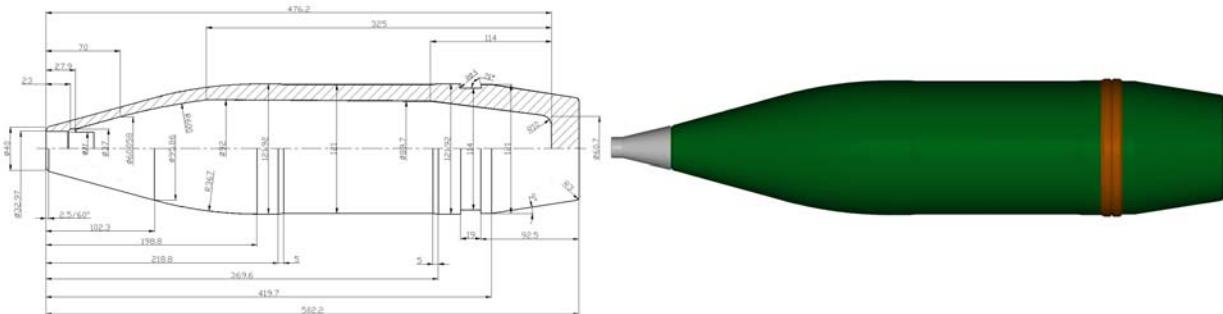
- karakteristike pojedinih (najvažnijih) komponenti projektila (naziv, masa, dužina i materijal), i
- performanse projektila (brzina na ustima cijevi, maksimalni pritisak i domet).

Ovdje treba, kao malu digresiju, spomenuti da prilikom traženja potrebnih informacija o određenim komponentama projektila (koje je uglavnom teško pronaći u javno publikovanim referencama) treba voditi računa koje reference se koriste u istraživanju i da li su mjerodavne (ili dovoljno tačne). Često se, takođe, može naići na i nepotpune ili čak potpuno pogrešne podatke. Osim toga, neki podaci mogu biti i klasifikovani kao vojna tajna i najčešće se do njih ne može jednostavno doći. Sve to donekle usložnjava istraživanje (posebno ako u zemlji u kojoj se vrše istraživanja ne postoje uređene baze podataka i literatura iz date oblasti) i zahtjeva da se posveti nešto više vremena traženju odgovarajuće literature.

### 3.1.1 Geometrijski i maseni parametri HE projektila

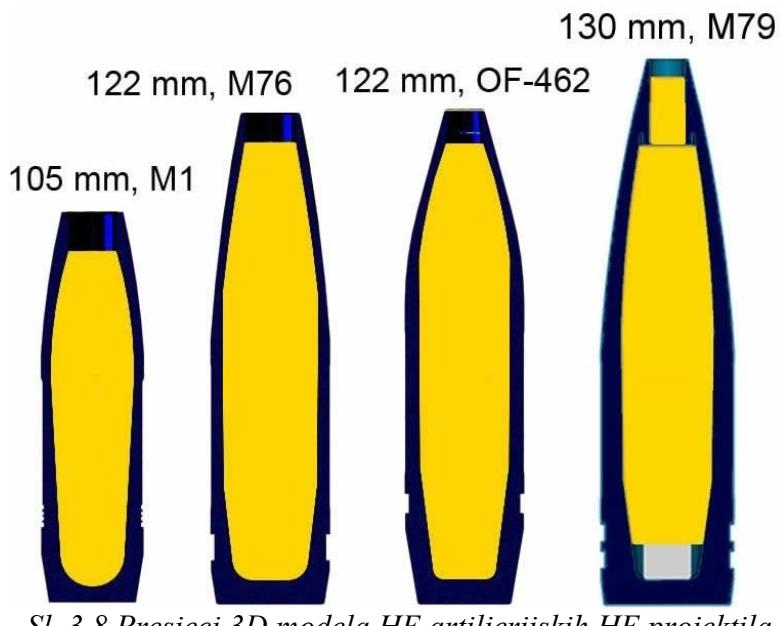
Geometrijski parametri HE projektila određeni su softverski, upotrebom CAD modeliranja. Na osnovu raspoložive tehničke dokumentacije, softverski (AutoCAD) je izvršeno 2D, a potom i 3D modeliranje HE projektila 105mm HE M1, 122mm HE OF-462, 122mm HE M76, i 130mm HE M79.

Na slici 3.7 dat je kao primjer prikaz crteža i 3D modela artiljerijskog projektila 122mm HE OF-462.



Sl. 3.7 3D model na osnovu crteža artiljerijskog projektila 122mm HE OF-462

Na slici 3.8 dat je prikaz 3D modela (puni presjek) HE projektila koji su razmatrani u disertaciji: četiri artiljerijska projektila (105mm HE M1, 122mm HE OF-462, 122mm HE M76 i 130mm HE M79).



Sl. 3.8 Presjeci 3D modela HE artiljerijskih HE projektila

Na osnovu 3D modela projektila, moguće je u CAD softveru definisati parametre materijala komponenti projektila, pri čemu se treba voditi računa o gustinama tih materijala (definisane na osnovu tabličnih podataka za dati projektil).

Kada su poznati parametri materijala komponenti 3D modela projektila, mogu se odrediti svi neophodni maseni i geometrijski parametri projektila.

U tabeli 3.2 dati su podaci o masi tijela projektila i eksplozivnog punjenja u projektilu, i to podaci o odnosu mase eksplozivanog punjenja prema masi tijela projektila (odnos  $C/M$ ) i odnosu srednje debljine tijela prema srednjoj debljini eksplozivnog punjenja (odnos  $t/d$ ), za razmatrane HE projektile.

Odnos  $C/M$  dobijen je kao količnik mase tijela projektila i mase eksplozivnog punjenja u projektilu. Oba podatka nalaze se na prospektima za date projektile.

Odnos  $t/d$  se određuje analitički, tako što se prvo odredi tzv. ekvivalentni (srednji) prečnik eksploziva  $d$  izrazom:

$$d = \sqrt{\frac{4V_{\text{exp}}}{\pi L_{\text{exp}}}} \quad (3.1)$$

gdje su:  $L_{\text{exp}}$  - dužina eksplozivnog punjenja, a  $V_{\text{exp}}$  - zapremina eksplozivnog punjenja koja se određuje na osnovu mase i gustine eksploziva ili CAD metodom (određivanjem zapremine 3D modela eksplozivnog punjenja).

Ekvivalentna (srednja) debljina tijela projektila  $t$  dobija se korištenjem izraza:

$$t = \frac{1}{2}(D - d) \quad (3.2)$$

gdje je  $D$  - ekvivalentni prečnik projektila koji se određuje formulom:

$$D = \sqrt{\frac{4V_t}{\pi L_{\text{exp}}} + d^2} \quad (3.3)$$

pri čemu je  $V_t$  - zapremina dijela tijela projektila na kojem se nalazi eksploziv, a koja se određuje CAD metodom. Uz izraze (3.1) - (3.3) moguće je odrediti odnos  $t/d$ .

*Tabela 3.2 Maseni i geometrijski parametri razmatranih projektila*

Projektil	Masa tijela (kg)	Masa eksploziva (kg)	C/M	t/d
105mm HE M1	11,8	2,18 (TNT)	0,217	0,191
122mm HE OF-462	17,8	3,53 (TNT)	0,219	0,185
122mm HE M76	17,2	4,2 (Komp.B)	0,298	0,149
130mm HE M79	27,5	3,6 (TNT)	0,141	0,278

### 3.1.2 Karakteristike eksplozivnog punjenja

Jake eksplozivne materije karakterizira detonacija kao osnovni oblik eksplozivne hemijske transformacije. Njihovo djelovanje na okolinu izražava se u vidu snažnog udara detonacijskih produkata i stvaranja udarnog talasa.

Pod pojmom udarni talas podrazumijeva se sabijena oblast sredine sa naglim skokom pritiska, gustine i temperature na frontu talasa, koji se kreće nadzvučnom brzinom kroz datu sredinu sa strujanjem fluida unutar zone sabijanja u smjeru kretanja udarnog talasa.

Dejstvo udarnog talasa (eng. Blast effect, sl. 3.9 i 3.10) na okolinu karakteriše se rušenjem, drobljenjem, kidanjem, velikim deformacijama predmeta u neposrednoj blizini centra eksplozije, njihovim razbacivanjem naokolo, kao i zvučnim efektom<sup>[192]</sup>.

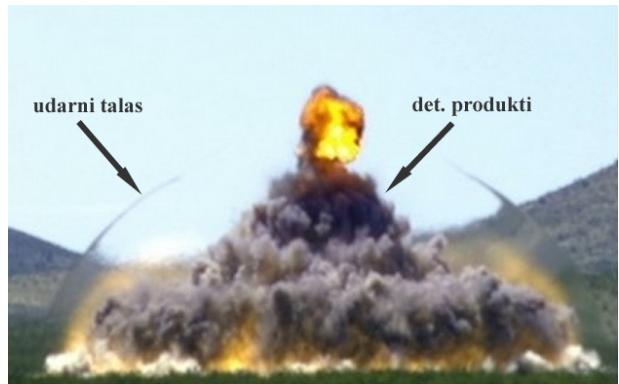
Detonacijski produkti djeluju na okolini zrak uzrokujući stvaranje udarnog talasa. Kako se time dio energije detonacijskih produkata troši na stvaranje udarnog talasa, oni počinju zaostajati za stvorenim udarim talasom već na rastojanju 2 - 2,5 poluprečnika eksplozivnog punjenja. Udarni se talas nastavlja kretati i energija detonacije može se prenijeti i na veća rastojanja. Tokom širenja, gubi se dio energije udarnog talasa, što rezultira postupnim padom njegove brzine i pritiska sa rastojanjem od centra eksplozije, te prelaska u akustički (zvučni) talas<sup>[43]</sup>.

Jaki eksplozivi su hemijske eksplozivne materije koje imaju ekstremno veliku brzinu reakcije, praćenu naglim porastom pritiskom. U zapadnoj literaturi primarni i sekundarni eksplozivi

nazivaju se zajedničkim imenom jaki (snažni) eksplozivi (eng. HE - High Explosives), obzirom na to da je njihova snaga reda veličine  $10^8$  -  $10^9$  kW/kg.



Sl. 3.9 Prikaz udarnog talasa i produkata detonacije nakon eksplozije [194]



Sl. 3.10 Udarni talas i produkti detonacije nakon eksplozije [193]

Sekundarni jaki eksplozivi čine glavno punjenje HE projektila sa prirodnom fragmentacijom. Zahtjevi koji se postavljaju pred sekundarne jake eksplozive su [43]:

- što veća energija po jedinici volumena punjenja,
- što veća brzina detonacije,
- što veća stabilnost, odnosno nepromjenljivost fizičkih, hemijskih i eksplozivnih karakteristika za određeni (što duži) vremenski period.
- da se dobro ulivaju pri livenju, presuju, odnosno povoljno prerađuju i dobro pune predviđeni prostor,
- da im je što manja osjetljivost na spoljašnja dejstva, i
- da je sirovinska baza dovoljno široka i jeftina, a proizvodnja bezbjedna.

U projektilima koji su razmatrani kao glavna eksplozivna punjenja koriste se TNT i Kompozicija B. TNT (Trinitrotoluen) se dosta upotrebljava kao eksplozivno punjenje u HE projektilima. Potpuno se topi u toluenu, acetolu i benzenu. Vrlo je stabilan, neutralan i ne reagira sa metalima. Lako se laborira livenjem i presovanjem. Dovoljno je neosjetljiv i ne zahtjeva flegmatizaciju. Upotrebljava se čist ili u smješama s amonijevim nitratom (amatoli), aluminijevim prahom (tritonali), s heksogenom (heksotoli), oktogenom (oktoli), pentritom (pentoliti) [2].

TNT je eksploziv sa nešto slabijim performansama od Heksogena (RDX), pri čemu se, prije svega, misli na nižu detonacijsku brzinu i pritisak. TNT se koristi kod bojevih glava gdje je niska cijena često glavni kriterij. Ima razmjerno nisku tačku topljenja ( $80,8^\circ$  -  $80,9^\circ\text{C}$ ), te se zato relativno sigurno topi i nalijeva u municiju. TNT ima gubitak volumena od oko 10,5% prilikom hlađenja iz tečnog stanja ( $\rho = 1,48 \text{ g/cm}^3$ ) do čvrstog stanja ( $\rho = 1,654 \text{ g/cm}^3$ ). Zbog toga je uvijek potrebno tokom nalivanja eksploziva u tijelo bojeve glave imati tzv. livnu glavu koja služi kao rezervoar tečnog eksploziva tokom procesa očvršćivanja, odnosno hlađenja eksploziva, čime se sprječava pojava pukotina i lunkera unutar strukture eksplozivnog punjenja. Primjenjuju se posebne tehnologije kontroliranog hlađenja tijela bojeve glave sa ciljem da se spriječe pojave šupljina u jezgru eksplozivnog punjenja. Tokom tog procesa nije moguće postići teoretsku vrijednost kristalne gustine TNT-a, tako da je realna vrijednost gustine eksploziva TNT u punjenju bojeve glave između 91% do 97% teoretske maksimalne gustine. TNT je, u čistom stanju, ili u različitim smjesma vojnih eksplozivnih materija, još uvijek osnovna vojna eksplozivna materija, i prema svjetskim standardima, zavisno od tačke solidifikacije, primjenjuje se za artiljerijsku municiju, minobacačke projektile, minsko eksplozivna sredstva, detonatorske pojačivače, ručne bombe, itd [40].

Kada se traže bolje performanse eksploziva, koriste se Heksogen ili Oktogen. Njihove performanse su nešto bolje u odnosu na TNT, ali na račun njihove cijene. Heksogen se topi na  $205^\circ\text{C}$  sa burnom, egzotermičnom dekompozicijom. Tačka topljenja Oktogena neobično je

velika ( $285^{\circ}\text{C}$ ). Oba ova eksploziva su preosjetljiva da se koriste u čistom stanju kao glavno punjenje ili buster punjenje bez flegmatizacije (desenzitizacije). Zbog toga se Heksogen i Oktogen spajaju u mješavine sa TNT ili plastičnim vezivima, da bi se dobilo flegmatizovani punjenje i materijal koji je praktičan za upotrebu [2].

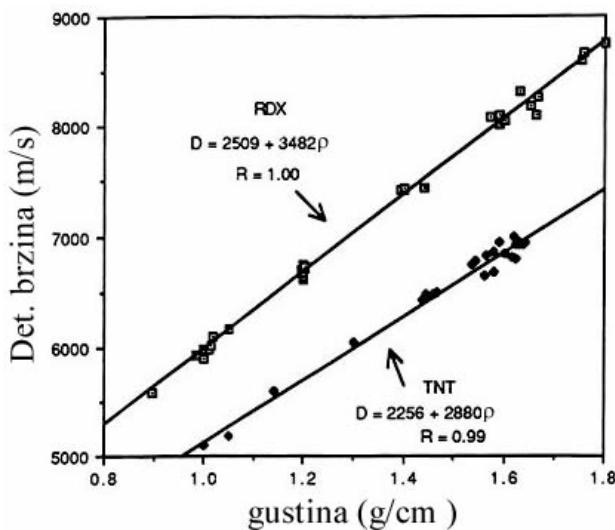
Smjese jakih sekundarnih eksplozivnih materija predstavljaju smjese najmanje dva jednokomponentna jaka sekundarna eksploziva. Smjese trinitrotoluena sa drugim sekundarnim jakim eksplozivima su pentoliti (TNT + Pentrit), heksoliti (TNT + Heksogen), oktoliti (Oktogen + TNT).

Homogene smjese Heksogena i TNT nazvane kompozicija B, odnosno heksotoli, uvedeni su u vojnu upotrebu u Engleskoj i Njemačkoj još prije drugog svjetskog rata. Kompozicija B je smjesa Heksogena i TNT u omjeru 60% Heksogena i 40% TNT (sa dodatkom 1% voska kao sredstva za smanjenje osjetljivosti smjese). Heksotoli su mješavine Heksogena i TNT sa većim udjelom Heksogena u smjesi.

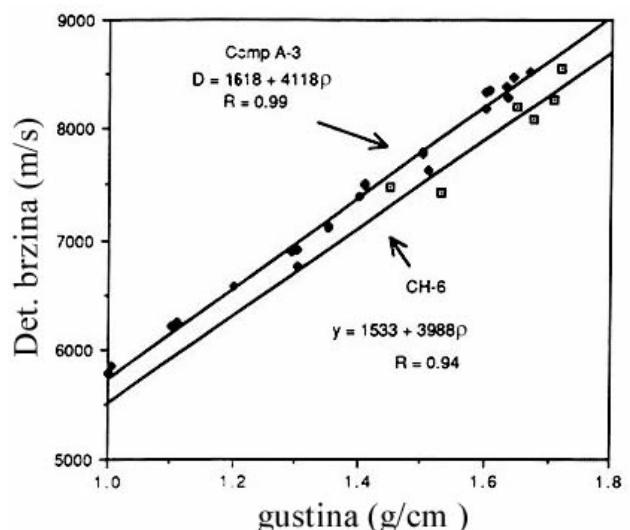
Kompozicija B ima bolje energetske performanse od TNT, veću gustinu, veću brzinu detonacije i veći detonacioni pritisak. Kompozicija B upotrebljava se kao glavno eksplozivno punjenje u bojevim glavama artiljerijskih, raketnih i kumulativnih projektila [2].

Za karakterizaciju eksplozivnog punjenja bojeve glave potrebno je poznavati gustinu, detonacionu brzinu i detonacioni pritisak. Određivanje ovih parametara dosta je složeno i pri tome se obično koriste kombinacije eksperimentalnih tehnika i numeričkih metoda.

Detonaciona brzina značajno zavisi od gustine eksplozivnog punjenja. Na sl. 3.11 i 3.12 prikazana je eksperimentalno utvrđena zavisnost detonacione brzine od gustine eksploziva za nekoliko vrsta eksplozivnih materija (TNT, RDX, Kompozicija A-3, CH-6).



Sl. 3.11 Zavisnost det. brzine od gustine eksploziva za čiste eksplozive RDX i TNT [2]



Sl. 3.12 Zavisnost det. brzine od gustine eksploziva za komp. A-3 i eksploziv CH-6 [2]

Vrijednosti koeficijenata fitovanja koji figuriraju u izrazima kojima se opisuje zavisnost detonacione brzine od gustine eksploziva (sl. 3.11 i 3.12) eksperimentalno se određuju mjeranjem detonacione brzine velikih eksplozivnih punjenja različitih gustina.

Pritisak detonacije, takođe, zavisi od gustine eksploziva, a na sl. 3.13 prikazana je funkcionalna zavisnost detonacionog pritiska od gustine eksploziva za punjenje TNT.

Eksplozivno punjenje mora biti neosjetljivo tokom cijelogupnog životnog ciklusa i na kraju mora detonirati na poticaj impulsa detonacionog pojačivača. Pored toga eksplozivna punjenja moraju se jednostavno proizvoditi i ugrađivati, biti hemijski i termički stabilna, uz osiguranje fizičkog

integriteta eksplozivnog punjenja u širokom temperaturnom intervalu tokom minimalno deset godina od trenutka proizvodnje<sup>[2]</sup>.

Postoje četiri načina proizvodnje eksploziva<sup>[2]</sup>.

- presovanje,
- livenje,
- ekstrudiranje, i
- injekciono formiranje.

Obzirom na obim proizvodnje, tehnologije livenja i presovanja se najviše koriste u procesu proizvodnje municije. Kombinacijom ove dvije tehnologije moguće je dobiti sve potrebne eksplozivne proizvode.

Eksplozivna punjenja koja se proizvode injekcionim formiranjem su specijalni eksplozivi i ne proizvode se u velikim količinama<sup>[2]</sup>.

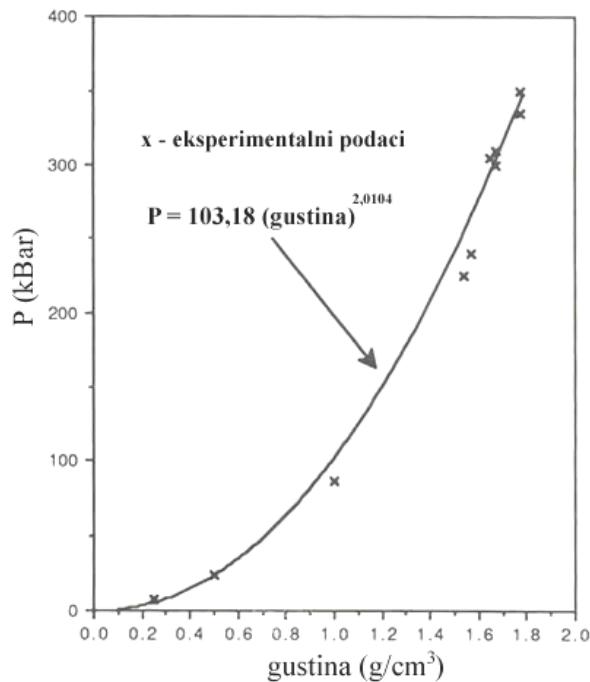
Svim proizvodnim metodama eksplozivnih materija nastoji se postići što veća gustina i što veća homogenost eksplozivnog punjenja. Povećanjem gustine poboljšavaju se i performanse eksploziva (veća detonaciona brzina i detonacioni pritisak).

U tabeli 3.3 prikazani su glavni parametri eksplozivnih punjenja kod projektila razmatranih u disertaciji. Gustina eksplozivnih punjenja određena je na osnovu tabličnih podataka o masi eksplozivnog punjenja za dati projektil i zapremine eksploziva (određene CAD tehnikom) u tom projektilu. Detonacioni parametri za TNT i Kompoziciju B (60% Heksogena i 40% TNT), u zavisnosti od njihove gustine, određeni su u programskom paketu EXPLO5<sup>[190]</sup>.

*Tabela 3.3 Glavni parametri eksplozivnih punjenja kod razmatranih projektila*

Projektil	Masa eksploziva (kg)	Vrsta eksploziva	Gustina eksploziva (kg/m <sup>3</sup> )	Detonaciona brzina (m/s)	Detonacioni pritisak (MPa)
105mm HE M1	2,18	(TNT)	1560	6700	18,3
122mm HE OF-462	3,53	(TNT)	1510	6550	17,1
122mm HE M76	4,2	(Komp. B)	1605	7326	22,9
130mm HE M79	3,6	(TNT)	1575	6741	18,8

EXPLO5 je termo-hemijski program kojim se predviđaju detonacioni parametri (sastav detonacionih produkata, detonacijska brzina, pritisak, temperatura, toplosta) jakih sekundarnih eksploziva<sup>[190]</sup>. EXPLO5 program koriste širom svijeta razni istraživački centri prilikom sinteze i formulacije eksplozivnih materija, kao i numeričkog modeliranja energetskih materijala. Proračun detonacijskih parametara u programu EXPLO5 baziran je na stacionarnom modelu detonacije. Program koristi Becker-Kistiakowsky-Wilson (BKW) jednačinu stanja za gasovite produkte detonacije i Murnaghan ili Cowan-Fickett jednačinu stanja za čvrste produkte. Program je dizajniran tako da omogućava proračun hemijskih i termodinamičkih parametara na udarnoj adijabati detonacijskih produkata, zatim detonacijske parametre u C-J tački (Chapman-Jouguet tačka odgovara završetku hemijskih reakcija i leži na krivulji udarne adijabate detonacijskih produkata), kao i parametre na ekspanzionoj izentropi detonacionih produkata<sup>[190]</sup>.



*Sl.3.13 Zavisnost detonacionog pritiska od gustine eksploziva (TNT)<sup>[2]</sup>*

### **3.1.3 Karakteristike materijala tijela projektila**

Širom svijeta postoje značajne razlike u proizvodnih tehnologijama, što dovodi do razlike u kvalitetu municije. Zavisno od tipa projektila, različiti materijali se koriste za proizvodnju tijela projektila. Većina ovih materijala razvijena je specijalno za projektile kako bi se osigurala sigurnost tokom ispaljivanja projektila i veća efikasnost na cilju.

Za izradu tijela projektila najviše se koriste ugljični čelici, legirani čelici i visoko-fragmentacioni čelici. Ugljični čelici uslovno se mogu podijeliti na nisko-, srednjo-, i visoko-ugljične čelike. Ugljik kao element, u postotku do 1%, povećava tvrdoću i čvrstoću čelika. Glavni elementi koji se nalaze u ugljičnom čeliku koji se upotrebljava za izradu tijela projektila, pored ugljika, su mangan i silicijum. Sumpor i fosfor ponekad se dodaju čeliku kada je potrebna dobra obradivost ugljičnih čelika.

Ugljični čelici obično se upotrebljavaju za izradu tijela projektila velikog kalibra zbog dobrih mehaničkih osobina koje se postižu hladnom deformacijom ili topotnim tretmanom. Takođe, ugljični čelici se jednostavno proizvode i nisu skupi.

Nisko-ugljični čelici sadrže manje od 0,25% ugljika. Ponekad se za ovu vrstu čelika upotrebljava naziv meki čelici. Nisko-ugljični čelici imaju, u valjanom stanju, granicu razvlačenja od 170 MPa do 240 MPa, dok je zatezna čvrstoća u intervalu od 310MPa do 420 MPa. Oni su veoma pogodni za obradu hladnom deformacijom: savijanje, izvlačenje, ekstrudiranje. Kada se koriste za izradu tijela projektila, nisko-ugljični čelici se pripremaju u obliku šipki, te obrađuju postupkom hladnog ili vrućeg izvlačenja<sup>[236]</sup>.

Srednje-ugljični čelici obično sadrže 0,25 do 0,55% ugljika. Mehaničke osobine ovih čelika u valjanom stanju su: granica razvlačenja u intervalu od 240 do 415 MPa, a zatezna čvrstoća od 415 do 689 MPa.

Termičkom obradom mehaničke karakteristike srednje-ugljičnih čelika se poboljšavaju. Ovi čelici izvrsni su za obradu kovanjem. Srednje-ugljični čelici koriste se i pri izradi čeličnih čahura, postupkom izvlačenja<sup>[236]</sup>.

Visoko-ugljični čelici imaju postotak ugljika više od 0,55%. Za izradu komponenti municije koriste se visoko-ugljični čelici sa manje od 1% ugljika. Mehaničke karakteristike visoko-ugljičnih čelika koji se obrađuju kovanjem su veoma dobre, ali porastom sadržaja ugljika završna obrada je sve teža. Brzina hlađenja se kontroliše kako bi se dobila finija mikrostruktura i bolja obradivost visoko-ugljičnih čelika. Temperovani visoko-ugljični čelici imaju minimalnu granicu razvlačenja od 620 MPa.

Srednje- i visoko-ugljični čelici su sirovi materijal najviše korišten za izradu tijela projektila. Legirani čelici, prema AISI standardu, definišu se kao vrsta čelika u koji se dodaje jedan ili više legirajućih elemenata kako bi se dobio čelik specijalnih osobina.

Legirani čelici koriste se kada se traže materijali veće čvrstoće, plastičnosti i tvrdoće u odnosu na ugljične čelike. Elementi koji se najviše koriste u legurama sa čelikom su: mangan (Mn), hrom (Cr), nikl (Ni), silicijum (Si), molibden (Mo) i vanadijum (V). Termički tretirani, legirani čelici imaju veoma dobre mehaničke osobine, sa granicom razvlačenja od 689MPa do 1100 MPa, zavisno od pojedinačnih zahtjeva i specifičnog sastava čelika. Legirani čelici koriste se za izradu tijela artiljerijskih projektila koji su izloženi velikom naprezanju u toku faze lansiranja. Karakteristike kovanih legiranih čelika su izvrsne, i novi legirani čelici napravljeni su specijalno kako bi se poboljšale fragmentacijske osobine HE projektila.

Visoko fragmentacioni čelici se arbitrarno definišu kao čelici koji, po svojoj strukturi i osobinama, kada su izloženi dejstvu detonacionih produkata, fragmentacionim dejstvom nanose maksimalna oštećenja meti. Metu u ovom slučaju predstavljaju meki ciljevi (vojnici na terenu, lako oklopjena vozila, laki fortifikacijski objekti, i sl.).

Visoko-fragmentacioni čelici koji se koriste za izradu tijela projektila su: AISI 52100 (čelik za ležajeve), AISI 1340 (čelik legiran manganom) i HF-1 (specijalni visoko-ugljični čelik legiran manganom i silicijem) [236].

Čelik za ležajeve, AISI 52100, koristi se u proizvodnji 152mm M409 projektila. Čelik legiran manganom, AISI 1340, najviše se koristi od svih čelika za fragmentaciju. Ima dobre mehaničke osobine, sa granicom razvlačenja od 552 MPa do preko 965 MPa.

HF-1 čelik koristi se za proizvodnju tijela projektila 155mm M549 sa raketnim motorom, tijela projektila 155mm M795 i projektila M650 sa raketnim motorom. HF-1 je visoko-fragmentacioni materijal koji ima vlastiti standard: vojni standard, MIL-S-50783. HF-1 ima minimalnu granicu razvlačenja od 965 MPa i minimalno relativno izduženje od 5% [236]. Neki od čelika koji se koriste za proizvodnju HE projektila u Rusiji su: S-55, S-60, 45Kh1, 60S2, 80G2S, 11OG2S [235].

Termička obrada tijela projektila neophodna je kako bi se dobile tražene mehaničke karakteristike materijala. Postoje tri osnovna koraka u procesu termičke obrade materijala tijela projektila: austenitizacija, kaljenje i popuštanje (temperiranje) [236].

Austenitizacija se postiže zagrijavanjem tijela projektila na temperaturu od 788°C do 871°C kako bi se dobila uniformna austenitna struktura. Kada se projektil zagrije do uniformne temperature, onda se kali u uljanoj kupki.

Operacija kaljenja je važan korak u dobijanju željenih mehaničkih osobina materijala. Projektili se postave iznad uljane kupke i spuštaju u nju uz pomoć hidrauličnog mehanizma. Kada je projektil potpuno u kupki, ulje se pumpa kroz otvore projektila kako bi se uklonile šupljine u materijalu i materijal zakadio. Uljana kupka održava se na temperaturi od 660°C do 121°C.

Nakon hlađenja na temperaturi kupke, projektil se podiže iznad uljne kupke, suši, i inspira deterdžentom kako bi se uklonio ostatak ulja. Projektili se zatim temperiraju (popuštaju). Popuštanjem se omekšava tvrda i krta martenzitna struktura nastala kaljenjem, kako bi se dobio materijal tražene čvrstoće i žilavosti. Popuštanje na većim temperaturama daje manju čvrstoću i veću žilavost. Normalni temperaturni opseg za temperiranje je od 316°C do 649°C. Temperatura se bira na osnovu sastava čelika i traženih mehaničkih osobina. Nakon procesa popuštanja, projektil se hlađi na zraku ili kombinacijom zraka i vodenog mlaza [236].

U našoj zemlji osvojene su vlastite tehnologije izrade tijela projektila. Čelici koji su se najviše koristili za tijela projektila su: Č.1534VP, Č.1737VP, Č.1635VP, Č.9180VP i Č.4135VP, pri čemu se skraćenica VP odnosi na termin Valjani Profili.

U tabeli 3.4 dati su dostupni podaci o osnovnim mehaničkim karakteristikama materijala tijela (granica razvlačenja  $\sigma_v$ , zatezna čvrstoća  $\sigma_m$ , relativno izduženje  $\epsilon$  i relativno suženje  $\psi$ ) za artiljerijske projektile 105mm M1, 122mm OF-462, i 130mm M79.

*Tabela 3.4 Osnovne mehaničke karakteristike materijala tijela za ispitivane visoko-eksplozivne projektile* [234]

Materijal JUS/DIN	Projektil	Mehaničke karakteristike								
		Minimalni zahtjevi				Izmjerene vrijednosti				
		Gr. razvl. $\sigma_v$ [MPa]	Zatez. čvrst. $\sigma_m$ [MPa]	Rel. izduž. $\epsilon$ [%]	Rel. suž. $\psi$ [%]	$\sigma_v$ [MPa]	$\sigma_m$ [MPa]	$\sigma_m/\sigma_v$	$\epsilon$ [%]	$\psi$ [%]
Č.9180VP	105 mm, HE, M1	448,3	-	15	30	451 - 604,5	692 - 856,6	1,27 - 1,64	16,1 - 24	31,3 - 51,4
Č.1737VP	122 mm, OF-462	323,7	-	-	15	330,1 - 434	713,4 - 884,6	1,92 - 2,23	13 - 18,6	19,8 - 32,9
	130 mm, HE, M79	313,9	-	-	15	321,6 - 486	737,3 - 927,2	1,91 - 2,31	12 - 16	16,9 - 24,6

---

## POGLAVLJE

# 4

## METODE ISTRAŽIVANJA

### 4.1 UVOD

U doktorskom radu će se, uz analitičke metode i CAD metode (modeliranje projektila i fragmenata u CAD sistemima), koristiti eksperimentalne metode istraživanja i metode numeričkih simulacija.

Eksperimentalne metode za ispitivanje fragmentacionog dejstva HE projektila su skupa istraživanja. U kombinaciji sa analitičkim i numeričkim metodama, eksperimentalne metode predstavljaju osnovu za analizu terminalno-balističkih parametara HE projektila.

Eksperimentalne metode istraživanja izvršene su sa nekoliko tipova artiljerijskih HE projektila (testovi vršeni u tvornici "Pretis" Sarajevo). U radu će se koristiti rezultati eksperimentalnih testova fragmentacije - testovi u arenama i fragmentacijskoj jami.

Kod testa fragmentacije u jami, projektil se rasprskava u zatvorenom prostoru (jami), ispunjenom pjeskom. Nakon fragmentacije mjeri se masa fragmenata, određuje oblik, i vrši njihovo brojanje i razvrstavanje po masenim grupama. Podaci dobijeni u ovim testovima služe kao polazna tačka u procjeni masene distribucije fragmenata.

Fragmentacija HE projektila u arenama služi kao osnova za predviđanje parametara prostorne distribucije fragmenata, prije svega gustine fragmenata. Nakon detonacije broje se proboji i zadori (udari bez proboga) na drvenim panelima standardne debljine. Broj proboga i zadora unosi se u protokol, i dobijeni podaci iz testa se dalje obrađuju različitim metodama.

Metode numeričkih simulacija postale su važan aspekt svakog modernog istraživanja u oblasti terminalne balistike (posebno kod HE projektila) jer se dopunjavaju testiranjima i eksperimentima, smanjujući time ukupno vrijeme rada i finansijske troškove potrebne za skupe eksperimente i akviziciju dobijenih podataka.

Kako bi se odredio opseg i vrijednosti aerodinamičkih koeficijenata, sila i momenata realnog fragmenta, u različitim položajima i pri različitim brzinama nastrujavanja fluida, u programskom paketu Ansys Fluent izvršene su numeričke simulacije trodimenzionalnog, stišljivog toka oko 3D modela fragmenta.

Matematički model koji opisuje procese u fluidnom toku oko fragmenta zasniva se na standardnim jednačinama održanja mase, količine kretanja i energije za postavljeni model, uz odgovarajuće jednačine stanja za razmatrani fluid, i adekvatne početne i granične uslove.

Korištenjem rezultata dobijenih numeričkim simulacijama dobiće se kompletnija slika o složenosti toka vazduha oko nepravilnog fragmenta koji se kreće kroz atmosferu velikim brzinama.

## 4.2 EKSPERIMENTALNE METODE ISTRAŽIVANJA

Eksperimentalna istraživanja fragmentacije HE projektila izvedena su fragmentacijom projektila u jami i fragmentacijom u areni (četvrtkružna).

Test fragmentacije u jami koristi se za procjenu masene distribucije fragmenata, dok se testovi fragmentacije u areni koriste za predviđanje parametara prostorne distribucije i efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva.

### 4.2.1 Testovi fragmentacije u jami

Test fragmentacije u jami rađen je prema jugoslovenskom vojnom standardu kojim se propisuje način i postupak fragmentacije HE projektila u jami. Ovaj standard baziran je na američkom standardu ORD-M608-PM. Testom fragmentacije HE projektila u jami utvrđuje se broj, masa i oblik fragmenata rasprsnutog HE projektila, a metoda se primjenjuje u razvoju i seriskoj proizvodnji [215].

Za ispitivanje fragmentacije u jami potrebna je slijedeća oprema [215]:

- jama za fragmentaciju,
- pjesak za punjenje jame,
- drveni sanduk, kartonska kutija ili tuljak za fragmentaciju,
- uređaj za električno aktiviranje upaljača,
- sito za izdvajanje fragmenata iz pjeska (prosijavanjem),
- magneti za izdvajanje čeličnih fragmenata,
- vaga za mjerjenje mase fragmenata (obična ili sa automatskim razvrstavanjem), i
- pomicno mjerilo za mjerjenje dimenzija fragmenata.

Jama za fragmentaciju generalno je cilindričnog oblika, obložena čeličnim limom oko kojeg su najčešće beton i zemlja.

Glavne dimenzije jame su dubina (oko 4 m) i unutračnji prečnik (oko 4 m). HE projektili manjeg kalibra mogu se fragmentirati i u jamama manjih dimenzija.

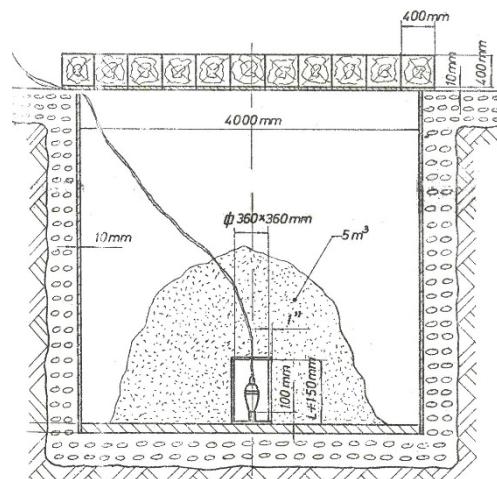
Za punjenje jame koristi se sitni suhi riječni pjesak takve granulacije da prolazi kroz sito otvora 4x4 mm ili kroz sito manjih dimenzija otvora, zavisno od zahtjeva za veličinu fragmenata. Prije ispitivanja pjesak se prosijava, a povremeno i zamjenjuje novim, kako ne bi imao stranih tijela ili veću količinu ostataka od sitnih fragmenata sa prethodnog opita [215].

U slučaju jame za projektil kalibra 120mm (sl. 4.1), prečnik sita je 720 mm, dimenzije otvora presjeka su 3,5 x 3,5 mm, a debljina čelične žice sita je 2mm [217].

Drveni sanduci za fragmentaciju su kvadratnog popr. presjeka, a kartonske kutije kvadratnog ili cilindričnog popr. presjeka, čije su unutrašnje dimenzije tri kalibra projektila. Visina sanduka treba da bude najmanje za dva kalibra veća od prečnika projektila.

Sanduk se izrađuje od jelove daske, debljine 20 - 25 mm, a kutija od kartona takve debljine zida da ne može doći do zadora fragmenata. Spajanje stranica sanduka vrši se što manjim brojem eksera, drvenim klinovima ili lijepljenjem.

Vaga za mjerjenje mase fragmenata koja se koristi u okviru testa fragmentacije u jami treba da ima tačnost najmanje  $\pm 0,1$  g [215].



Sl. 4.1 Test fragmentacije u jami za minobacački projektil 120mm [217]

Uspostavljanje inicijalnog lanca i način iniciranja moraju biti riješeni tako da se što je moguće približnije ostvare ista ograničenja za ekspanziju gasova i fragmenata koja postoje pri stvarnim uslovima dejstva sa nemodifikovanim upaljačem (realni uslovi). U zavisnosti od konstrukcije upaljača, iniciranje može biti električnom kapslom ili sporogorećim štapinom sa kapslom.

HE projektil (ili bojeva glava raketnog projektila) bez upaljača postavlja se centrično u drveni sanduk ili kartonsku kutiju (sl. 4.2), tako da rastojanje između njega i svih strana sanduka ili kutije bude podjednako. U navedenom položaju projektil mora biti stabilan, pri čemu se mogu koristiti podmetači od mekog materijala (stiropor, i sl.).

Na sredinu jame, očišćenu od starog pjeska i fragmenata, ubaci se čist i suh pjesak do odgovarajuće visine (oko 50 cm), pri čemu se mogu koristiti i vreće sa pjeskom.

Sanduk sa projektilom okrenutim vrhom prema gore stavlja se na pjesak u sredinu jame, a zatim se zatrpa sa pjeskom, pri čemu otvor sanduka mora biti pristupačan radi navijanja upaljača. Oko sanduka se mogu postaviti vreće sa pjeskom na rastojanju od 100 do 150 mm, a zatim se sanduk zatrپava pjeskom.

Na projektil se navija upaljač pripremljen za fragmentaciju, a zatim ostvaruje veza sa uređajem za električno aktiviranje upaljača. Električni vodovi ili štapin uvode se u sanduk kroz otvor ispod poklopca, pri čemu drugi krajevi vodova moraju biti kratko spojeni. Zatim se sanduk zatvara poklopcem i zatrpa preostalom količinom pjeska koja je potrebna za fragmentaciju.

Pravilnom raspodjelom pjeska oko sanduka treba obezbjediti da ne dođe do usitnjavanja fragmenata uslijed eventualnog udara o zidove jame, a masom poklopca jame (ukoliko je jama sa poklopcom) i količinom pjeska spriječiti otvaranje jame, a time i gubljenje fragmenata pri fragmentaciji [215].

U zavisnosti od mase eksploziva u projektilu koji se rasprkava (TNT ili ekvivalentna masa TNT) treba upotrijebiti i odgovarajuću količinu pjeska, prema slijedećem kriteriju [215]:

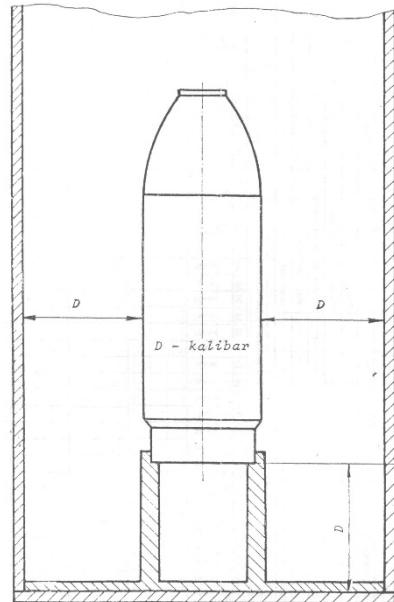
- za masu eksplozivnog punjenja do 1 kg upotrebljava se min.  $1,5 \text{ m}^3$  pjeska,
- za masu eksplozivnog punjenja od 1 do 2 kg upotrebljava se min.  $3 \text{ m}^3$  pjeska,
- za masu eksplozivnog punjenja od 2 do 3 kg upotrebljava se min.  $4 \text{ m}^3$  pjeska,

a za svaki naredni kg eksplozivnog punjenja dodaje se još po min.  $1 \text{ m}^3$  pjeska.

Nakon fragmentacije izdvajaju se fragmeni rasprsnutog HE projektila prosijavanjem pjeska, pomoću magneta ili na drugi pogodan način. Masa pronađenih fragmenata treba da je najmanje 85% od mase projektila bez eksploziva. Manji procenat ukazuje na neefikasno traženje fragmenata. Rezultati koji daju preko 99% mase pronađenih fragmenata moraju se odbaciti i treba izvršiti ponovno ispitivanje. Pri izvođenju novog opita pjesak se mora prosijati ili zamjeniti čistim pjeskom [215].

Pronađeni fragmenti razvrstavaju se u slijedeće masene grupe [215]:

- do 0,5 g,
- preko 0,5 do 1 g,
- preko 1 do 2 g,
- preko 2 do 3 g,
- preko 3 do 5 g,



Sl. 4.2 Postavljanje HE projektila unutar sanduka pri fragmentaciji u jami [215]

- preko 5 do 10 g,
- preko 10 do 15 g,
- preko 15 do 20 g,
- preko 20 do 30 g,
- preko 30 do 50 g,
- preko 50 do 75 g,
- preko 75 do 100 g,
- preko 100 do 150 g, i
- preko 150 g.

Rezultati ispitivanja unose se u protokol ispitivanja fragmentacije u jami [215].

U okviru disertacije analizirani su rezultati testa fragmentacije u jami slijedećih HE projektila:

- 105mm HE M1 (TNT): 4 testirana projektila,
- 122mm HE OF-462 (TNT): 3 testirana projektila,
- 122mm HE M76 (Komp. B): 3 testirana projektila,
- 130mm HE M79 (TNT): 2 testirana projektila,

U tabelama 4.1 - 4.4 dat je prikaz rezultata eksperimentalnih istraživanja u jami za date artiljerijske projektile, pri čemu je urađena i statistička analiza.

*Tabela 4.1 Rezultati 4 testa u jami za projektil 105mm HE M1 i statistička obrada rezultata*

<b>Mas. grupa (g)</b>	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Statistička analiza				
	<b>Ukupni broj fragmenata u grupi</b>				<b>Sr. vrijednost</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>	<b>Opseg</b>	<b>Std. dev.</b>
do 0,5	274	422	386	356	359,50	274	422	148	63,06
0,5 do 1	433	440	430	387	422,50	387	440	53	24,03
1 do 2	413	383	391	330	379,25	330	413	83	35,20
2 do 3	170	236	190	177	193,25	170	236	66	29,68
3 do 5	270	251	262	197	245,00	197	270	73	32,93
5 do 10	266	278	249	224	254,25	224	278	54	23,41
10 do 15	119	126	113	96	113,50	96	126	30	12,82
15 do 20	90	74	78	73	78,75	73	90	17	7,80
20 do 30	74	76	73	80	75,75	73	80	7	3,10
30 do 50	58	46	53	51	52,00	46	58	12	4,97
50 do 75	3	11	11	19	11,00	3	19	16	6,53
75 do 100	1	1	3	3	2,00	1	3	2	1,15
100 do 150	-	-	-	2	2,00	-	-	-	-
<b>Ukupno:</b>	<b>2171</b>	<b>2344</b>	<b>2239</b>	<b>1995</b>	<b>2187,25</b>	<b>1995</b>	<b>2344</b>	<b>349</b>	<b>146,60</b>
<b>Mas. grupa (g)</b>	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Statistička analiza				
	<b>Ukupna masa fragmenata u grupi (g)</b>				<b>Sr. vrijednost</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>	<b>Opseg</b>	<b>Std. dev.</b>
do 0,5	100	159	142	122	130,75	100	159	59	25,47
0,5 do 1	309	313	306	272	300,00	272	313	41	18,89
1 do 2	588	544	558	451	535,25	451	588	137	59,09
2 do 3	420	578	468	430	474,00	420	578	158	72,35
3 do 5	1052	1009	1028	777	966,50	777	1052	275	127,55
5 do 10	1854	1908	1762	1570	1773,50	1570	1908	338	148,45
10 do 15	1438	1624	1390	1148	1400,00	1148	1624	476	195,98
15 do 20	1532	1265	1338	1280	1353,75	1265	1532	267	122,93
20 do 30	1769	1833	1773	1958	1833,25	1769	1958	189	88,17
30 do 50	2145	1674	1966	1980	1941,25	1674	2145	471	195,83
50 do 75	184	638	678	1158	664,50	184	1158	974	398,04
75 do 100	89	90	237	234	162,50	89	237	148	84,30
100 do 150	-	-	-	226	226,00	-	-	-	-
<b>Ukupno:</b>	<b>11480</b>	<b>11635</b>	<b>11646</b>	<b>11606</b>	<b>11591,75</b>	<b>11480</b>	<b>11646</b>	<b>166</b>	<b>76,39</b>

U tabelama 4.1 - 4.4 dat je za svaki test i ukupno za sve testove prikaz statističke analize eksperimentalnih podataka fragmentacije u jami (sr. vrijednost, minimalna i maksimalna vrijednost broja i mase fragmenata, njihova širina opseg i standardna devijacija broja i mase fragmenata za pojedine testove).

Fragmentacijom projektila 105mm HE M1 (tabela 4.1) nastaje 1995 - 2344 fragmenata, što znači da kod ovog projektila razlike u ukupnom broju fragmenata (za četiri testa fragmentacije) iznose do 17,5%. Maksimalna relativna razlika u ukupnoj masi sakupljenih fragmenata za ovaj projektil iznosi oko 1,4%.

*Tabela 4.2 Rezultati 3testa u jami za projektil 122mm HE OF462 i statistička obrada rezultata*

<b>Mas. grupa (g)</b>	<b>Test 1</b>	<b>Test 2</b>	<b>Test 3</b>	<b>Statistička analiza</b>				
	<b>Ukupni broj fragmenata u grupi</b>	<b>Sr. vrijednost</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>	<b>Opseg</b>	<b>Std. dev.</b>		
do 0,5	2675	1586	1905	2055,33	1586	2675	1089	559,85
0,5 do 1	860	685	698	747,67	685	860	175	97,50
1 do 2	637	627	624	629,33	624	637	13	6,81
2 do 3	328	359	378	355,00	328	378	50	25,24
3 do 5	415	418	418	417,00	415	418	3	1,73
5 do 10	507	507	491	501,67	491	507	16	9,24
10 do 15	216	242	194	217,33	194	242	48	24,03
15 do 20	101	114	124	113,00	101	124	23	11,53
20 do 30	127	86	64	92,33	64	127	63	31,97
30 do 50	41	49	56	48,67	41	56	15	7,51
50 do 75	6	11	22	13,00	6	22	16	8,19
75 do 100	-	-	1	1,00	-	-	-	-
<b>Ukupno:</b>	<b>5913</b>	<b>4684</b>	<b>4975</b>	<b>5190,67</b>	<b>4684</b>	<b>5913</b>	<b>1229</b>	<b>642,26</b>
<b>Mas. grupa (g)</b>	<b>Test 1</b>	<b>Test 2</b>	<b>Test 3</b>	<b>Statistička analiza</b>				
	<b>Ukupna masa fragm. u grupi (g)</b>	<b>Sr. vrijednost</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>	<b>Opseg</b>	<b>Std. dev.</b>		
do 0,5	642	698	724	688,00	642	724	82	41,90
0,5 do 1	647	503	525	558,33	503	647	144	77,57
1 do 2	931	910	933	924,67	910	933	23	12,74
2 do 3	826	880	949	885,00	826	949	123	61,65
3 do 5	1640	1598	1634	1624,00	1598	1640	42	22,72
5 do 10	3634	3550	3552	3578,67	3550	3634	84	47,93
10 do 15	1674	2867	2380	2307,00	1674	2867	1193	599,84
15 do 20	1652	2010	2162	1941,33	1652	2162	510	261,84
20 do 30	3908	2070	1581	2519,67	1581	3908	2327	1226,94
30 do 50	1668	1795	2108	1857,00	1668	2108	440	226,46
50 do 75	342	656	1277	758,33	342	1277	935	475,83
75 do 100	-	-	91	91,00	91	91	0	-
<b>Ukupno:</b>	<b>17564</b>	<b>17537</b>	<b>17916</b>	<b>17672,33</b>	<b>17537</b>	<b>17916</b>	<b>379</b>	<b>211,45</b>

Analizom broja fragmenata (tabele 4.1 – 4.4), primjećuje se najveća standardna devijacija (apsolutna mjera disperzije u skupu koja pokazuje koliko u prosjeku elementi skupa odstupaju od aritmetičke sredine skupa) kod najmanjih masenih grupa. To se može objasniti načinom prikupljanja fragmenata nakon testa fragmentacije. Naime, ukoliko se ne koriste magneti za prikupljanje fragmenata, fragmenti veoma male mase neće se moći pronaći što može značajno izmjeniti ukupnu sliku masene distribucije fragmenata, i varijacije od testa do testa će biti velike.

Što se tiče mase fragmenata po pojedinim grupama fragmenata (tabele 4.1 – 4.4), uglavnom se povećanjem mase fragmenata povećavaju i standardne devijacije datih masenih grupa. Veće masene grupe (iznad 15g) osjetljivije su na varijacije u vrijednostima mase fragmenata za pojedini test jer, uslijed stohastičnosti procesa fragmentacije, u većim masenim grupama mogu nastati fragmenti značajno različite mase i dimenzija, što može dovesti do veće disperzije individualnih vrijednosti mase fragmenata od srednje vrijednosti mase fragmenata za datu grupu.

Kod projektila 122mm HE OF-462 (TNT), maksimalna razlika u ukupnom broju fragmenata za tri testa fragmentacije (tabela 4.2) iznosi 1229 fragmenata (26,2%), što može ukazivati na manje razlike u reproduktivnosti procesa proizvodnje projektila (npr. određene razlike u mehaničkim karakteristikama i termičkoj obradi materijala tijela, razlike u gustini i načinu punjenja eksplozivnog punjenja) ili na neadekvatan način prikupljanja fragmenata. Maksimalna relativna razlika u ukupnoj masi sakupljenih fragmenata za projektil 122mm HE OF-462 iznosi oko 2,2% (tabela 4.2).

*Tabela 4.3 Rezultati 3 testa u jami za projektil 122mm HE M76 i statistička obrada rezultata*

<b>Mas. grupa (g)</b>	<b>Test 1</b>	<b>Test 2</b>	<b>Test 3</b>	<b>Statistička analiza</b>				
	<b>Ukupni broj fragmenata u grupi</b>			<b>Sr. vrijednost</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>	<b>Opseg</b>	<b>Std. dev.</b>
do 0,5	852	1307	1176	1111,67	852	1307	455	234,22
0,5 do 1	1320	1467	1239	1342,00	1239	1467	228	115,58
1 do 2	1177	1283	1143	1201,00	1143	1283	140	73,02
2 do 3	579	643	549	590,33	549	643	94	48,01
3 do 5	632	655	589	625,33	589	655	66	33,50
5 do 10	526	526	524	525,33	524	526	2	1,15
10 do 15	226	217	255	232,67	217	255	38	19,86
15 do 20	54	56	45	51,67	45	56	11	5,86
20 do 30	25	14	23	20,67	14	25	11	5,86
30 do 50	5	2	3	3,33	2	5	3	1,53
50 do 75	-	-	5	5,00	-	-	-	-
<b>Ukupno:</b>	<b>5396</b>	<b>6170</b>	<b>5551</b>	<b>5705,67</b>	<b>5396</b>	<b>6170</b>	<b>774</b>	<b>409,52</b>
<b>Mas. grupa (g)</b>	<b>Test 1</b>	<b>Test 2</b>	<b>Test 3</b>	<b>Statistička analiza</b>				
	<b>Ukupna masa fragmenata u grupi (g)</b>			<b>Sr. vrijednost</b>	<b>Min</b>	<b>Max</b>	<b>Opseg</b>	<b>Std. dev.</b>
do 0,5	316	475	428	406,33	316	475	159	81,68
0,5 do 1	941	1038	888	955,67	888	1038	150	76,07
1 do 2	1675	1812	1617	1701,33	1617	1812	195	100,13
2 do 3	1395	1563	1338	1432,00	1338	1563	225	116,97
3 do 5	2433	2535	2273	2413,67	2273	2535	262	132,07
5 do 10	3679	3622	3572	3624,33	3572	3679	107	53,54
10 do 15	3030	2979	3406	3138,33	2979	3406	427	233,20
15 do 20	1259	1297	1059	1205,00	1059	1297	238	127,86
20 do 30	936	495	856	762,33	495	936	441	234,95
30 do 50	302	113	254	223,00	113	302	189	98,24
50 do 75	-	-	352	352,00	-	-	-	-
<b>Ukupno:</b>	<b>15966</b>	<b>15929</b>	<b>16043</b>	<b>15979,33</b>	<b>15929</b>	<b>16043</b>	<b>114</b>	<b>58,16</b>

Fragmentacijom projektila 122mm HE M76 (Komp. B), razlike u ukupnom broju fragmenata za tri testa fragmentacije iznose čak do 14,3% (tabela 4.3). Maksimalna relativna razlika u ukupnoj masi sakupljenih fragmenata za projektil 122mm HE M76 za tri izvršena testa nije značajna i iznosi oko 0,7% (tabela 4.3).

Što se tiče projektila 130mm HE M79, koji ima TNT kao glavno eksplozivno punjenje, maksimalna relativna razlika u ukupnom broju fragmenata za dva testa fragmentacije iznosi oko 1,6% (tabela 4.4), dok je maksimalna relativna razlika u ukupnoj masi sakupljenih fragmenata za ovaj projektil oko 0,33%.

Tabela 4.4 Rezultati 2 testa u jami za projektil 130mm HE M79 i statistička obrada rezultata

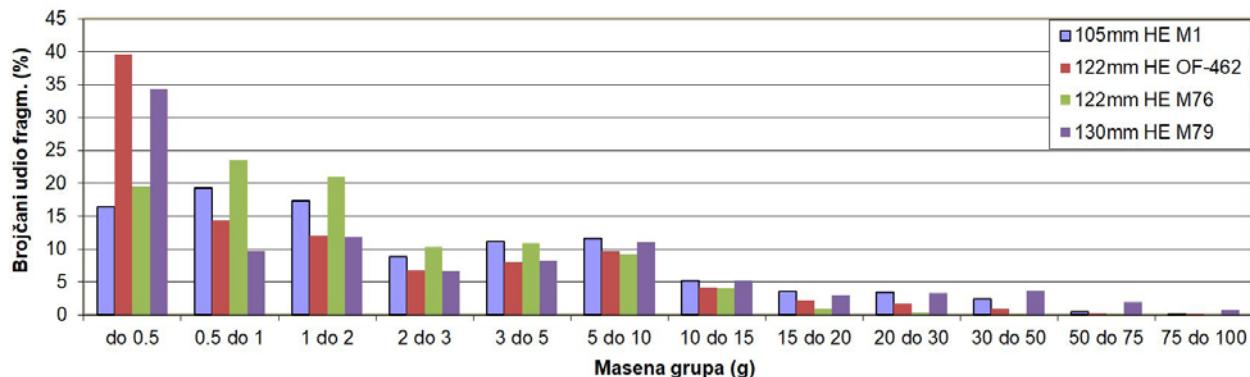
Mas. grupa (g)	Test 1	Test 2	Statistička analiza				
	Ukupni broj fragmenata		Sr. vrijednost	Min	Max	Opseg	Std. dev.
do 0,5	1373	1351	1362,00	1351	1373	22	15,56
0,5 do 1	362	408	385,00	362	408	46	32,53
1 do 2	418	520	469,00	418	520	102	72,12
2 do 3	246	280	263,00	246	280	34	24,04
3 do 5	329	325	327,00	325	329	4	2,83
5 do 10	476	399	437,50	399	476	77	54,45
10 do 15	208	199	203,50	199	208	9	6,36
15 do 20	122	118	120,00	118	122	4	2,83
20 do 30	145	123	134,00	123	145	22	15,56
30 do 50	138	157	147,50	138	157	19	13,44
50 do 75	79	75	77,00	75	79	4	2,83
75 do 100	31	29	30,00	29	31	2	1,41
100 do 150	8	15	11,50	8	15	7	4,95
<b>Ukupno:</b>	<b>3935</b>	<b>3999</b>	<b>3967,00</b>	<b>3935</b>	<b>3999</b>	<b>64</b>	<b>45,25</b>
Mas. grupa (g)	Test 1	Test 2	Statistička analiza				
	Ukupna masa fragm. (g)		Sr. vrijednost	Min	Max	Opseg	Std. dev.
do 0,5	412	500	456,00	412	500	88	62,23
0,5 do 1	284	307	295,50	284	307	23	16,26
1 do 2	959	754	856,50	754	959	205	144,96
2 do 3	615	675	645,00	615	675	60	42,43
3 do 5	1285	1277	1281,00	1277	1285	8	5,66
5 do 10	3478	2905	3191,50	2905	3478	573	405,17
10 do 15	2539	2435	2487,00	2435	2539	104	73,54
15 do 20	2078	2012	2045,00	2012	2078	66	46,67
20 do 30	3558	3035	3296,50	3035	3558	523	369,82
30 do 50	5245	6050	5647,50	5245	6050	805	569,22
50 do 75	4875	4465	4670,00	4465	4875	410	289,91
75 do 100	2526	2455	2490,50	2455	2526	71	50,20
100 do 150	886	1795	1340,50	886	1795	909	642,76
<b>Ukupno:</b>	<b>28740</b>	<b>28665</b>	<b>28702,50</b>	<b>28665</b>	<b>28740</b>	<b>75</b>	<b>53,03</b>

Rezultati eksperimentalnih testova u jami sumarno su predstavljeni na slikama 4.3 i 4.4, gdje su prikazani udio broja fragmenata pojedinih masenih grupa prema ukupnom broju fragmenata (sl. 4.3) i maseni udio pojedinih masenih grupa prema ukupnoj masi fragmenata (sl. 4.4).

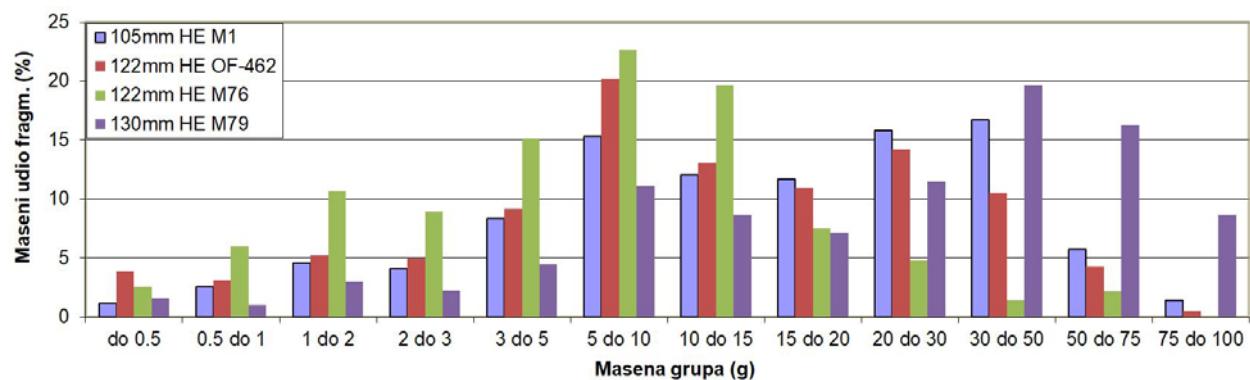
Dijagrami pokazuju da najveći broj fragmenata kod svih ispitivanih HE projektila predstavljaju fragmenti manje mase (sl. 4.3), i ti fragmenti (mase do 2g) imaju veoma mali maseni udio u ukupnoj masi svih fragmenata (sl. 4.4).

S druge strane dominantan maseni udio fragmenata čine fragmenti većih masa (iznad 5g, sl. 4.4), ali njihov broj je zanemarivo mali u odnosu na fragmente manjih masa (sl. 4.3). Tako, npr., kod projektila 122mm HE OF-462 (TNT, sl. 4.3 i 4.4) oko 40% svih fragmenata brojčano čine fragmenti mase do 0,5g, dok njihov udio u ukupnoj masi fragmenata iznosi tek oko 4%. Za isti projektil, fragmenti mase do 5g čine ukupno oko 81% svih fragmenata, ali njihov maseni udio je oko 26,5%.

Što se tiče većih masa, kod ovog projektila (122mm OF-462) fragmenti mase od 5g do 100g čine oko 74% ukupne mase svih fragmenata, a brojčani udio fragmenata ovih masenih grupa iznosi tek oko 19%.



Sl. 4.3 Udio broja fragmenata pojedinih masenih grupa prema ukupnom broju fragmenata



Sl. 4.4 Maseni udio fragmenata pojedinih masenih grupa prema ukupnoj masi fragmenata

#### 4.2.2 Testovi fragmentacije u areni (oboru)

U disertaciji su korišteni rezultati testova fragmentacije HE projektila izvedeni detonacijom projektila u četvrtkružnoj areni u fabrici "Pretis" Sarajevo. Rezultati ovih testova koriste za procjenu parametara prostorne distribucije fragmenata i efikasnosti HE projektila.

Test fragmentacije četvrtkružnoj areni se primjenjuje u razvoju i serijskoj proizvodnji HE projektila. Ovom metodom određuje se broj probora i zadora po jedinici površine arene na različitim rastojanjima, radijus efikasnog dejstva i prostorna distribucija fragmenata.

Na slici 4.5 prikazana je četvrtkružna arena koja se koristi u tvornici "Pretis" Sarajevo. Arena je udaljena od naseljenih mesta, a oko nje su brda obrasla gustom šumom.



Sl. 4.5 Četvrtkružna arena u tvornici "Pretis" (Sarajevo)

Za ispitivanje fragmentacije u četvrtkružnoj areni potrebna je slijedeća oprema:

- drveni sektori (jelovina ili smrčevina) na različitim radijusima,
- pomoćna oprema za postavljanje HE projektila, i
- pribor za aktiviranje upaljača.

Na slici 4.6 prikazana je shema četvrtkružne arene za fragmentaciju HE projektila, sa lučnim sektorima na različitim udaljenostima od centra detonacije u zahvalu ugla do  $360^\circ$ .

Sektori se sastoje od segmenata/panela (slika 4.7), širine 1500 do 2000 mm i visine 2000 mm. Segmenti se izrađuju od jelove ili smrčeve rezane građe druge klase, sa neizbijenim čvorovima, debljine 20 do 25 mm.

Daske sa unutrašnje strane segmenta treba da budu obrađene. Zazor između dasaka ne smije biti veći od 2 mm.

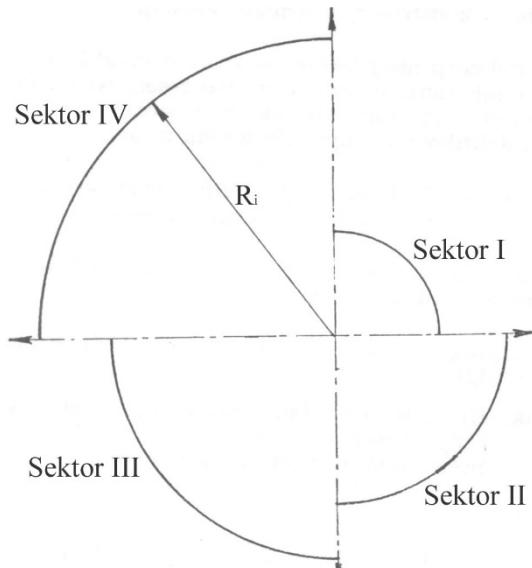
Pomoćna oprema za postavljanje HE projektila u areni sastoji se od drvene podloge, najčešće dimenzija 300x300x50 mm, na koju se postavlja HE projektil<sup>[216]</sup>.

Za učvršćivanje projektila na drvenoj podlozi koristi se lijepljiva traka ili kanap. Aktiviranje HE projektila vrši se odgovarajućim upaljačima na način što približniji stvarnim uslovima upotrebe municije koja se testira.

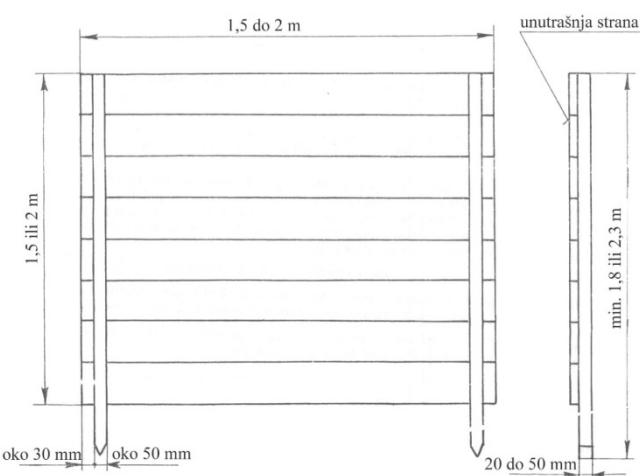
Pri aktiviranju projektila sa posebno pripremljenim upaljačem, uspostavljanje inicijalnog lanca i način iniciranja moraju bili tako riješeni da se, što je moguće približnije, ostvare ista ograničenja za ekspanziju gasova i fragmenata koja postoje pri stvarnim uslovima dejstva. U zavisnosti od izvršene modifikacije upaljača, inicijacija upaljača može se izvršiti i električnom kapslom ili sporogorećim štapinom sa odgovarajućom kapslom.

Zemljište (tlo) za postavljanje četvrtkružne arene mora biti poravnato i nivelišano, bez rastinja i ne smije biti pjeskovito, kamenito, šljunkovito ni blatnjavo.

Sektori arene postavljaju se na određenim radijusima  $R_i$  od centra eksplozije (tabela 4.5). Broj sektora i veličina radiusa  $R_i$  zavise od vrste ispitivanog sredstva (mase eksplozivnog punjenja i intenziteta fragmentacionog dejstva projektila) i propisanih zahtjeva. Segmenti sektora postavljaju se vertikalno na izabranom rastojanju, sa zazorom koji nije veći od 5 mm.



Sl. 4.6 Shema četvrtkružne Arene<sup>[216]</sup>



Sl. 4.7 Shema postavke drvenih segmentama po sektorima četvrtkružne arene<sup>[216]</sup>

Nakon što je izvršena priprema za test, pristupa se proceduri ispitivanja.

Projektil se sa upaljačem, pripremljenim za aktiviranje, postavlja u centar arene. Postavljanje se vrši pomoću opreme iz kompleta dotičnog sredstva, na način kako je to predviđeno u realnim uslovima upotrebe.

Bojeva glava ili projektil postavi se vertikalno u centar arene na visini tla, sa upaljačem prema dole (u visini donje ivice drvenih segmenata), i detonira se električnim putem.

U fazi razvoja, fragmentacija HE projektila u četvrtkružnoj areni može se vršiti u više različitih položaja, što će zavisiti od konstrukcije, namjene i načina upotrebe. Osnovni položaj u kome će se projektili postavljati pri ispitivanju u serijskoj proizvodnji definiše se kroz ispitivanja u razvoju.

Aktiviranje upaljača projektila vrši se iz zaklona, na način što približnije stvarnim uslovima upotrebe dotičnog sredstva, štapinski ili električnim putem.

Prebrojavanje probija i zadora po sektorima arene može se vršiti poslije svake fragmentacije, ili poslije fragmentacije maksimalno tri projektila. Bolje je vršiti prebrojavanje nakon svake fragmentacije, ali to iziskuje više utrošenog vremena. Poslije prebrojavanja probaji i zadori se markiraju odgovarajućom bojom (sl. 4.8 i 4.9).

Segmenti arene se zamjenjuju kada dođe do takvih oštećenja da utvrđivanje zadora i probija više nije pouzdano. Pri svakom prebrojavanju probija i zadora kontroliše se da nije došlo do pomjeranja segmenata, iskošenja ili razdvajanja i preuzimaju mjere da se neispravnosti otklone.

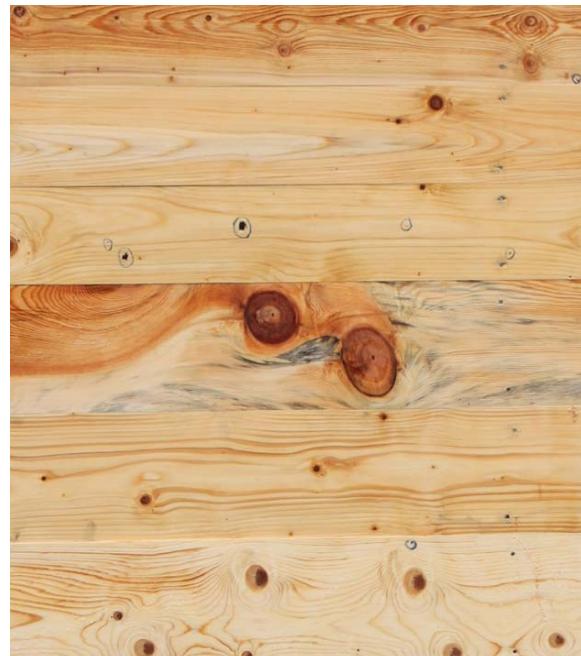
Broj projektila za ispitivanje fragmentacije u četvrtkružnoj areni određuje se programom ispitivanja ili standardom, i ne može biti manji od 3 komada iste serije, rate i šarže materijala, za određeni položaj ispitivanja. Broj probija i broj zadora unose se u odgovarajuće protokole ispitivanja [216].



Sl. 4.8 Unutrašnja strana segmenta arene nakon udara fragmenata

Tabela 4.5 Zavisnost radijusa sektora  $R_i$  od tipa četvrtkružne arene<sup>[216]</sup>

$R_i$ (m)/veličina Arene	5	10	15	20	30	40
1	I	II	III	IV		
2		I	II	III	IV	
3			I	II	III	IV



Sl. 4.9 Pogled izbliza na prodore i zadore fragmenata na panelu četvrtkružne arene

Broj proboga po kvadratnom metru može se odrediti za svaki pojedinačni projektil ili se izračunava srednja vrijednost za grupu.

Obračun se vrši za svaki sektor, prema generalnom obrascu [216]:

$$q_i = \frac{n_i}{S_i G_i} \quad (4.1)$$

gdje su:  $q_i$  - broj proboga po  $m^2$ ,  $n_i$  - broj proboga na sektoru poluprečnika  $R_i$ ,  $S_i$  - površina sektora ( $m^2$ ) poluprečnika  $R_i$ ,  $G_i$  - broj projektila rasprsnutih u okviru jedne grupe. Broj proboga po  $m^2$  prikazuje se grafički po sektorima, odnosno radijusima  $R_i$ .

Radius efikasnosti HE projektila određuje se kao udaljenost od centra detonacije na kojoj je gustina efikasnih fragmenata (onih koji su probili drvene mete arene) jednak 1 fragment/ $m^2$ .

U okviru disertacije analizirani su rezultati testova fragmentacije u četvrtkružnoj areni (radijusi arene: 10, 15, 20 i 30m, tip II) slijedećih HE projektila:

- 105mm HE M1 (TNT): 8 testiranih projektila; visina arene 1,5m,
- 122mm HE OF-462 (TNT): 2 testirana projektila; visina arene 2m,
- 122mm HE M76 (Komp. B): 4 testirana projektila; visina arene 2m, i
- 130mm HE M79 (TNT): 2 testirana projektila; visina arene 2m,

U tabeli 4.6 su dati rezultati pojedinačnih eksperimentalnih testova (broj proboga) u četvrtkružnoj areni za ispitivane projektile.

*Tabela 4.6 Rezultati (broj proboga) pojedinačnih eksperimentalnih testova u četvrtkružnoj areni*

Projektil	Broj proboga fragmenata							
	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6	Test 7	Test 8
<b>105mm HE M1 (TNT)</b>	134	113	124	105	159	142	119	108
	37	42	60	56	58	36	63	52
	20	21	27	27	28	29	35	31
	38	12	16	18	20	15	17	12
<b>122mm HE OF-462 (TNT)</b>	213	248						
	185	150						
	83	86						
	36	31						
<b>122mm HE M76 (Komp. B)</b>	561	641	518	462				
	343	308	330	324				
	236	209	188	193				
	102	106	80	88				
<b>130mm HE M79 (TNT)</b>	311	243						
	183	203						
	126	152						
	79	60						

Kao što se vidi iz tabele 4.3, za različite testove dobijeni su različiti brojevi proboga fragmenata, što je logično s obzirom na stohastičnost procesa fragmentacije i različitih uticajnih faktora. Zato su u MatLab-u (Curve Fitting Toolbox) određene aproksimacione funkcije gustine efikasnih fragmenata za svaki test i za svaki projektil posebno, kako bi se procjenila razlika između pojedinih testova i procjenio opseg vrijednosti radiusa efikasnosti za date HE projektile.

Aproksimacione funkcije gustine efikasnih fragmenata u funkciji udaljenosti su oblika:  $y = a \cdot x^b$  ili  $y = a \cdot e^{(b-x)}$ . Funkcije se biraju tako da je koeficijent korelacije (između eksperimentalnih

podataka i aproksimacione krive) što bliže vrijednosti 1. Radijus efikasnosti dobijen je za uslov da je gustina fragmenata jednaka  $1 \text{ frag/m}^2$ , koristeći izraz (2.25). U tabeli 4.4 date su vrijednosti radijusa efikasnosti datih visoko-eksplozivnih artiljerijskih projektila za svaki test posebno i njihove srednje vrijednosti.

*Tabela 4.7 Rezultati pojedinačnih eksperimentalnih testova u četvrtkružnoj areni*

Projektil	Radijus efikasnosti (m)								
	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6	Test 7	Test 8	Sr. vr.
<b>105mm M1 (TNT)</b>	15,7	15,8	17,6	17,4	17,4	15,6	18,4	17,1	<b>16,9</b>
<b>122mm OF-462 (TNT)</b>	24,1	21,6							<b>22,9</b>
<b>122mm M76 (Komp. B)</b>	30,2	32,3	28,7	29,6					<b>30,2</b>
<b>130mm M79 (TNT)</b>	27,1	27,3							<b>27,2</b>

Tabela 4.7 pokazuje da, za različite testove, radijus efikasnosti varira, kod nekih projektila značajno. Tako se kod projektila 105mm HE M1 vrijednost radijusa efikasnosti kreće od 15,7m do 18,4m, što znači da se za osam ispitanih projektila 105mm M1 radijus efikasnosti razlikuje za 2,7m od najmanjeg do najvećeg dobijenog radijusa.

Slična situacija zabilježena je i kod artiljerijskog projektila 122mm HE OF-462, gdje su radijusi efikasnog dejstva za dva testirana projektila 24,1m i 21,6m, što znači da je opseg vrijednosti radijusa efikasnosti u ovom slučaju 2,5m.

Projektil 122mm HE M76 za četiri testiranja ima radijuse efikasnosti: 30,2m, 32,3m, 28,7m i 29,6m (širina opsega 3,6m), a srednja vrijednost za četiri testa iznosi 30,2m. Treba napomenuti je radijus efik. za projektil 122mm M76 određen na osnovu tri tačke (za gustine na radijusima 15, 20 i 30m) radi toga što je na prvom radijusu neuobičajeno velika gustina fragmenata, a to u ovom slučaju dovodi do pogrešnih rezultata za radijus (distorzija regresione krive).

Projektil 130mm HE M70 pokazuje najmanja odstupanja u radijusu efikasnosti (širina opsega vrijednosti radijusa efikasnosti je u ovom slučaju samo 0,2m).

Povećanjem broja eksperimentalnih testova došlo bi se do statistički značajnijeg uzorka, čime bi se vjerovatno smanjile greške u procjeni radijusa efikasnosti koje stvara proces brojanja probaja fragmenata.

Sumarno poredeći podatke o radijusu efikasnog dejstva (tabela 4.7), pokazalo se, generalno govoreći, da najveći efikasni radijus ima projektil 122mm M76, napunjen sa komp. B. Najmanji radijus efikasnog dejstva od razmatranih projektila ima projektil 105mm HE M1.

Ako se uporede artiljerijski projektili istog kalibra (122mm), ali drugačijeg dizajna i eksplozivnog punjenja (122mm HE OF-462 sa TNT i 122mm HE M76 sa Komp. B), uočava se da projektil 122mm HE M76 sa eksplozivnim punjenjem Komp. B ima značajno veći radijus efikasnog dejstva u odnosu na srednju vrijednost efikasnog radijusa projektila 122mm HE OF-462 sa TNT-om (tabela 4.7). Projektil 122mm HE M76 predstavlja poboljšanu verziju projektila 122mm HE OF-462. Poboljšanja se ogledaju u optimizaciji trase projektila (veći odnos  $C/M$ , manji odnos  $t/d$ ) i primjeni eksploziva boljih detonacionih karakteristika kod modela 122mm (Kompozicija B, umjesto TNT). Veći odnos  $C/M$  i eksploziv veće gustine (a time i detonacione brzine i detonacionog pritiska), utiču na povećanje početne brzine i kinetičke energije fragmenata, što u konačnici utiče i na povećanje radijusa efikasnog dejstva. Jači eksploziv, osim toga, daje i veći broj fragmenata nakon detonacije što direktno utiče na gustinu fragmenata.

## 4.3 METODE NUMERIČKIH SIMULACIJA

### 4.3.1 Uvod

Metode numeričkih simulacija, primjenom računarske dinamike fluida, važan su aspekt modernih istraživanja jer se dopunjavaju eksperimentima i analitičkim modelima, smanjujući time ukupno vrijeme i troškove rada.

Računarska dinamika fluida (CFD - eng. Computational Fluid Dynamics) je sve popularnija naučna oblast kojoj je glavni cilj primjena znanja i iskustava s područja mehanike fluida uz izradu računarskih modela, kako bi se dobila nova saznanja o specifičnim problemima unutar mehanike fluida.

U opštem slučaju numerička računarska simulacija se sastoji od nekoliko glavnih koraka, kao što je shematski prikazano na slici 4.15.

*Identifikacija problema* podrazumijeva definiranje ciljeva numeričke simulacije (koji rezultati se traže i kako će biti korišteni), koje su opcije modeliranja, koji fizikalni modeli će biti uključeni u analizu (viskoznost, turbulencija, kompresibilnost), koja pojednostavljenja se mogu koristiti, da li se trebaju koristiti korisnički definirane funkcije (napisane u programskim jezicima C® ili Fortran®), koji stepen tačnosti se traži i koliko je vremenski potrebno da se dođe do rezultata.

Identifikacija domena označava postavku početka i kraja proračunskog domena, definisanje opštih graničnih uslova i moguću aproksimaciju modela npr. dvodimenzionalnom, osnovno-simetričnom ili stacionarnom analizom [160].

Pod *preprocesiranjem* se podrazumijeva definiranje geometrije, mreže (diskretizacija prostora), fizikalnog modela i solvera koji se koristi.

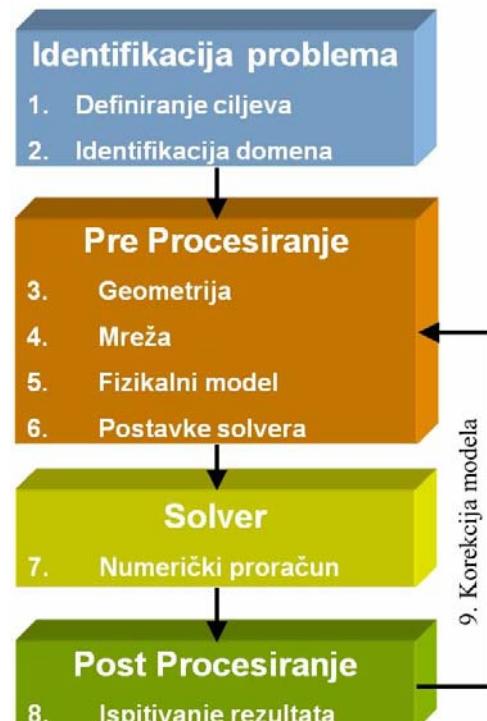
Kreiranje geometrije potrebno je kako bi se pravilno predstavio domen proračuna. Moguće je korištenje već postojećeg CAD modela ili crtanje svakog modela pojedinačno, što zahtjeva više vremena.

Često se geometrija numeričkog modela pojednostavljuje uklanjanjem nepotrebnih komponenti koje mogu dodatno usložiti mrežu, a redovno se koristi simetrija i periodičnost geometrijskih tijela.

Za diskretizaciju prostora numeričkog modela važno je prepoznati koja rezolucija mreže je potrebna u pojedinim regionima. Rezolucija treba biti povećana (adaptacija mreže) na mjestima koja su zanimljiva kako bi se što tačnije predviđeli gradijenti brzine, pritiska i temperature (sl. 4.16).

Od računarskih resursa ponajviše zavisi koliko gusta mreža će biti izabrana i koji model će se koristiti [160].

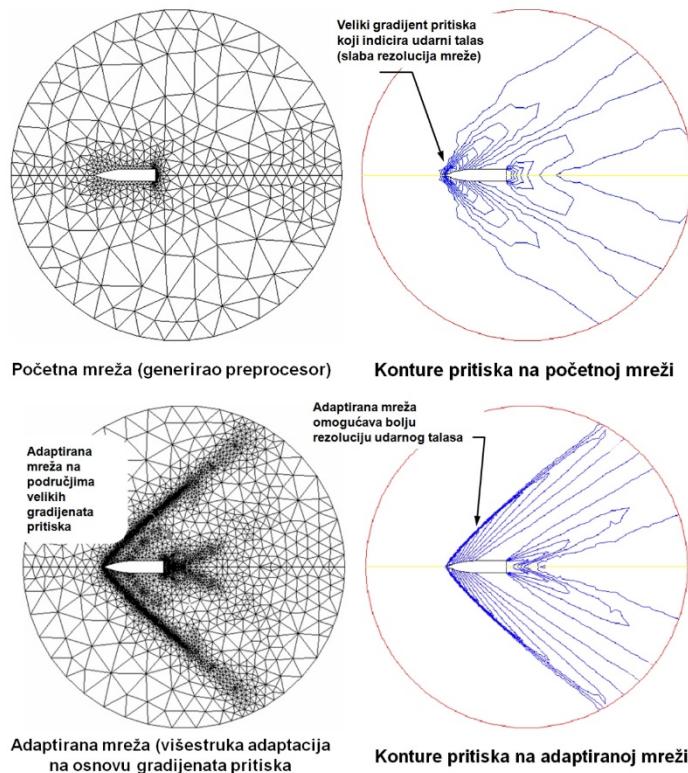
Kod odabira fizikalnog modela potrebno je definirati osobine materijala (fluid, čvrsto tijelo ili multifazni tok), izabrati odgovarajuće fizikalne modele (turbulencija, sagorijevanje, multifazni tok), postaviti početne i granične uslove, podešiti kontrole solvera i monitoring konvergencije rješenja.



Sl. 4.15 Proces numeričke simulacije [160]

Postavke solvera sistema uključuju odabir tipa solvera, diskretizacijsku šemu, inicijalizaciju rješenja, monitoring konvergencije (analiza stabilnosti), i provjeru tačnosti (provjera nezavisnosti mreže i adaptacija mreže na određenom dijelu domena). Solveri numerički rješavaju probleme iz mehanike fluida koristeći jednačinu održanja mase, jednačinu održanja količine kretanja i jednačinu održanja energije (Prvi zakon termodinamike), zajedno sa jednačinom stanja za dati fluid i konstitutivnim relacijama, uz adekvatne početne i granične uslove.

U postupku *postprocesiranja* vrši se ispitivanje i analiza rezultata kako bi se analiziralo rješenje i izvukli korisni podaci. Vizualizacijski alati u numeričkim programima omogućavaju da se stekne uvid u polje pritisaka ili brzina, da se vizualiziraju vektori toka, da se predviđi položaj udarnih talasa i sl. Alati za numeričke izvještaje mogu se koristiti za kvantitativnu analizu sila i momenata, balansa fluksa, koeficijenata otpora, i ostalih varijabli koje su od interesa<sup>[160]</sup>.



Sl. 4.16 Konture pritiska na neadaptiranoj i adaptiranoj mreži<sup>[160]</sup>

Kao finalna faza numeričke simulacije smatraju se procesi verifikacije i validacije rezultata. Procedure verifikacije i validacije su sredstva pomoću kojih se mogu kvantitativno procjeniti greške i nesigurnosti numeričkog modela.

Verifikacija se može definirati kao proces procjene grešaka i nesigurnosti numeričke simulacije, koji se prvenstveno odnosi na analizu ulaznih parametara korištenih za definiranje geometrije tijela, te početnih i graničnih uslova. Svi ovi parametri moraju biti pažljivo provjereni i sistematski dokumentovani tokom istraživanja. Važno je i da se provedu analize osjetljivosti mreže i vremenskog koraka kako bi se ograničila greška, bilo da ona nastaje uslijed neadekvatne prostorne diskretizacije, prevelikog vremenskog koraka, nedostatka iteracijske konvergencije ili grešaka u programiranju koje su povezane sa diskretnim aproksimacijama primjenjenim na parcijalne diferencijalne jednačine fizikalnog modela. Validacija je, s druge strane, proces procjene grešaka i nesigurnosti numeričkog modela vršeći komparaciju dobijenih rezultata sa dostupnim eksperimentalnim podacima. Validacija predstavlja konačnu fazu procesa provjere matematskog modela koji je primjenjen, u kojoj se određuje stepen slaganja usvojenog modela sa realnim fizikalnim fenomenom koji se istražuje u analizi<sup>[165]</sup>.

Postoji nekoliko karakterističnih grešaka koje se mogu pojaviti u numeričkoj simulaciji [165]:

- *Diskretizacijska greška.* Greška nastala kao rezultat razlike između diskretizovanih jednačina i parcijalnih diferencijalnih jednačina matematičkog modela. Nastaje zbog numeričke aproksimacije rješenja, tj. aproksimacije parcijalnih diferencijalnih jednačina sistemom linearnih algebarskih jednačina. U numeričkim simulacijama se uvijek rješava sistem algebarskih jednačina, ne diferencijalnih (diferencijalne se diskretiziraju), a reziduali se određuju prema tome koliko algebarske jednačine odstupaju od nule, odnosno koliko su zadovoljene. Te jednačine u idealnom teorijskom slučaju bi trebale da su jednake nuli (npr.  $Ax-b=0$ , gdje je  $A$  - matrica koeficijenata,  $x$  - vektor nepoznatih varijabli, a  $b$  je vektor poznatih vrijednosti). Za numerički metod da bude konzistentan, diskretizacijska greška treba da teži nuli kada vremenski korak teži nuli. Numerička metoda je stabilna ako se greške koje se pojavljuju tokom rješavanja problema ne uvećavaju. Tačnost tehnikе se može provjeriti ako se napravi gušća mreža i provjere rješenja u odnosu na originalnu mrežu. Ako se rezultati sa gušćom mrežom ne razlikuju mnogo od rezultata za originalnu numeričku mrežu, može se reći da je tačnost na zadovoljavajućem nivou.
- *Konvergencijska greška.* Ovaj tip greške nastaje obično kad su istraživači nestrpljivi ili nemaju dovoljno vremena, te ne dozvoljavaju solveru da završi proces do konačnog konvergiranog rješenja ili primjenjuju prevelike tolerancije za reziduale kako bi ranije završili proces iteracije, iako je dobijeno numeričko rješenje daleko od tačnog. Kada su zadovoljeni uslovi stabilnosti kaže se da je numerička procedura konvergentna. Konvergencija numeričkog procesa se postiže kada se rješenje sistema diskretizovanih algebarskih jednačina približava rješenju parcijalnih diferencijalnih jednačina, uz date početne i granične uslove. Tokom numeričke procedure posmatraju se debalansi diskretizovanih jednačina (koliko algebarske jednačine odstupaju od nule) i ove greške se nazivaju reziduali sistema. Oni mjere veličinu debalansa koja nastaje kao razlika diskretizovanih i parcijalnih diferencijalnih jednačina, i terminiraju numerički proces kada je dostignuta određena tolerancija (npr. reda  $10^{-5}$ ). Za zadovoljavajuću konvergenciju, reziduali trebaju da se smanjuju kako numerička simulacija odmiče, inače je rješenje divergentno. Postoje tri važna aspekta kod iterativne konvergencije. Prvi – za sve diskretizovane jednačine (npr. jednačine održanja i jednačine stanja) se smatra da su konvergirale ako su dostigle određenu toleranciju reziduala na svakom čvoru. Drugi – kada se numeričko rješenje ne mijenja sa svakom dodatnom iteracijom. Treći – ukupni balansi mase, količine kretanja i energije moraju biti ostvareni, za datu toleranciju reziduala.
- *Greška zaokruživanja.* Greška nastala zbog ograničene tačnosti računara (definisani broj decimalnih mesta) u odnosu na tačnu vrijednost varijable. Kako bi se uvjerili da greška zaokruživanja ne utiče na tačnost rješenja potrebno je koristiti više decimalnih mesta.
- *Greška fizikalnog modela.* Greška nastala zbog nesigurnosti u formulaciji fizikalnog modela i prevelike simplifikacije modela. Osim osnovnog modela, dodatna usložnjavanja, kao što je odabir modela turbulencije ili drugih kompleksnih modela, mogu doprinijeti većoj netačnosti modela.
- *Ljudska greška.* Iako su većina grešaka ljudske prirode ovaj tip greške odnosi se na greške u programiranju, tj. primjeni nedovoljno tačnog koda. Kako bi se izbjegla ova greška potrebni su: trening, učenje i velika akumulacija iskustva.

Ako rezultati simulacije nisu zadovoljavajući treba provjeriti tačnost fizikalnog modela, da li je primjenjen odgovarajući model turbulencije, da li je tok nestacionaran, da li su dominantni efekti stišljivosti ili je tok pretežno nestišljiv, da li se trebaju uvažiti efekti trodimenzionalnosti ili je dovoljno izvršiti analizu 2D modela, da li su početni i granični uslovi tačni, da li je domen dovoljno veliki, da li je mreža adekvatna ili je potrebno vršiti njenu adaptaciju mreže na određenim regionima, te da li se povećanjem broja elemenata dobija veća tačnost rješenja [160].

### 4.3.2 Osnovne jednačine

Osnovne jednačine toka predstavljaju jednačine održanja: jednačina kontinuiteta (održanja mase), jednačina održanja količine kretanja i jednačina održanja energije koja se primjenjuje u Fluentu zbog kompresibilnosti toka koji je karakteriziran Mach-ovim brojem.

Jednačina kontinuiteta implicira da se masa ne može kreirati niti uništiti. Ako se ova konstatacija primjeni na kontrolni volumen, ukupni maseni tok iz kontrolnog volumena kroz površinu  $S$  je jednak vremenskoj promjeni mase u kontrolnom volumenu  $v$ <sup>[157]</sup>.

Jednačina kontinuiteta u integralnom obliku glasi<sup>[157]</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_v \rho dv + \iint_S \rho V \cdot dS = 0 \quad (4.4)$$

gdje su:  $\frac{\partial}{\partial t} \iiint_v \rho dv$  - smanjenje mase u toku vremena unutar kontrolnog volumena  $v$ , a  $\iint_S \rho V \cdot dS$  - ukupni maseni tok iz kontrolnog volumena kroz površinu  $S$ , pri čemu je  $V$  brzina, a  $\rho$  gustina.

Jednačina kontinuiteta se može napisati i u diferencijalnom obliku<sup>[157]</sup>:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (4.5)$$

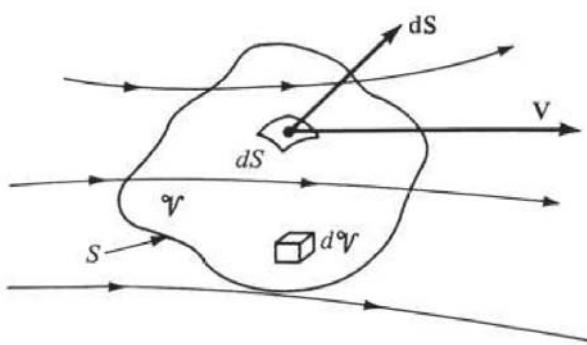
Izraz (4.5) odnosi se na varijable polja toka u određenoj tački fluida, dok se izraz (4.4) odnosi na određeni konačni volumen (prostor).

Izrazi (4.4) i (4.5) važe za bilo koji fluid dok god je definisan kao kontinuum - izrazi važe za trodimenzionalni, nestacionarni tok bilo kojeg fluida, viskoznog ili neviskoznog, stišljivog ili nestišljivog. U slučaju stacionarnog toka, dati izrazi gube član u kojem figuriše vrijeme<sup>[157,159]</sup>.

Osnovni koncept jednačine održanja količine kretanja glasi da je sila jednaka promjeni količine kretanja u toku vremena. U integralnom obliku ova (vektorska) jednačina glasi<sup>[157]</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_v \rho V dv + \iint_S (\rho V \cdot dS)V = - \iint_S p dS + \iiint_v \rho f dv + F_v \quad (4.6)$$

U izrazu (4.16) su:  $\frac{\partial}{\partial t} \iiint_v \rho V dv$  - promjena količine kretanja iz kontrolne zapremine  $v$  (sl. 4.17) u jedinici vremena,  $\iint_S (\rho V \cdot dS)V$  - ukupna količina kretanja iz kontrolne zapremine kroz površinu  $S$ ,  $\iint_S p dS$  - ukupna površinska sila (npr. pritisak po površini) na kontrolnu površinu  $S$  (minus je ispred jer je sila pritiska suprotnog smjera u odnosu na  $dS$ ), a  $\iiint_v \rho f dv$  - ukupna zapreminska sila (npr. gravitacija) koja djeluje na fluid u kontrolnoj zapremini, gdje je  $f$  - jedinična zapreminska sila, dok je  $F_v$  - sila viskoziteta na kontrolnoj površini.



Sl. 4.17 Kontrolna zapremina fiksirana u prostoru<sup>[157]</sup>

Diferencijalni oblik jednačine održanja količine kretanja glasi [157]:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u V) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_x + (F_x)_v \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v V) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho f_y + (F_y)_v \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w V) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho f_z + (F_z)_v \quad (4.9)$$

Izrazi (4.7 - 4.9) su parcijalne diferencijalne jednačine koje opisuju tok fluida u bilo kojoj tački toka, i predstavljaju jednačine održanja količine kretanja za viskozni tok. Ove jednačine se nazivaju i Navier-Stokes-ove jednačine [157].

Glavni princip jednačine održanja energije glasi da se energija ne može kreirati ni unišiti, može samo mijenjati oblike. Jednačina održanja energije može se napisati u integralnom obliku [157]:

$$\iiint_v \dot{q} \rho d\nu + \dot{Q}_v - \iint_s p V \cdot dS + \iiint_v \rho(f \cdot V) d\nu + \dot{W}_v = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_v \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \right) d\nu + \iint_s \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \right) V \cdot dS \quad (4.10)$$

U izrazu (4.10) su:  $\iiint_v \dot{q} \rho d\nu$  - predata količina toplote u kontrolnom volumenu  $v$ , gdje je  $\dot{q}$  - količina toplote po jedinici mase,  $\dot{Q}_v$  - količina toplote u kontrolnom volumenu uslijed efekata viskoznosti,  $\iint_s p V \cdot dS$  - rad koji je izvršen u fluidu unutar kontrolne zapremine uslijed površinske sile (dejstvo pritiska na površinu  $S$ ),  $\iiint_v \rho(f \cdot V) d\nu$  - rad koji je izvršen u fluidu unutar kontrolne zapremine uslijed zapremskih sila,  $\dot{W}_v$  - rad tangencijalne sile na kontrolnoj površini,  $\frac{\partial}{\partial t} \iiint_v \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \right) d\nu$  - promjena ukupne energije u jedinici vremena unutar kontrolnog volumena zbog varijacija promjenljivih unutar toka,  $e$  - unutrašnja energija po jedinici mase, a  $\iint_s \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \right) V \cdot dS$  - ukupna energija kroz kontrolnu površinu  $S$ .

Izraz (4.10), koji predstavlja I. zakon termodinamike primjenjen na fluid, pokazuje da je količina toplote koja je predata fluidu plus količina rada izvršena u fluidu jednaka promjeni ukupne energije fluida koji se kreće kroz kontrolni volumen, što znači da je energija sačuvana [157].

Diferencijalna jednačina održanja energije se može dobiti transformacijom jednačine integralnog oblika (4.10) [157]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \right) \right] + \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{V^2}{2} \right) V \right] = \rho \dot{q} - \nabla \cdot (p V) + \rho(f \cdot V) + \dot{Q}_v + \dot{W}_v \quad (4.11)$$

U izrazu (4.11)  $\dot{Q}_v$  i  $\dot{W}_v$  predstavljaju efekte viskoznosti koji su najčešće prisutni.

Ukoliko je tok stacionaran i neviskozan, izraz (4.11) može se značajno pojednostaviti. Upotreboj jednačine održanja energije (4.10) uvedena je još jedna varijabla - jedinična unutrašnja energija  $e$ .

Dakle, postoje tri jednačine održanja u kojima figurišu četiri nepoznate ( $\rho$ ,  $p$ ,  $V$  i  $e$ ), a četvrta jednačina može se dobiti koristeći termodinamičku jednačinu stanja za idealni gas [157].

Idealni gas je gas u kojem se uticaj međumolekularnih sila može zanemariti, a veličine  $p$ ,  $\rho$  i  $T$  su povezane slijedećom termodinamičkom relacijom [157]:

$$p = \rho R T \quad (4.12)$$

Ovdje je  $T$  - temperatura gasa, a  $R_s$  specifična konstanta gasa koja za standardne uslove iznosi  $R = 287 \text{ J/kgK}$ .

Pri temperaturama i pritiscima karakterističnim za stišljive tokove (kakvi su svi tokovi brzina većih od 0,3 Mach), čestice gase su u prosjeku udaljene više od 10 prečnika molekula, što opravdava korištenje aproksimacije za idealni gas.

Idealni gas kod kojeg su  $c_v$  (specifična toplota pri konstantnoj zapremini) i  $c_p$  (specifična toplota pri konstantnom pritisku) konstantne naziva se kalorično idealni gas i za njega važe slijedeći izrazi [157]:

$$e = c_v T \quad (4.13)$$

$$h = c_p T \quad (4.14)$$

Ovdje je  $h$  – specifična entalpija, definisana kao [157]:

$$h = e + pv \quad (4.15)$$

U izrazu (4.15)  $v$  je specifična zapremina koja je, kao što je poznato, jednaka recipročnoj vrijednosti gustine  $\rho$ .

Kod velikog broja praktičnih stišljivih tokova, temperature su umjerene, pa se može koristiti aproksimacija za kalorično idealni gas.

Adijabatski proces je onaj u kojem se toplota ne dodaje ili uzima iz sistema. Reverzibilni proces je onaj u kojem se ne pojavljuju disipativni fenomeni, tj. proces u kojem su odsutni efekti viskoziteta, termičke provodljivosti i difuzije mase. Izentropski proces je i adijabatski i reverzibilan u isto vrijeme.

Kod adijabatskog i reverzibilnog procesa, entropija je konstantna, a odnosi pritiska, gustine i temperature izentropskog procesa mogu se odrediti upotrebom slijedećih izraza iz termodinamike [157]:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^\gamma = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad (4.16)$$

gdje  $\gamma$  - predstavlja odnos specifičnih toplota.

Izrazi 4.16 opisuju zavisnost statičkog pritiska i statičke temperature toka u izentropskim uslovima. Izentropski procesi, iako restriktivni zbog pretpostavke o adijabatskim i reverzibilnim procesima, veoma su važni jer se veliki broj praktičnih kompresibilnih problema može riješiti njihovom upotrebom [157].

Detaljniji uvid u fizikalnost i izvođenje ovih izraza dato je u referenci [157].

### 4.3.3 Procjena aerodinamičkih sila i momenata koji djeluju na fragment metodom numeričkih simulacija

Kako bi se procjenile vrijednosti komponenti aerodinamičke sile i momenta (potrebnih za verifikaciju razvijenih fizikalnih modela u okviru rada) koji djeluju na fragment, za različite brzine i u različitim položajima tijela, u programskom CFD paketu Ansys Fluent izvršene su numeričke simulacije trodimenzionalnog, stišljivog, turbulentnog stacionarnog toka oko realnog fragmenta (nepravilne površine) koji je bio fiksiran u prostoru.

Korištenjem numeričkih simulacija dobija se, u isto vrijeme, kompletnija slika o složenosti toka vazduha oko fragmenta koji se kroz atmosferu kreće velikim brzinama, kao i uvid u polje brzina i pritisaka, te udarnih talasa koji se javljaju oko fragmenta.

#### 4.3.3.1 Numeričke simulacije

Postupak numeričkih simulacija opstrujavanja vazduha oko fragmenta HE projektila sastojao se iz slijedećeg [246, 247, 248]:

- a) digitalizacija modela fragmenta,
- b) diskretizacija prostornog domena,
- c) karakterizacija materijala,
- d) definisanje početnih i graničnih uslova,
- e) odabir solvera i modela turbulencije, i
- f) procjena aerodinamičkih sila i momenata (UDF skripta).

##### 4.3.3.1a Digitalizacija modela fragmenta

Fragment sa kojim su vršene numeričke simulacije opstrujavanja predstavlja realni fragment nastao detonacijom HE projektila (sl. 4.18 i 4.19).



Sl. 4.18 Macro snimak realnog fragmenta ( $m = 52,5\text{g}$ ) [246, 247, 248]

Fragment ovakvog oblika izabran je arbitrarno jer svaki fragment ima različit oblik.



Sl. 4.19 Fragment u nekoliko projekcija [246, 247, 248]

Digitalizacija tijela nepravilnog oblika kao što je fragment HE projektila predstavljala je problem jer ga je nemoguće potpuno precizno digitalizirati, osim upotrebom 3D skenera.

Budući da 3D skener nije bio dostupan, u okviru doktorskog rada korištena je metoda digitalizacije realnog fragmenta (sl. 4.20) korištenjem CAD softvera. Ova metoda može se promjeniti na bilo koje tijelo neregularnog oblika.

Trodimenzionalni model fragmenta (sl. 4.20) napravljen je u Autodesk AUTOCAD softveru, modeliranjem realnog fragmenta u tri projekcije, a potom softverskom manipulacijom:

ekstrudiranje u pravcu tri koordinatne ose, spajanje ekstrudiranih projekcija i određivanje njihovog presjeka kao konačnog 3D modela fragmenta.



Sl. 4.20 3D digitalizovani model karakterističnog fragmenta u različitim projekcijama [246, 247, 248]

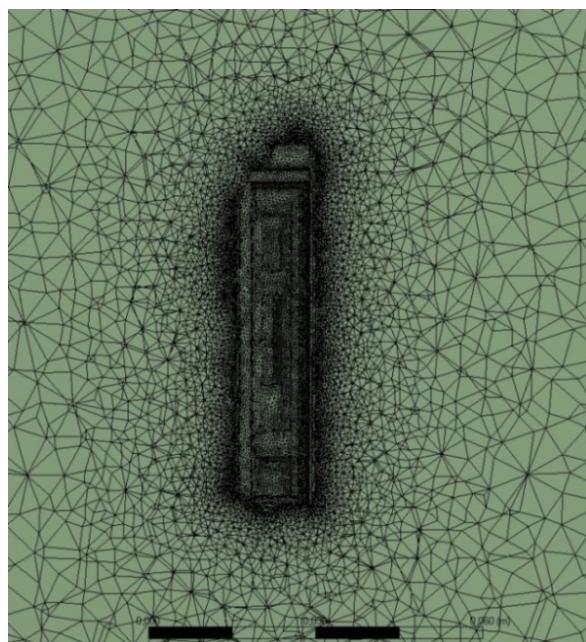
Definisana metoda omogućava precizno određivanje geometrijskih i masenih parametara fragmenta. Kao ulazni podatak za Ansys Fluent potreban je samo geometrijski, 3D model fragmenta.

Ovako definisan 3D model realnog fragmenta eksportovan je u .IGES formatu koji je prepoznatljiv većini softverskih paketa jer omogućava digitalnu razmjenu informacija između pojedinih CAD sistema [246, 247, 248].

#### 4.3.3.1b Diskretizacija prostornog domena

Budući da fragmenti imaju stohastičan oblik, bilo bi veoma teško (nemoguće) definirati njihovu geometriju tzv. point by point tehnikom u nekom od preprocesora (npr. Gambit).

Zbog toga je korištenje Ansys-ovog vlastitog preprocesora (Ansys Fluid Flow Design Modeler), koji omogućava unošenje unaprijed gotovih CAD modela (ili crtanje novih modela u njegovom CAD okruženju), ubrzalo proces diskretizacije domena realnog fragmenta (sl. 4.21).



Sl. 4.21 Uvećani prikaz mreže oko fragmenta u numeričkom modelu

Mreža numeričkog modela je nestrukturirana, sastavljena od poliedarskih elemenata: 625689 celija i 113851 čvorova. Mreža je naročito usitnjena oko modela fragmenta (sl. 4.21) radi smanjenja numeričke greške.

Koordinatni sistem u Ansys Fluentu postavlja se u centar mase fragmenta, pri čemu je početna orijentacija fragmenta usvojena arbitarno.

U okviru numeričkih simulacija, vršene su simulacije stacionarnog toka, pri čemu je fragment bio nepokretan u centru numeričke mreže. Za svaku simulaciju (određeni Ma broj), fragment se postavlja u drugačiji položaj nakon čega je vršeno nastrujavanje vazduha preko njega. Ovaj način simulacija zahtjeva dosta vremena jer se moraju vršiti simulacije za tačno određene položaje fragmenta pojedinačno.

#### 4.3.3.1c Karakterizacija materijala

U numeričkoj simulaciji vazduh je modeliran kao homogeni, izotropni, idealni gas, sa gustinom  $\rho$ , specifičnom toplotom  $C_p$ , termičkom provodljivosti  $k$  i dinamičkim viskozitetom  $\mu$ , određenim Sutherland-ovim modelom sa tri koeficijenta.

Fluent koristi sljedeći oblik zakona idealnog gasa za kompresibilne tokove <sup>[162]</sup>:

$$\rho = \frac{p_{at} + p}{\frac{R_s}{M} T} \quad (4.17)$$

gdje su:  $p_{at}$  - atmosferski pritisak,  $p$  - relativni pritisak,  $R_s$  - univerzalna gasna konstanta,  $M$  - molarna masa,  $T$  - temperatura koja se određuje iz jednačine održanja energije.

Za odabrani materijal (idealni vazduh) koji nastrujava na fragmente usvojena je specifična toplota  $C_p = 1006,43 \text{ J/kgK}$ , termička provodljivost  $k = 0,0242 \text{ W/mK}$ , i molarna masa vazduha  $M = 28,966 \text{ kg/kmol}$ .

Uticaj temperature  $T$  na dinamički viskozitet vazduha  $\mu$  određen je Sutherland-ovim modelom (koji se pokazao dobrim za stišljivi tok velikih brzina) <sup>[162]</sup>:

$$\mu = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + S}{T + S} \quad (4.18)$$

pri čemu su:  $\mu_0$  - dinamički viskozitet,  $T_0$  - referentna temperatura,  $S$  - Sutherland-ova konstanta.

Za vazduh su usvojene vrijednosti:  $\mu_0 = 1,716 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$ ,  $T_0 = 273,11 \text{ K}$ , i  $S = 110,56 \text{ K}$  <sup>[162]</sup>.

#### 4.3.3.1d Početni i granični uslovi

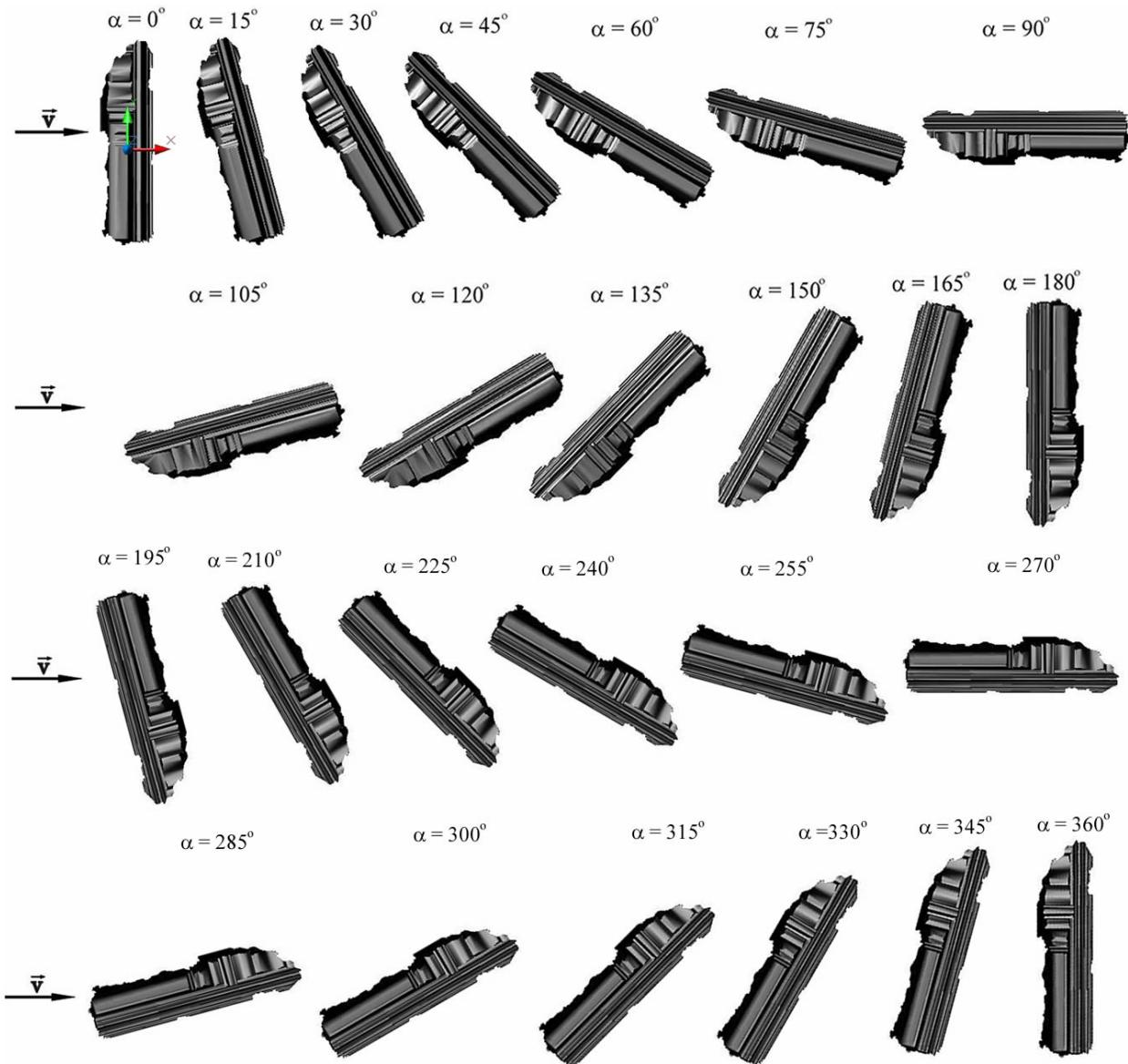
Fragment se smatrao stacionarnim (za svaku orijentaciju, sl. 4.22) i analizirano je strujanje oko njega.

Numeričke simulacije za 24 orijentacije fragmenta urađene su za uglove od  $0^\circ$  do  $360^\circ$  s ugaonim inkrementima od  $15^\circ$ . Slika 4.22 prikazuje shematski položaj tijela (fragment) u numeričkim simulacijama.

Vektor brzine bio je usmjeren u pozitivnom smjeru ose  $x$  koordinatnog sistema postavljenog u centru mase tijela (sl. 4.22). Koordinatni sistem u početnom položaju tijela podudara se s glavnim osima inercije (definiranim u CAD i izvezenim kao format .iges, zajedno s 3D modelom fragmenta). Kao što se vidi sa sl. 4.22 najduža stranica fragmenta je u ovom sistemu usmjerena u pravcu ose  $y$ , a najkraća stranica u pravcu ose  $z$ .

Početna brzina fragmenata kod ispitivanih HE projektila kreće se u intervalu od 1,5 do 5 Ma, zavisno od geometrije projektila, detonacionih parametara eksploziva, te odnosa masa eksploziva i tijela projektila.

Za sve orijentacije (sl. 4.22) urađene su simulacije sa devet različitih brzina nastrujavanja (0.6, 0.8, 1, 1.2, 1.3, 1.5, 2, 3 i 4 Ma).



Sl. 4.22 Shematski prikaz orijentacija tijela u simulacijama

Budući da je brzina toka fluida oko fragmenata uvijek supersonična na početnom dijelu njegove putanje, značajni su efekti stišljivosti i viskoznosti, kao i pojave udarnih talasa.

Za stišljiv i izentropski (reverzibilni adijabatski termodinamički proces) tok idealnog gasa, koriste se izrazi iz mehanike stišljivog fluida<sup>[162]</sup>:

$$\frac{p_0}{p} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (4.19)$$

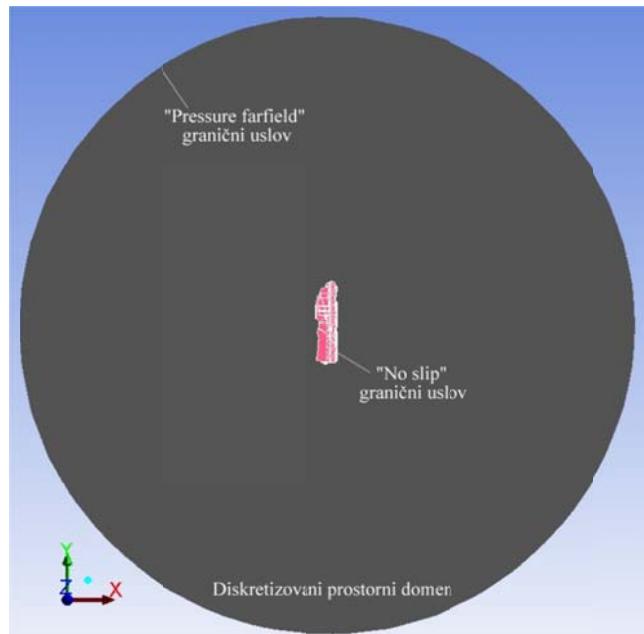
$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \quad (4.20)$$

U izrazima (4.19) i (4.20) su:  $p_0$  - izentropski (stagnacijski) pritisak,  $p$  - statički pritisak,  $T_0$  - izentropska (stagnacijska) temperatura,  $T$  - statička temperatura,  $\gamma$  - adijabatski eksponent (odnos specifičnih toplota). Vrijednost adijabatskog eksponenta  $\gamma$  za vazduh je 1,4.

Na krajevima prostornog domena definisan je tzv. Pressure Farfield uslov (sl. 4.23) koji se najčešće koristi u Fluent-u kod aerodinamičkih simulacija, gdje je, generalno, dominantan efekat stišljivosti [162].

Granični uslov - zid (tzv. No slip uslov) definiran je na površini fragmenta (sl. 4.23), što znači da je brzina nastrujavanja vazduha na površini fragmenta jednaka nuli.

Granični uslov - zid se koristi u slučaju kada se viskozni efekti ne mogu zanemariti i relevantan je za većinu praktičnih situacija toka fluida [162].



Sl. 4.23 Granični uslovi numeričkog modela

#### 4.3.3.1e Odabir solvera i modela turbulencije

Postavke solvera uključuju odabir tipa solvera, diskretizacijsku šemu, inicijalizaciju rješenja i monitoring konvergencije.

Postoje dva osnovna tipa solvera u Fluent-u [162]: solver baziran na pritisku (eng. pressure based), i solver baziran na gustini (eng. density based).

Prema preporuci [162] za upotrebu u aerodinamičkim aplikacijama sa stišljivim tokovima, u numeričkim simulacijama odabran je solver baziran na gustini, koji jednačine održanja mase, količine kretanja i energije određuje kao sistem Navier-Stokes jednačina u integralnom obliku za proizvoljni kontrolni volumen.

Upotreba Navier-Stokes jednačina u solveru na bazi gustine u određenim slučajevima (kada postoji velika razlika između brzine toka i lokalne brzine zvuka) dovodi do slabije konvergencije, i u tom slučaju koristi se tzv. tehnika prekondicioniranja.

Prekondicioniranje se sastoji u tome da se izraz za vremenski derivativ iz jednačine modifcira tako što se najprije množi sa tzv. prekondicionirajućom matricom kako bi se skalirale vrijednosti brzine zvuka unutar sistema jednačina.

U formulaciji metode rješavanja glavnih parcijalnih diferencijalnih jednačina korištena je implicitna metoda koja zahtjeva više računarskih resursa i dosta se teže implementira, ali ima prednost u pogledu stabilnosti rješenja u odnosu na eksplicitne, jer se kod nje mogu koristiti veći vremenski koraci u simulaciji.

Budući da se fragmenti kreću velikom brzinom, izvršena je provjera da li je tok vazduha oko njih laminaran ili turbulentan.

Turbulentni tokovi odlikuju se, naime, velikim vrijednostima Reynolds-ovog broja, i određivanjem Reynolds-ovog broja za tok vazduha oko fragmenata (kinematska viskoznost vazduha iznosi  $1,51 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  pri gustini vazduha od  $1,2 \text{ kg/m}^3$ ) utvrđeno je da pri rasponu brzine datog fragmenata od  $1 - 5 \text{ Ma}$ , Re brojevi uvjek prelaze vrijednosti  $10^5$ , što znači da su tokovi oko fragmenata HE projektila preovladjuće turbulentni, iako je vrijeme kretanja fragmenta kroz atmosferu relativno kratko.

Opšte karakteristike turbulentnog toka su<sup>[163]</sup>:

- *Neregularnost*. Turbulentni tokovi su neregularni i haotični (vremenske i prostorne fluktuacije u toku), te se zbog toga većina problema gdje je prisutna turbulencija rješava statistički umjesto determinističkim pristupom.
- *Difuzivnost*. Energija turbulentnih tokova nastoji da ubrza proces homogenizacije (mješanja) fluida. Difuzivnost se definiše koeficijentom difuzije.
- *Vrtloženje*. Turbulenti tokovi karakteristični su po mehanizmu koji generira 3D vrtloženje. Vrtlozi koji se stvaraju su podložni istezanju koje je povezano sa očuvanjem momenta količine kretanja. Kao rezultat toga, veće strukture toka se prekidaju i pretvaraju u sve manje i manje strukture sve dok strukture ne postanu dovoljno male (tzv. Kolmogorov prostorna skala toka) da se njihova kinetička energija, zbog molekularne viskoznosti, ne pretvoriti u toplotu.
- *Disipacija*. Da bi se održao turbulentni tok, potreban je neprekidan izvor energije jer se turbulencija brzo rasipa uslijed viskoznosti.

Modeliranje turbulencije moguće je upotrebotom:

- DNS modela (eng. Direct Numerical Simulation). Metoda koja omogućava trodimenzionalno nestacionarno rješenje Navier-Stokes jednačina (bez ikakvih aproksimacija) i koristi se samo za slučajeve sa malim Reynolds-ovim brojem jer zahtjevi za računarskim performansama rastu značajno sa porastom Re broja<sup>[163]</sup>.
- LES modela (eng. Large Eddie Simulation). Metoda koja direktno proračunava parametre toka fluida sa većim turbulentnim strukturama koje su odgovorne za transfer energije toka i količine kretanja u toku, dok se numerički modeliraju određene manje strukture turbulentnog toka.
- RANS modela (eng. Reynolds-Averaged Navier-Stokes). Modeli koji se zasnivaju na vremenski usrednjjenim Navier-Stokes jednačinama koje se dobijaju primjenom statističkog opisa turbulentnog toka. Ovim usrednjavanjem svaka nezavisno promjenljiva veličina (brzina, pritisak, temperatura) izražava se preko zbiru svoje srednje (vremenski usrednjene) vrijednosti i fluktuirajuće vrijednosti.

U klasi Reynolds-Averaged Navier-Stokes modela turbulencije postoji više metoda, od najjednostavnijih temeljenih na Boussinesqovoј hipotezi i modeliranju turbulentne viskoznosti pa do metoda u kojima se rješavaju jednačine za turbulentna naprezanja (RSM, eng. Reynolds Stress Model).

Najpoznatiji modeli za definiranje raspodjele turbulentne viskoznosti sa dvije jednačine su  $k-\varepsilon$  modeli, a sa jednom jednačinom Spalart-Allmaras model.

Kod RANS pristupa modeliranju turbulencije manji su zahtjevi za performansama računara, postoji mogućnost korištenja jednostavnije geometrije, i mreže mogu biti grublje u odnosu na druge metode.

Prema preporukama<sup>[160,161,162]</sup>, u numeričkim simulacijama je korišten Spalart-Allmaras model turbulencije.

Spalart-Allmaras model je relativno noviji fizikalni model turbulencije. Razvijen je 1994. godine specijalno za aerodinamičke aplikacije (posebno avio industriju) i pokazalo se da daje veoma dobre rezultate za granične slojeve sa velikim gradijentima pritiska, a naročito se pokazao dobrim za transonične tokove oko aero profila, uključujući tokove sa značajnom separacijom graničnog sloja<sup>[163]</sup> kakvi, pretpostavlja se, postoje i kod kretanja nepravilnog fragmenta kroz atmosferu.

Spalart-Allmaras model rješava jednu transportnu jednačinu kojom se određuje turbulentna kinematska viskoznost  $\tilde{v}$  [162, 164]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{v}u_i) = G_v + \frac{1}{\sigma_{\tilde{v}}}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{(\mu + \rho\tilde{v})\frac{\partial\tilde{v}}{\partial x_j}\right\} + C_{b2}\rho\left(\frac{\partial\tilde{v}}{\partial x_j}\right)^2\right] - Y_v + S_{\tilde{v}} \quad (4.21)$$

gdje su:  $G_v$  - tzv. produkcija turbulentne viskoznosti,  $Y_v$  - tzv. destrukcija turbulentne viskoznosti koja se pojavljuje u blizini zidova tijela,  $\sigma_{\tilde{v}}$  i  $C_{b2}$  su konstante,  $\nu$  je kinematski viskozitet, a  $S_{\tilde{v}}$  je korisnički definisan izvor.

Konstante Spalart-Allmaras modela koje su korištene u numeričkim simulacijama imaju slijedeće vrijednosti [162, 164]:

$$\sigma_{b1} = 0,135, \sigma_{b2} = 0,622, \sigma_{\tilde{v}} = \frac{2}{3}, C_{v1} = 7,1, C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1+C_{b2})}{\sigma_{\tilde{v}}}, C_{w2} = 0,3, C_{w3} = 2,0, \kappa = 0,418$$

Sve većoj popularnosti Spalart-Allmaras modela doprinijela je brza implementacija modela na nestrukturirane mreže [157, 163].

#### 4.3.3.1f Procjena aerodinamičkih sile i momenata UDF programom

U okviru rada napisan je program (C jezik) koji se implementira u Fluentu, pomoću kojeg se određuju aerodinamičke sile i momenti za sva tri koordinatna pravca.

Za svaku ćeliju na fragmentu određuju se aerodinamičke sile u tri koordinatna pravca, i to preko izraza:

$$F_{xi} = p_s S_{xi} \quad (4.22a)$$

$$F_{yi} = p_s S_{yi} \quad (4.22a)$$

$$F_{zi} = p_s S_{zi} \quad (4.22a)$$

gdje su:  $F_{xi}$ ,  $F_{yi}$  i  $F_{zi}$  - komponente sile za pojedine ćelije fragmenata u  $x$ ,  $y$  i  $z$  pravcu,  $p_s$  - statički pritisak na površini zida, a  $S_{xi}$ ,  $S_{yi}$  i  $S_{zi}$  - elementarne projekcije izložene površine ćelija fragmenata okomite na respektivne koordinatne pravce.

Kada su određene komponente sile u  $x$ ,  $y$  i  $z$  pravcu, određuju se komponente ukupne sile pritiska  $F_x$ ,  $F_y$  i  $F_z$  koje djeluju na fragment:

$$F_x = \sum_{i=1}^n F_{xi} \quad (4.23a)$$

$$F_y = \sum_{i=1}^n F_{yi} \quad (4.23a)$$

$$F_z = \sum_{i=1}^n F_{zi} \quad (4.23a)$$

Aerodinamički moment  $M$  se određuje za svaku ćeliju diskretizovanog modela (fragmenta HE projektila) kao vektorski produkt radijus vektora ćelije i aerodinamičke sile koja djeluje na tu ćeliju:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (4.24)$$

Programski se određuju komponente (po sva tri koordinatna pravca) momenta sile  $M$  za svaku ćeliju fragmenta koristeći funkciju NV\_CROSS( $r, F$ ), a potom se sabiranjem dobijenih momenata po određenom koordinatnom pravcu za pojedine ćelije dobije i ukupni moment sile pritiska za sve tri koordinatne ose.

Projekcije izložene površine fragmenta  $S$ , okomite na  $x$ ,  $y$  i  $z$  ose određuju se izrazima:

$$S_x = \sum_{i=1}^n S_{xi} \quad (4.25a)$$

$$S_y = \sum_{i=1}^n S_{yi} \quad (4.25a)$$

$$S_z = \sum_{i=1}^n S_{zi} \quad (4.25a)$$

gdje su  $S_x$ ,  $S_y$  i  $S_z$  - projekcije izložene površine pojedinih čelija fragmenta okomite na  $x$ ,  $y$  i  $z$  koordinatni pravac, respektivno.

Projekcija izložene površina fragmenta dobijena je sumiranjem pojedinih projektovanih površina svake čelije, koristeći macro funkciju F\_AREA, unesenu u napisani C program.

Solver programa Ansys Fluent u okviru početnih postavki podesi se tako da se dinamički učitava razvijeni korisnički definisani program (UDF, eng. user defined function) i izvršava naredbe unesene u njega.

Aerodinamičke sile, momenti i projekcije izložene površine tijela programski se određuju koristeći funkciju DEFINE\_EXECUTE\_AT\_END (macro opšteg tipa) u svakom vremenskom koraku za svaku čeliju modela.

UDF program je napisan tako da rezultate ispisuje tabelarno u poseban dokument, kako bi se mogli odrediti traženi aerodinamički parametri, čime se u isto vrijeme povećava fleksibilnost i brzina obrade dobijenih podataka.

UDF program, napisan u programskom jeziku C, dat je u Dodatku 1 disertacije.

#### 4.3.3.2 Validacija numeričkog modela

Usvojeni numerički model u doktorskom radu validiran je sa dostupnim eksperimentalnim podacima za čeličnu kocku koja se slobodno kreće kroz atmosferu.

Kocka je izabrana jer za nju postoje dostupni eksperimentalni podaci o koeficijentima otpora, a poznata je i njena geometrija.

Za komparaciju su korišteni eksperimentalni podaci Schambergera [224] koji se odnose na različite položaje kocke (sl. 4.24) tokom strujanja zraka oko njih, pri čemu važe slijedeće orijentacije:

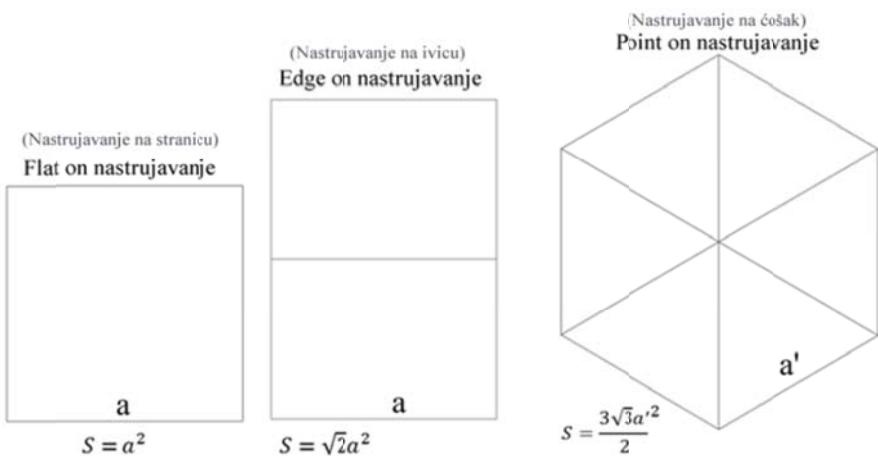
- kada je kocka okrenuta jednom stranicom prema toku (tzv. flat-on orijentacija),
- kada je okrenuta ivicom prema toku (tzv. edge-on orijentacija) i
- kada je okrenuta vrhom prema toku zraka (tzv. point-on orijentacija).

Schamberger je ispaljivao kocke od čelika 4150 iz cijevi kalibra 12,7mm, pri čemu su se kocke nalazile unutar dvodijelnog sabota od leksana (polikarbonat). Po ispaljivanju sabot se odvajao od kocki koje su dalje nastavile put prema kartonskim metama.

Numerički model validiran je korištenjem eksperimentalnih podataka Schambergera za koeficijent otpora  $C_D$  za kocku. Ovaj koeficijent se, generalno, može odrediti poznatom formulom:

$$C_D = \frac{F_D}{qS} \quad (4.26)$$

gdje su:  $F_D$  - sila otpora,  $S$  - referentna površina tijela i  $q = 0,5\rho v^2$  - dinamički pritisak.



Sl. 4.24 Izložene površine kocke za različite pravce nastrujavanja. Nastrujavanje je u pravcu okomitom na sliku [224]

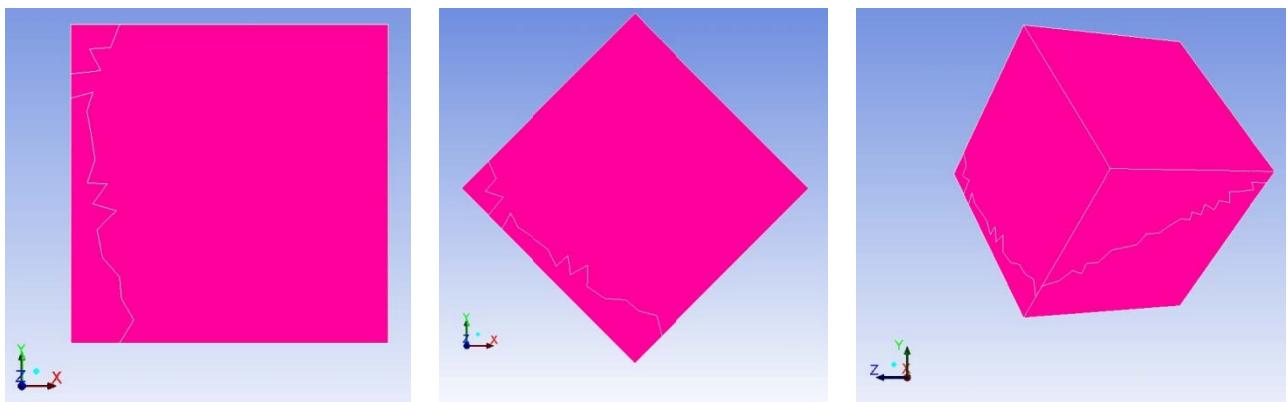
Schamberger je koeficijent otpora odredio analitički, koristeći izraz:

$$C_D = \frac{\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)2m}{\rho S(x_2 - x_1)}, \quad (4.27)$$

gdje su:  $v_2$  i  $v_1$  - brzine kocke na različitim udaljenostima  $x_2$  i  $x_1$ ,  $\rho$  - gustina vazduha,  $S$  - projekcija izložene (kvašene) površine kocke (okomita na vektor brzine), a  $m$  - masa kocke.

Schamberger je analitički odredio (koristeći izraz 4.27) koeficijente otpora za različite položaje kocke tako što je elektronski mjerio brzinu kocke (paneli za mjerjenje brzina postavljeni na dvije lokacije), a projekciju izložene površine kocke određivao je na osnovu otiska na kartonskim pločama (eng. yaw cards) koje su se nalazile između panela za mjerjenje brzine, a kroz koje su kocke prolazile. Ove kartonske ploče nisu uticale na značajniji pad brzine kocki. Kao mjerodavne rezultate uzimao je one testove pri kojima su projekcije izložene površine kocke odgovarale što približnije slučajevima sa sl. 4.24 Udaljenost između kartonskih panela i cijevi je iznosila oko 5m, a udaljenost između kartonskih panela je bila 1,5m [224].

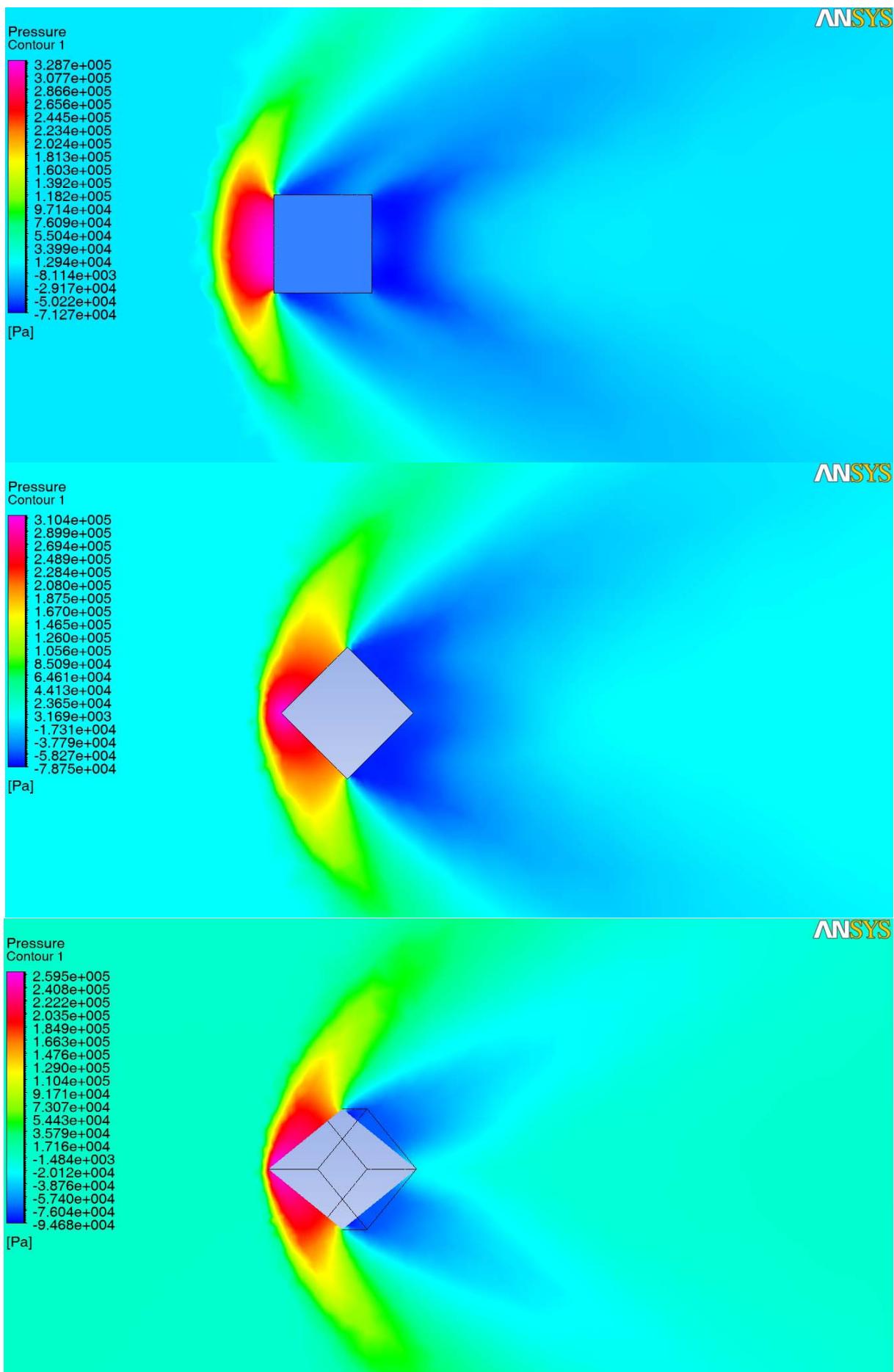
Numeričke simulacije izvršene su tako da važe slični uslovi kao kod eksperimentalnih testova Schambergera. Naime, u svrhu verifikacije modela izvršene su numeričke simulacije nastrujavanja stacionarnog toka fluida na nepokretnu kocku u tri različita položaja, prikazana na slici 4.25, i pri istim Mach-ovim brojevima za koje su vršeni i testovi Schambergera.



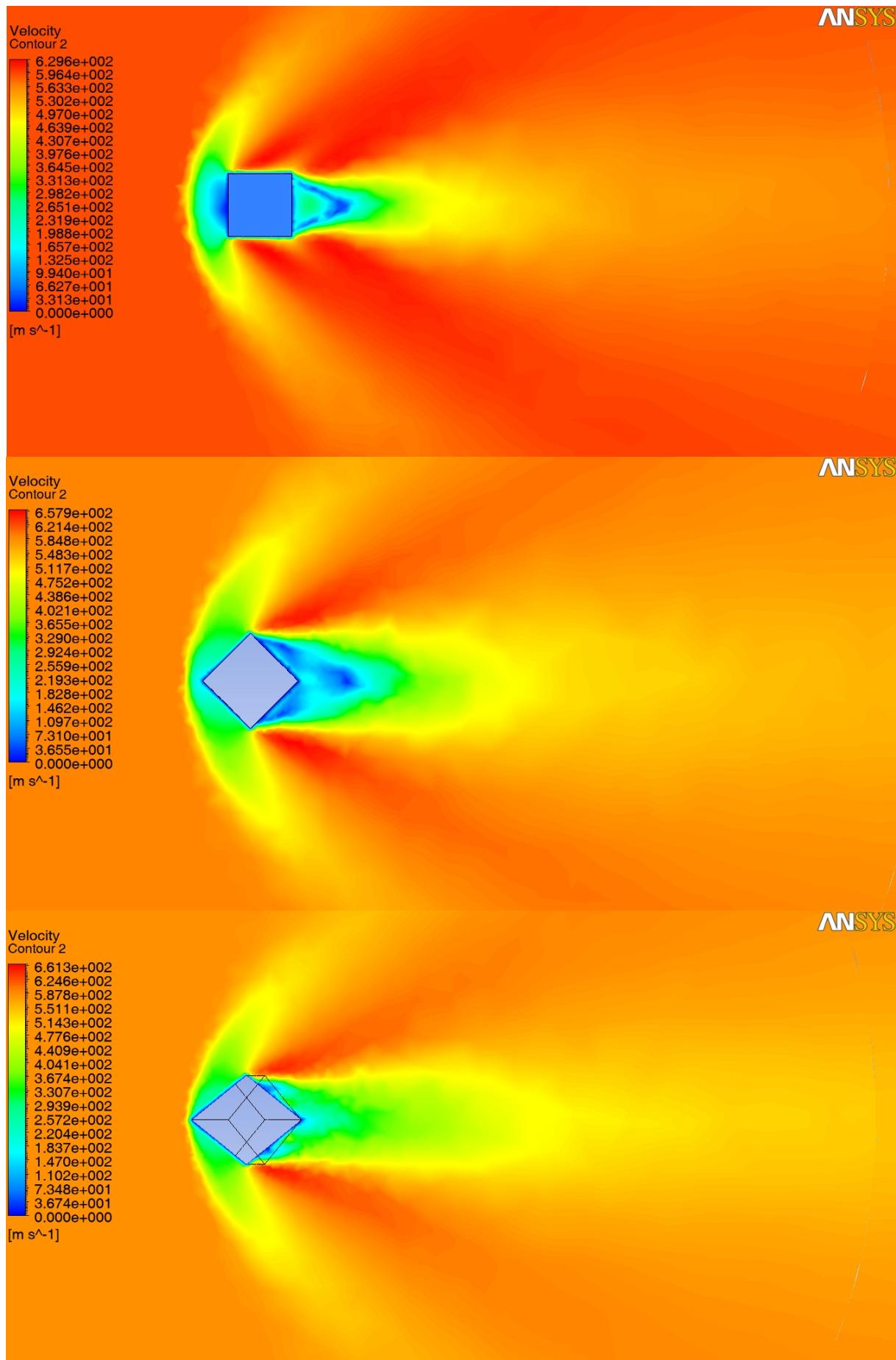
Sl. 4.25 Položaj kocke pri različitim uglovima nastrujavanja (flat-on, edge on i point on) u numeričkim simulacijama (u cilju validacije numeričkog modela)

U procesu validacije, postavke diskretizacije prostora i vremena, solvera i početnih i graničnih uslova u slučaju numeričke simulacije oko 3D modela kocke bili su isti kao kod usvojenog numeričkog modela opstrujavanja zraka oko 3D modela fragmenta. Numerička mreža oko 3D modela kocke značajno je usitnjena, kao i u slučaju mreže oko numeričkog modela fragmenta. Na ovaj način (simulacijom) provjerila su se i odstupanja vrijednosti projekcije izloženih površina koje se dobijaju UDF programom unutar simulacije od poznatih vrijednosti projekcija izloženih površina za kocku u tri različita položaja, i dobijena odstupanja su zanemarljivo mala (manja od 0,0004 %). Na slikama 4.26, 4.27 i 4.28 prikazana su polja pritiska, brzina i strujnice (urađena u CFD postprocesoru Fluentu) oko kocke za tri različite orientacije nastrujavanja (flat-on, edge-on i point-on) pri brzini nastrujavanja od 1,75 Ma, iz kojih se mogu se izvući slijedeći zaključci:

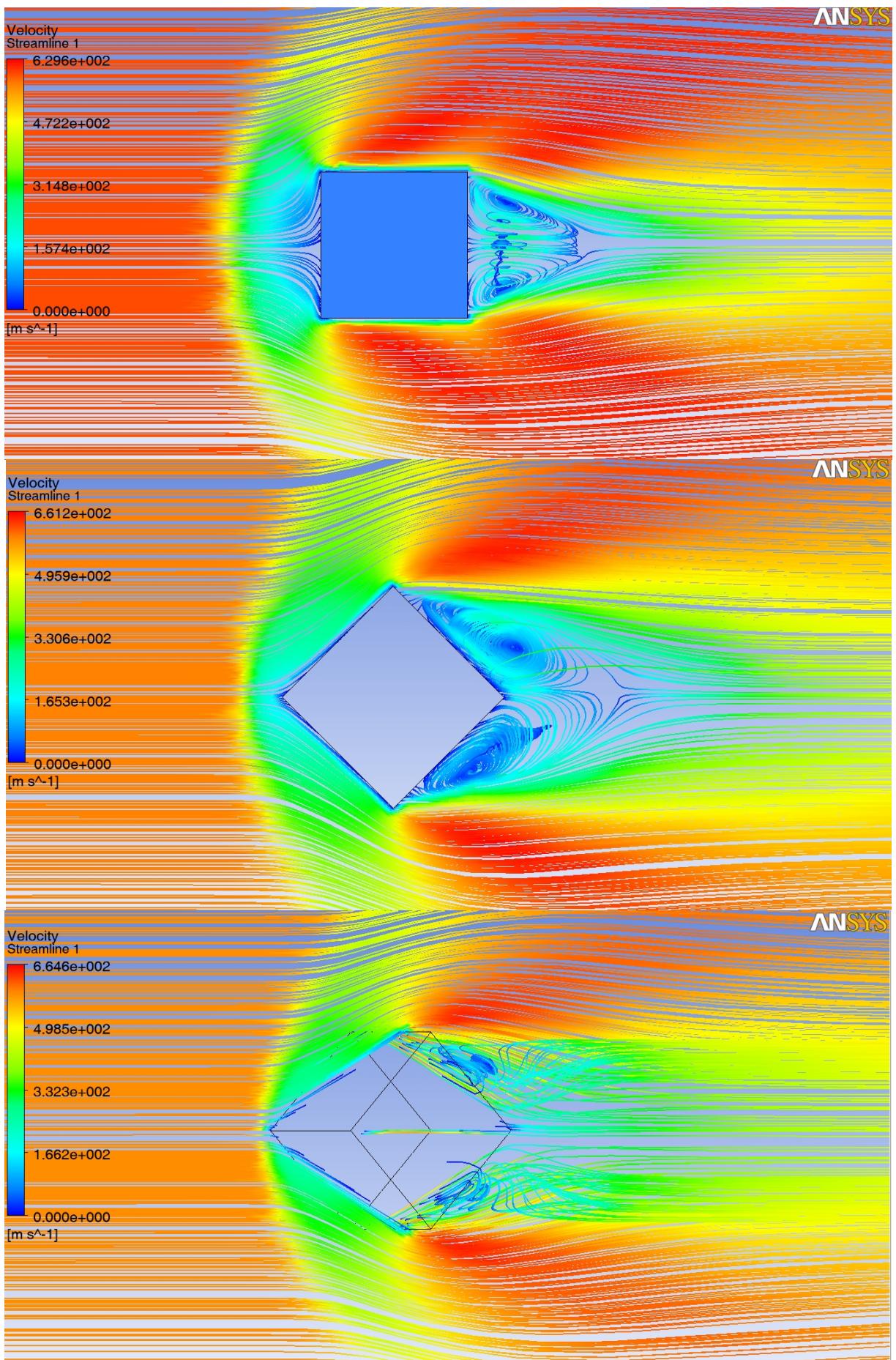
- Karakter polja toka zavisi od oblika tijela koje fluid opstrujava, brzine toka i osobina fluida. Polje toka oko tijela jednostavnih oblika (npr. kocka na sl. 4.26) ima manje kompleksnu sliku toka nego u slučaju tijela složenih oblika.
- Pri opstrujavanju kocke za tri prikazana položaja (flat-on, edge-on i point-on) karakteristična je simetričnost polja pritisaka i brzina, budući da se radi o položajima kocke gdje postoji simetrija u odnosu na pravac opstrujavanja.
- Prema očekivanju iz teorije udarnih talasa<sup>[157]</sup>, ispred kocke je izražena zona nadpritiska (pritisak veći od atmosferskog), dok se iza kocke pojavljuje zona podpritiska (pritisak manji od atmosferskog). Nadpritisak u dijelu fluida ispred kocke je najveći u slučaju flat-on nastrujavanja, a najmanji je u slučaju point-on nastrujavanja. Podpritisak (iza kocke) je, takođe, najveći za slučaj flat-on orientacije. Najmanja zona podpritiska pojavljuje se pri point-on orientaciji.
- Uslijed najveće razlike pritisaka na prednjoj i zadnjoj strani kocke, flat-on orientacija ima najveću silu otpora i najveći koeficijent otpora. Slično važi za point-on orientaciju - najmanja je razlika između nadpritiska ispred kocke i podpritiska iza kocke, te je i koeficijent otpora najmanji u ovom slučaju.
- Prisutni su kosi udarni talasi u sva tri slučaja (4.26), a pri flat-on orientaciji izraženi su zakrivljeni udarni talas ispred kocke i dva ekspanziona talasa bočno od kocke. Kosi udarni talasi i ekspanzionalni talasi su manjeg intenziteta i više povijeni prema kocki u slučaju point-on orientacije u odnosu na flat-on nastrujavanje.
- Konture brzine toka oko kocke (sl. 4.27) pokazuju lokalno smanjenje brzine opstrujavanja ispred i iza kocke, s tim da je iza kocke smanjenje brzine nešto izraženije, posebno kod položaja kocke sa manjom vitkosti (flat-on i edge-on strujanje).
- Kod zatupljenih tijela, pojavljuje se još jedna karakteristika toka, a to je odvajanje toka od tijela. Naime, pri većim Re brojevima, inercija fluida postaje sve izraženija i na određenom dijelu tijela ta inercija postaje tolika da fluid ne može pratiti konture na zadnjem dijelu tijela. To rezultira separacijom toka od tijela, pri čemu određeni dijelovi fluida mogu da se kreću i u suprotnom smjeru od smjera kretanja fluida<sup>[240]</sup>.
- Budući da su gradijenti brzine toka u graničnom sloju oko tijela i zoni vrtloženja iza tijela mnogo veći nego u ostatku polja toka, te da je tangencijalni napon proizvod brzine fluida i gradijenta brzine, efekti viskoznosti su ograničeni na granični sloj i zonu vrtloženja<sup>[240]</sup>.
- Na sl. 4.28 prikazane su strujne linije oko kocke za tri slučaja nastrujavanja. Strujne linije (strujnice) su zamišljene linije duž kojih se kreću čestice fluida i služe za vizuelizaciju kretanja fluida. One se definišu kao krive linije kod kojih je tangenta u svakoj tački fluida kolinearna sa vektorom brzine.
- U zoni iza kocke (sl. 4.27) za sva tri slučaja nastrujavanja prisutna je zona recirkulacije toka fluida, gdje postoji kompleksno, nestacionarno, trodimenzionalno vrtložno kretanje sa izraženim efektima turbulencije. U sva tri slučaja nastrujavanja, iza kocke su prisutne po dvije zone vrtloženja, i ove zone su najmanje izražene u slučaju point-on orientacije, gdje je vrtloženje povućeno ka gonjim stranicama kocke.



Sl. 4.26 Polje pritiska oko kocke za tri različite orientacije nastrujavanja (flat-on, edge-on i point-on) pri brzini nastrujavanja od 1,75 Ma



Sl. 4.27 Polje brzina oko kocke za tri različite orijentacije nastrujavanja (flat-on, edge-on i point-on) pri brzini nastrujavanja od 1,75 Ma



Sl. 4.28 Strujnice oko kocke za tri različite orientacije nastrujavanja (flat-on, edge-on i point-on) pri brzini nastrujavanja od  $1,75 \text{ Ma}$

Sumarno se može zaključiti da slike 4.26 - 4.28 pokazuju da je pri point-on nastrujavanju na kocku manji intenzitet udarnih i ekspanzionih talasa, manji nadpritisak ispred kocke, manji podpritisak iza kocke i manje izraženo vrtloženje iza kocke (strujnice su manje poremećene) - što u konačnici dovodi do najmanje sile otpora za ovaj položaj nastrujavanja, a time i najmanjih vrijednosti koeficijenata otpora. Za flat-on orijentaciju važi suprotno.

Kod validacije rezultata, određivanje komponenata aerodinamičkih sila i momenata, te vrijednosti projekcije izloženih površina kocke u datim trenucima, na osnovu kojih su i određeni koeficijenti otpora za dati Ma broj, bilo je moguće zahvaljujući upotrebi UDF programa.

Dobijeni rezultati  $C_D$  za kocke u numeričkim simulacijama i odstupanja rezultata numeričkih simulacija u odnosu na eksperimentalne rezultate Schambergera data su u tabeli 4.7.

*Tabela 4.7 Komparacija rezultata numeričkih simulacija sa eksperimentima<sup>[224]</sup> za kocku*

	Ma	$C_D$ (Eksp.)	$C_D$ (Num. Sim.)	Rel. razlika (%)	Potrebna $\Delta A_{izl}$ da bi se rezultati slagali (%)
Flat On	0,85	1,39	1,37	1,89	3,96 %
	0,95	1,48	1,46	1,40	1,37 %
	1,09	1,74	1,61	8,70	7,99 %
	1,25	1,57	1,66	5,67	6,01 %
	1,50	1,64	1,70	3,44	3,56%
Edge on	0,66	1,11	1,18	6,73	7,22 %
	0,75	1,19	1,29	7,35	7,93 %
	1,55	1,39	1,58	11,44	12,92 %
	1,74	1,44	1,56	7,62	8,24%
Point on	0,62	0,82	0,96	14,97	17,61 %
	0,75	0,85	1,05	19,01	23,47%
	0,86	1,09	1,20	8,54	9,34 %
	1,49	1,33	1,54	13,97	16,24 %
	1,73	1,32	1,53	13,46	15,54%

Iz tabele 4.7 može se vidjeti da su najveća odstupanja rezultata numeričkih simulacija u odnosu na eksperimentalne podatke za kocku (do 19%) primjećena u slučaju nastrujavanja kada je kocka okrenuta jednom od vrhova prema toku zraka (point-on orijentacija), dok su najmanja odstupanja zabilježena u slučaju kada je kocka okrenuta jednom stranicom prema toku (flat-on orijentacija). Analogno je dobijeno za fragment, da su odstupanja najveća za "vitku" orijentaciju.

Treba napomenuti da postoji određena nesigurnost u vezi eksperimentalnih podataka<sup>[224]</sup> o projekciji izložene površine kocke koja se ogleda u tome da kada kocka udara u kartonske ploče nikada se ne dešava da ona udari tačno takvom orijentacijom da njena projektovana površina bude pravilni šestougao već je to uvijek neka približna površina, što i Schamberger tvrdi u svom radu. Naime, u istraživanju<sup>[224]</sup> Schamberger spominje da su varijacije (rel. razlike) izložene površine kocke između pojedinih testova bile i do 28%.

U tabeli 4.7 dat je u zadnjoj koloni prikaz koliko bi se trebala izmjeniti vrijednost projekcije izložene površine kocke ( $\Delta A_{izl}$ ) u eksperimentalnim podacima za određeni Ma broj - kako bi se eksperimentalne vrijednosti za  $C_D$  slagale u potpunosti sa vrijednostima  $C_D$  dobijene u simulacijama. Vidi se da  $\Delta A_{izl}$  ne prelazi 23,5% u slučaju najvećeg odstupanja podataka, a varijacije projektovane površine kocke između pojedinih eksperimentalnih testova bile su i do 28%<sup>[224]</sup>. Na slici 4.29 dato je poređenje rezultata numeričkih simulacija sa eksperimentalnim podacima<sup>[224]</sup> za kocku za flat-on, edge-on i point-on orijentaciju kocke prilikom nastrujavanja vazduha. Sa dijagrama se može zaključiti da je najveći koeficijent otpora pri flat-on orijentaciji kocke, a najmanji pri point-on orijentaciji, što je u skladu sa slikama polja pritiska (sl. 4.26).



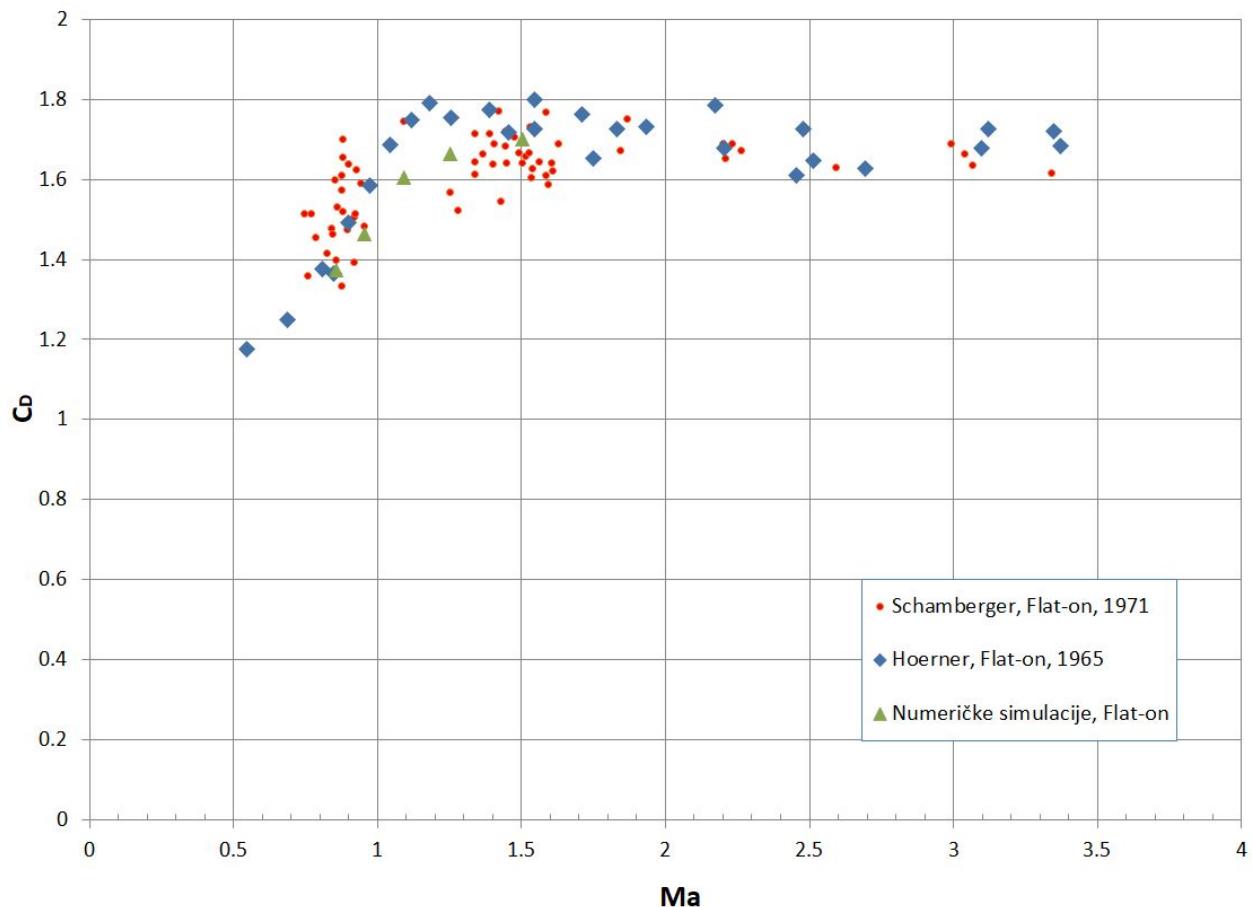
Sl. 4.29 Poređenje rezultata numeričkih simulacija sa eksperimentalnim podacima  $^{1224}$  za kocku za flat-on, edge-on i point-on orijentaciju kocke prilikom nastrujavanja vazduha

Dodatno je izvršena validacija numeričkog modela<sup>[248]</sup>, korištenom u radu, i sa eksperimentalnim podacima Hoernera<sup>[227]</sup>, skupa sa podacima Schambergera<sup>[224]</sup>, sa slučaj nastrujavanja vazduha na kocku pri, ranije spomenutoj (sl. 4.24), flat-on orijentaciji kocke.

Eksperimentalni podaci<sup>[224,227]</sup> za vrijednost koeficijenta otpora  $C_D$  pri opstrujavanju okomito na stranicu kocke uspoređeni su s vrijednostima  $C_D$  dobijenim pomoću numeričkih simulacija.

U procesu validacije rezultata, i u ovom slučaju<sup>[248]</sup>, diskretizacija prostora i vremena, solver, te početni i granični uvjeti u slučaju simulacije strujanja fluida oko 3D modela kocke bili su isti kao u numeričkom modelu strujanja oko 3D modela fragmenta.

Na sl. 4.30 data je usporedba rezultata numeričkih simulacija (za 5 brzina nastrujavanja) s eksperimentalnim podacima Schambergera<sup>[224]</sup> i Hoernera<sup>[227]</sup>.



Sl. 4.30 Poređenje rezultata za  $C_D$  iz simulacija i eksperimenta [Schamberger, Hoerner] za kocku

Razlika između vrijednosti koeficijenta otpora  $C_D$  dobijenih numeričkim simulacijama i onih iz eksperimenta<sup>[224,227]</sup> u ovom slučaju je bila manja od 10%<sup>[248]</sup>.

#### 4.3.3.3 Rezultati numeričkih simulacija opstrujavanja vazduha oko fragmenta

Nakon izvršenih numeričkih simulacija, opisanih u prethodnom poglavljtu, dobijene su vrijednosti komponenti aerodinamičke sile i momenta koji djeluju na fragment, za sva tri koordinatna pravca (nastrujavanje je vršeno kao na sl. 4.22). Vrijednosti su date u dodatu 7.

Koristeći dobijene rezultate o aerodinamičkoj sili moguće je procjeniti vrijednost koeficijenata sile otpora i uzgona za dati fragment (dati u nastavku), a takođe mogu se koristiti i za provjeravanje razvijenih fizikalnih modela u radu (npr. za provjeru modela za procjenu aerodinamičke sile koja djeluje na fragment tokom kretanja kroz vazduh).

## **Analiza polja pritisaka, brzine i strujnica oko fragmenta**

Na osnovu dobijenih rezultata numeričkih simulacija, izvršena je analiza polja pritiska, brzine i strujnica oko fragmenta u nekoliko karakterističnih položaja fragmenta oko kojeg je nastrujavao vazduh.

Korisno je predstaviti polja pritiska u različitim ravnima nastrujavanja oko fragmenta i dijagrame polja pritiska na samom fragmentu, kako bi se stekao bolji dojam o složenosti toka i nesimetriji toka oko fragmenta uslijed njegovog nepravilnog, stohastičnog oblika.

S tim u vezi, na slikama 4.31 - 4.36 su prikazani polje pritiska, polje brzina i slika strujnica oko fragmenta za tri različite orijentacije nastrujavanja, pri brzini nastrujavanja 3 Ma. Ova brzina opstavljanja je izabrana jer odgovara brzini realnih fragmenata u početnoj fazi kretanja.

Generalno govoreći, sila otpora fluida koja se suprotstavlja kretanju tijela u njemu nastaje kao posljedica djelovanja normalne sile i tangencijalne sile na površini tijela koje se kreće kroz atmosferu. Izvor otpora fluida kretanju tijela su praktično tri prirodna fenomena: viskozitet samog fluida, udarni talasi (pri brzinama  $M \geq 1$ ), i vrtloženje (turbulencija) toka iza tijela.

Normalna sila (sila pritiska, otpor pritiska ili otpor oblika) očituje se u razlici pritiska ispred prednje strane tijela i pritiska iza tijela. Kod fragmenata ne postoji jasno definiran profil kod kojeg postoji prednja i zadnja strana profila, već prednja i zadnja kompleksna geometrija površine fragmenta. Otpor uslijed razlike pritisaka može, općenito, biti talasni (sila pritiska djeluje na prednji dio tijela) ili vrtložni (sila pritiska djeluje na dno tijela). Talasni otpor nastaje uslijed prisustva udarnih talasa i očituje se dramatičnim povećanjem otpora u transoničnoj zoni. Vrtložni otpor je posljedica disipacije energije uslijed recirkulacije toka iza tijela.

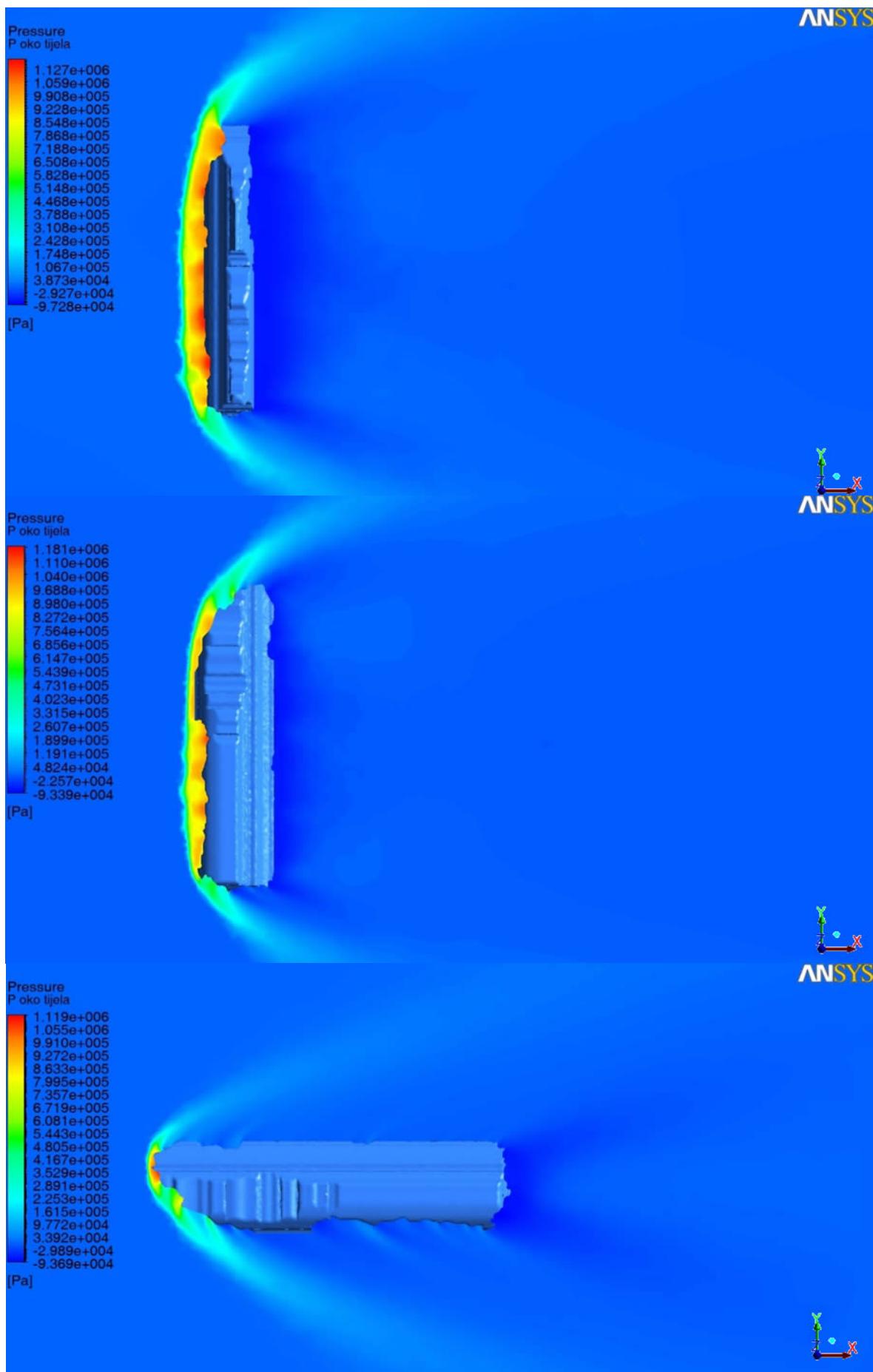
Tangencijalna sila nastaje uslijed trenja (svaki fluid ima viskoznost) između fluida i tijela u graničnom sloju, a naziva se još i otpor trenja<sup>[158]</sup>. Veličina otpora trenja zavisi prije svega od karaktera strujanja u graničnom sloju i hrapavosti površine tijela. Hrapavost utiče ne samo na veličinu otpora nego i na položaj tačke prelaza laminarnog u turbulentno strujanje. U slučaju fragmenta, jasno je da ne možemo govoriti o hrapavosti, i svakako da izbrzdana površina fragmenta još više pojačava silu otpora jer oštре ivice (geometrijski diskontinuteti) dovode do stvaranja novih udarnih talasa i mogu uzrokovati odvajanje toka i povećanje zone turbulencije.

U slučaju fragmenta koji se kreće kroz vazduh, on u tom procesu kontinualno mijenja vrijednost svoje izložene površine, i u jednom trenutku fragment može predstavljati relativno vitko tijelo (npr. fragment u položaju kada mu je minimalna izložena površina okomita na tok, sl. 4.31, na dnu), a u drugom trenutku fragment praktično postaje zatupljeno tijelo (u položaju kada mu je maksimalna izložena površina okomita na tok (sl. 4.31, na vrhu).

Ako fragment počinje kretanje iz relativno vitkog položaja (sl. 4.31, na dnu), pri manjim uglovima rotacije fragmenta granični sloj na gornjoj i donjoj površini doživljava blage gradiente pritiska i nema značajnijeg odvajanja toka od tijela. Turbulentni tok iza tijela je u tom slučaju dosta mali i otpor nastaje dominantno uslijed viskoznog trenja u graničnom sloju.

Međutim, povećanjem ugla rotacije tijela (npr. sl. 4.31 gore), gradjeni pritiska se značajno povećavaju. Gradijent pritiska na gornjim površinama fragmenta tada postaje toliki da dolazi do odvajanja toka što vodi do smanjenja pritiska na zadnjem dijelu i recirkulacije toka ispunjenog vrtložima koji vrše disipaciju dijela mehaničke energije (uglavnom u toplotu) i tako povećavaju ukupni otpor.

Vrtlozi su obično u međusobnoj interakciji, pokretni su i mogu izmjenjivati energiju. Zato raste otpor pritiska, i u ovoj fazi kretanja (kada je fragment HE projektila izložen toku fluida svojom većom površinom – može se reći u zatupljenom položaju) otpor pritiska je mnogo veći nego otpor trenja.



Sl. 4.31 Polje pritiska oko fragmenta (u ravni koja prolazi kroz težište) za tri različite orientacije nastrujavanja (nastrujavanje pri brzini od 3 Ma)

Polja pritisaka i brzina, prikazani na slikama 4.31 i 4.32, veoma su kompleksna i nesimetrična jer je fragment tijelo neregularnog oblika sa velikim brojem oštrica, ivica i zatupljenja, a poznato je da karakter polja toka najviše zavisi od oblika tijela koje fluid opstrujava (kao i, naravno, brzine toka i karakteristika fluida). Ovakav tok oko fragmenta značajno se razlikuje od relativno simetričnog toka kakav je prikazan u slučaju opstrujavanja kocke (prikazano na slikama 4.26 - 4.28) i dovodi do nestabilnosti fragmenta tokom njegovog leta kroz atmosferu.

Prema očekivanju za supersonični tok, ispred fragmenta je izražena zona nadpritiska, dok se iza fragmenta pojavljuje karakteristična zona podpritiska. Generalno su nadpritisci veći u slučaju kada je fragment okrenut strujanju većom izloženom površinom (sl. 4.31, gore i u centru) nego u slučaju kada je okrenut manjom izloženom površinom (sl. 4.31, na dnu).

Generalno govoreći, što je veća zona podpritiska iza tijela, nastaju veće razlike između nadpritiska ispred i podpritiska iza tijela što dovodi u konačnici do povećanja sile otpora.

U slučaju kada je vektor brzine nastrujavanja okomit na najveću izloženu površinu fragmenta (sl. 4.31, na vrhu) - zona nadpritiska ispred fragmenta je najveća (najšira), a najmanja je u slučaju kada je vektor brzine okomit na najmanju izloženu površinu fragmenta (sl. 4.31, na dnu). Slično važi i za zonu podpritiska - i ona je najvećeg obima u slučaju nastrujavanja na najveću izloženu površinu (sl. 4.31, gore), a najmanja u slučaju kada je vektor brzine okomit na najmanju izloženu površinu fragmenta (sl. 4.31, dole).

Što se tiče brzine toka, u slučaju opstrujavanja fragmenta kada je vektor brzine nastrujavanja okomit na najveću izloženu površinu fragmenta (zatupljen položaj fragmenta, sl. 4.32, na vrhu) dolazi do najvećeg smanjenja brzine toka, dok je u slučaju nastrujavanja na minimalnu izloženu površinu fragmenta (sl. 4.32, na dnu) primjetno umjerenije smanjenje brzine toka sa najmanje izraženom zonom u kojoj se dešava ovo smanjenje brzine.

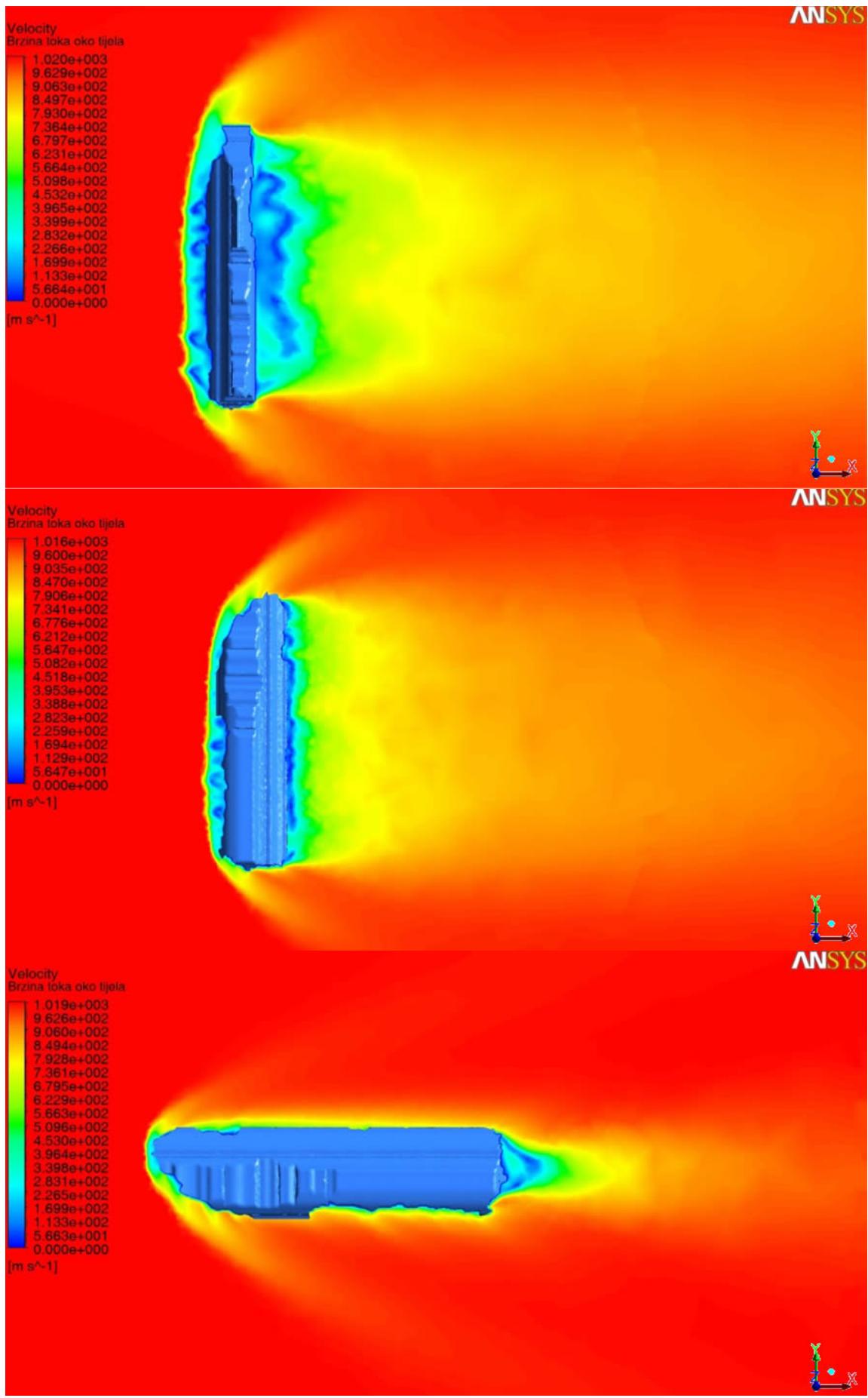
Od najvećeg značaja za kretanje fragmenta kroz atmosferu kao otpornu sredinu svakako su pojave udarnih talasa koji se javljaju kod supersoničnog toka. Naime, brzina opstrujavanja od 3 Ma (ovdje uzeta jer se u početnom dijelu putanje fragment HE projektila kreće supersoničnim brzinama) implicira izražene udarne talase oko fragmenta. Fragment je neregularnog oblika, sa velikim brojem izraženih ivica i zakriviljenih površina, što dovodi do stvaranja i većeg broja udarnih talasa uzduž fragmenta (najbolje se može primjetiti na sl. 4.31, na dnu).

Poznato je da su kod supersoničnog toka značajni efekti stišljivosti toka. Pri istoj brzini nastrujavanja za tijelo neregularnog oblika koje se rotira, tijelo će u položaju sa manjom izloženom površinom (npr. sl. 4.31, na dnu) imati udarne talase više povijene prema tijelu (manji ugao vrha udarnog talasa).

Na sl. 4.31 dole primjetna je nepravilnost oblika fragmenta koja uzrokuje nastanak većeg broja manjih udarnih talasa (fragment ima dosta oštih ivica koje uzrokuju pojavu novih kosih udarnih talasa). Pojava ovih bočnih udarnih talasa dovodi do lokalnog povećanja sile otpora.

Fragmentacijom HE projektila nastaje na hiljade fragmenata koji se nekontrolisano kreću kroz vazduh. U početnoj fazi kretanja ovi fragmenti su relativno blizu jedno drugom, što može dovesti i do interakcije udarnih talasa pojedinih fragmenata i uvođenja dodatne nestabilnosti u njihovo kretanje. Osim toga, fragmenti su izrazito nestabilni i prevrću se što dodatno usložnjava cijeli proces i destabilizuje fragmente.

Generalno govoreći, supersonični režim opstrujavanja bilo kojeg tijela karakterističan je po izraženim udarnim talasima, ekstremno uskim područjima fluida u kojima se osobine toka mjenjaju diskontinualno (ekstremno) u vrlo kratkom vremenskom intervalu, pri čemu su gradijenți pritiska iznimno veliki. Ispred udarnog talasa nalazi se zona neporemećenog toka, dok je iza njega zona dejstva u kojoj postoje razlike u vrijednostima pritiska, brzine, temperature i gustine.



4.32 Polje brzina oko fragmenta (u ravni koja prolazi kroz težište) za tri različite orijentacije nastrujavanja (nastrujavanje pri brzini od 3 Ma)

Kao što je rečeno ranije, kosi i ekspanzionalni udarni talasi (tzv. Prandtl-Meyer talasi) najčešća su vrsta udarnih talasa u trodimenzionalnom supersoničnom toku. Normalni udarni talasi su specijalni slučaj kosih udarnih talasa. Tu su i zakriviljeni udarni talasi (javljaju se ispred zatupljenih tijela) u kojima se objedinjuju karakteristike ostalih udarnih talasa.

Sloj fluida između udarnog talasa i tijela - udarni sloj (eng. shock layer) – naročito je značajan u slučaju zatupljenih tijela (kao što su fragmenti HE projektila), kada se pojavljuju zakriviljeni udarni talasi (sl. 4.33). Za udarni sloj, osim visokog pritiska, karakteristične su visoke temperature i gustina toka.

Iz teorije udarnih talasa <sup>[157]</sup> poznato je da kod kosih udarnih talasa pritisak raste praktično diskontinualno, dok kod ekspanzionih udarnih talasa pritisak opada diskontinualno. Naime, pritisak  $p$ , gustina  $\rho$  i temperatura  $T$  se povećavaju kroz kose udarne talase, dok se Mach-ov broj  $M$  (brzina) smanjuje. Kod ekspanzionih talasa situacija je obrnuta, pritisak, gustina i temperatura se smanjuju, dok se Mach-ov broj povećava.

Karakteristični kosi i ekspanzionalni udarni talasi oko fragmenta najbolje se mogu uočiti na sl. 4.31 (na dnu), pri čemu se kosi udarni talasi nalaze ispred i bočno od fragmenta, a ekspanzionalni udarni talasi na zadnjem dijelu fragmenta. Primjećuje se više kosih udarnih talasa uzduž fragmenta na mjestima gdje su promjene geometrije fragmenta (izražene ivice i oštice).

U slučaju nastrujavanja istom brzinom na vitkije tijelo (kao što je npr. fragment u položaju sa najmanjom izloženom površinom, sl. 4.31 dole), u odnosu na položaj fragmenta kada on predstavlja zatupljeno tijelo (sl. 4.31 gore), ugao vrha kosog udarnog talasa dosta je manji i talas se nalazi više uz fragment (povijeniji je prema fragmentu). Takođe važi pravilo - što je veća brzina opstrujavanja, to se udarni talasi povijaju više prema tijelu, što znači da će udarni talasi pri  $M = 4$  biti dosta povijeniji prema tijelu nego pri brzini  $M = 1,5$ .

U slučaju opstrujavanja kada je vektor brzine toka okomit na veću izloženu površinu fragmenta (npr. sl. 4.31 gore i u centru) javlja se zakriviljeni udarni talas. Zakriviljeni udarni talas (shematski prikazan na sl. 4.33) se pojavljuje kod supersoničnog opstrujavanja fluida oko tupih tijela kada je ugao vrha tijela veći od kritičnog ugla - pri kojem počinje odvajanje talasa (sl. 4.33). Iz teorije udarnih talasa <sup>[157]</sup>, ovaj ugao, teoretski, pri  $M = \infty$  i  $\gamma = 1,4$  ima najveću moguću vrijednost  $\theta = 45,5^\circ$ , nakon čega dolazi do odvajanja udarnog talasa od vrha tijela.

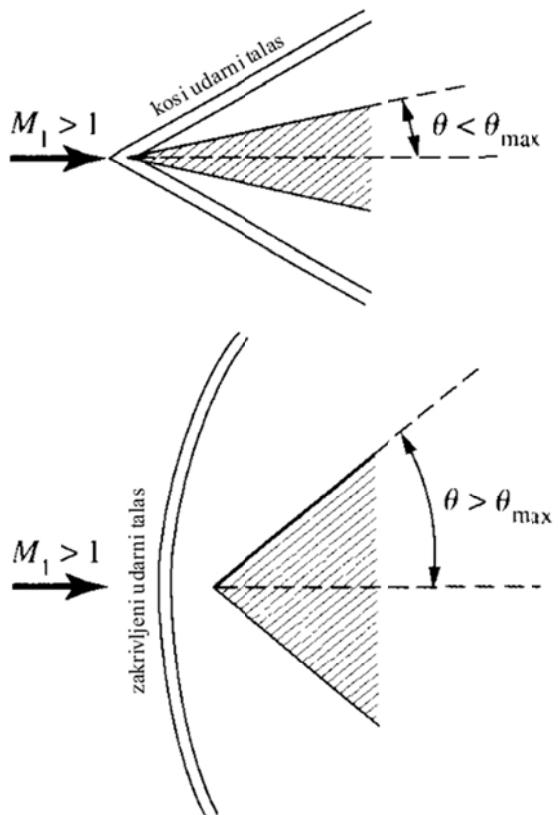
Na sl. 4.34 prikazan je shematski supersonični tok oko zatupljenog tijela. Na slici je  $\delta$  - udaljenost udarnog talasa od tijela, dok u tački  $a$  ovaj talas postaje normalni udarni talas. Dalje od tačke  $a$  talas se sve više zakriviljuje <sup>[157]</sup>.

Ono što je zanimljivo na sl. 4.34 je da je region između udarnog talasa i tijela ustvari mješavina subsoničnog i supersoničnog toka. Naime, od tačke  $a$  do tačke  $c'$  (sl. 4.34) nalazi se subsonična zona, a od tačke  $c'$  do tačke  $e$  supersonična zona. Granica između ova dva toka prikazana je isprekidanim linijom na slici 4.34 <sup>[157]</sup>.

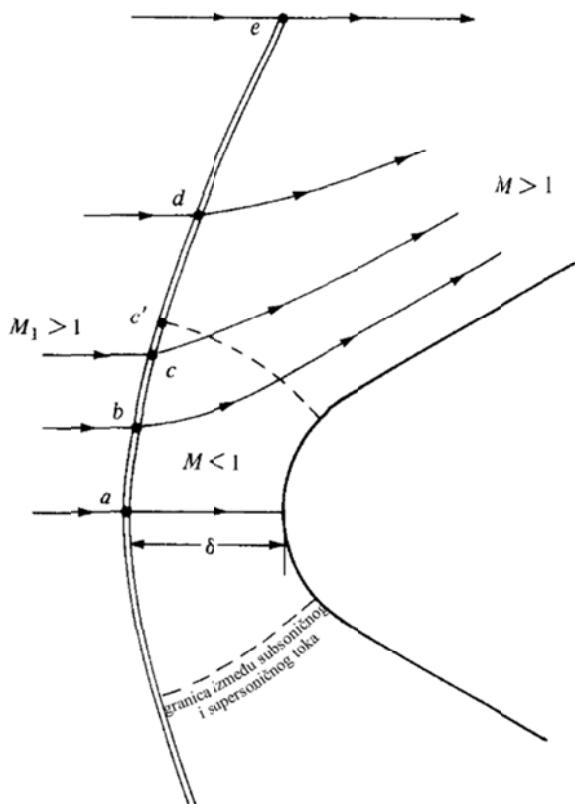
Slična situacija je i kod opstrujavanja fragmenta. Na sl. 4.31 gore, između zakriviljenog udarnog talasa ispred fragmenta i fragmenta nalazi se zona kombinovanog toka gdje postoji i subsonični i supersonični tok. Ovo mješanje potvrđuje i slika strujnica oko fragmenta (npr. sl. 4.36) gdje se vidi vrtloženje toka ispred fragmenta koje dodatno povećava silu otpora.

Važna je činjenica da zakriviljeni udarni talasi (sl. 4.34) značajno povećavaju otpor tijela koje se kreće supersoničnim brzinama, što je npr. iskorišteno prilikom dizajna povratnih svemirskih kapsula (Apollo program) koje zahtjevaju veliku količinu otpora kako bi se kapsula usporila da ne izgori prilikom ulaska u atmosferu <sup>[157]</sup>.

U slučaju fragmenta, prisustvo zakriviljenog udarnog talasa dovodi do povećanja sile otpora (u slučaju kada je vektor brzine nastrujavanja okomit na veće izložene površine, kao npr. na sl. 4.31 gore).



Sl. 4.33 Shematski prikaz kosih i zakriviljenih udarnih talasa<sup>[157]</sup>



Sl. 4.34 Supersonični tok oko zatupljenog tijela<sup>[157]</sup>

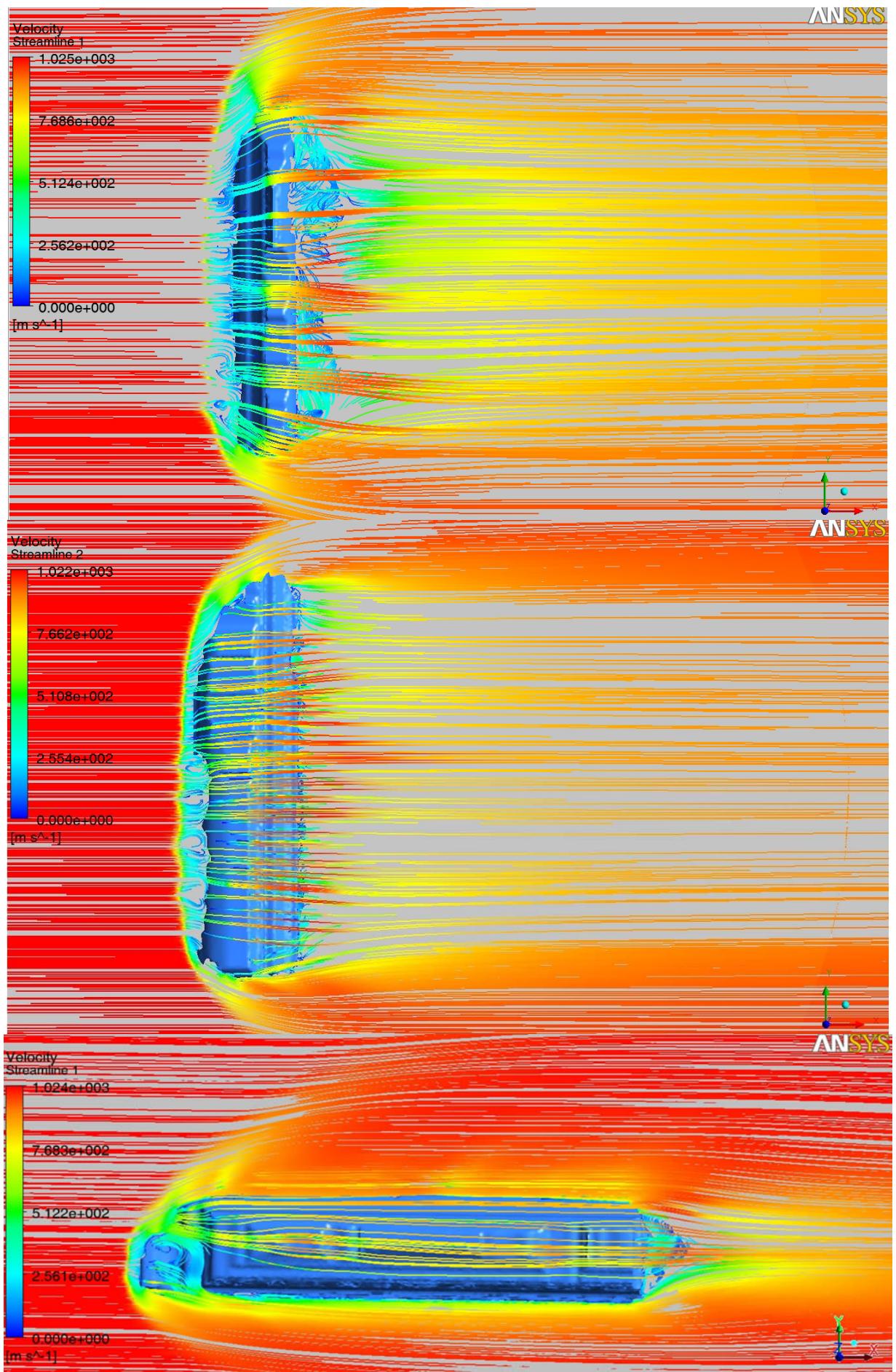
Na sl. 4.35 dat je prikaz strujnica (zamišljene linije duž kojih se kreću čestice fluida - krive linije kod kojih je tangenta u svakoj tački fluida kolinearna sa vektorom brzine) oko fragmenta pri brzini  $M = 3$ , za tri slučaja opstrujavanja. Najintenzivnija recirkulacija i djelimično odvajanje toka javlja se u slučaju nastrujavanja na najveću izloženu površinu (sl. 4.35 gore), što je jasnije prikazano na sl. 4.36 (prikaz strujnica oko fragmenta pri maksimalnoj izloženoj površini).

Zanimljivo je da kada zadnja strana fragmenta nema naglog završetka (sl. 4.35, u sredini), tj. kada se zadnji dio fragmenta postepeno sužava - kao što je to slučaj sa ovim fragmentom, tada se strujnice nalaze uz fragment i nema značajnijeg odvajanja toka. Kod istog fragmenta, prednja strana je zatupljena pa uz nju dolazi do recirkulacije toka.

U slučaju opstrujavanja fragmenta pri zatupljenom položaju (sl. 4.36) postoji nekoliko zona recirkulacije, i svaka je neregularnog oblika, nesimetrična i stohastična. Kod ovog slučaja nastrujavanja, kao što je ranije napomenuto, postoji i zona recirkulacije toka ispred samog fragmenta, što je dosta interesantno i ne sreće se često u inžinjerskim problemima. Naime, ove zone javljaju se na mjestima promjene geometrije fragmenta (posebno na konkavnim dijelovima prednje površine fragmenta) i mogu uticati na povećanje sile otpora prilikom kretanja.

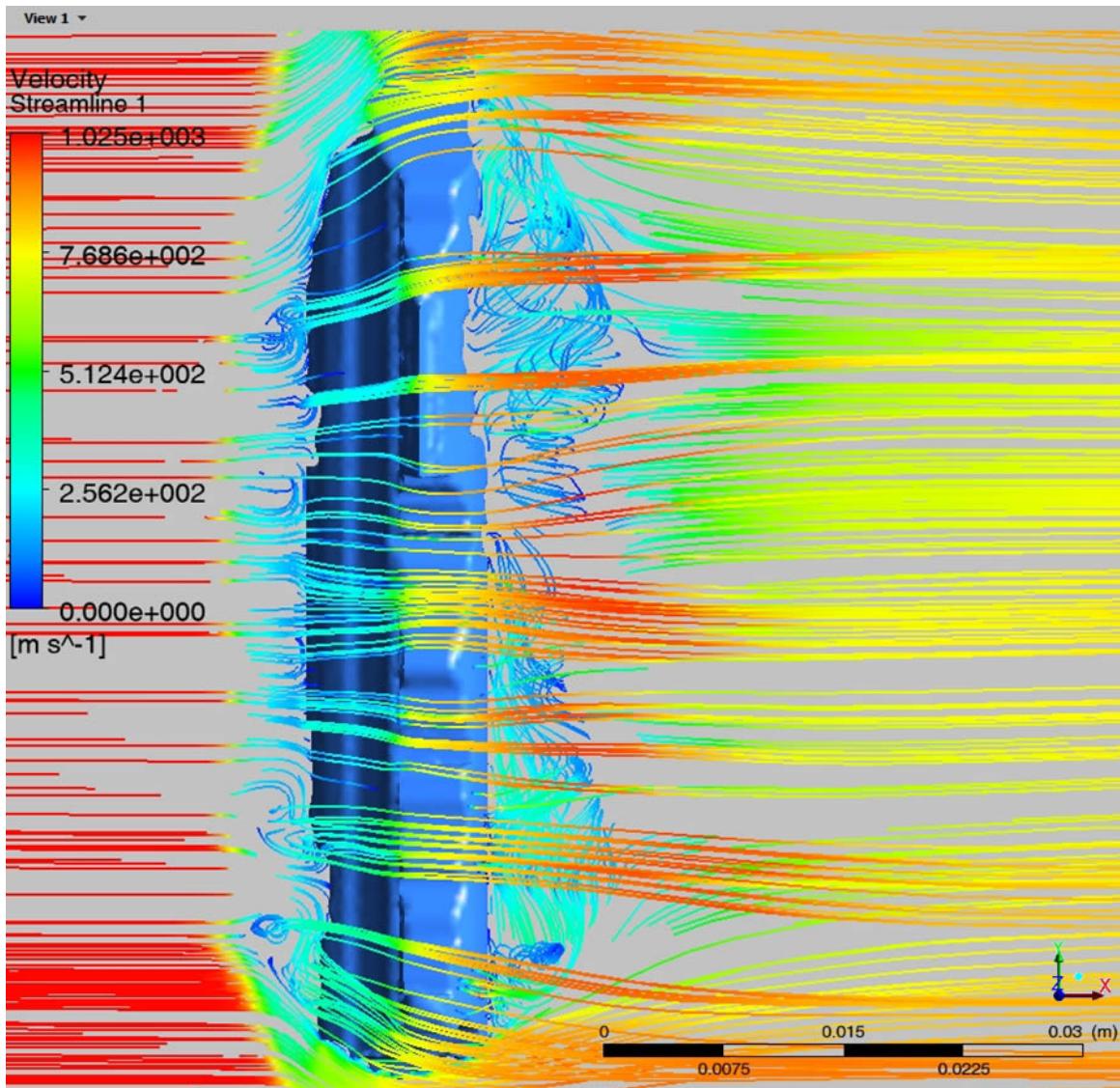
Relativno kretanje fluida od regiona visokog do regiona niskog pritiska, u kombinaciji sa kretanjem fluida u pravcu opstrujavanja dovodi do stvaranja spirala ili vrtložnog kretanja toka iza fragmenta koje vrši disipaciju energije čime se značajno povećava sila otpora u odnosu na silu otpora prilikom strujanja oko vitkijeg položaja fragmenta (sl. 4.35, dole).

U slučaju opstrujavanja fragmenta pri položaju gdje mu je minimalna izložena površina (sl. 4.35 dole i sl. 4.37), djelimično odvajanje toka praktično postoji samo u zoni iza fragmenta. U toj zoni primjećuje se, takođe, recirkulacija toka, ali u dosta manjem obimu nego što je to slučaj sa zatupljenim položajem fragmenta (sl. 4.36). Zbog toga je i sila otpora fluida u ovom slučaju puno manja.

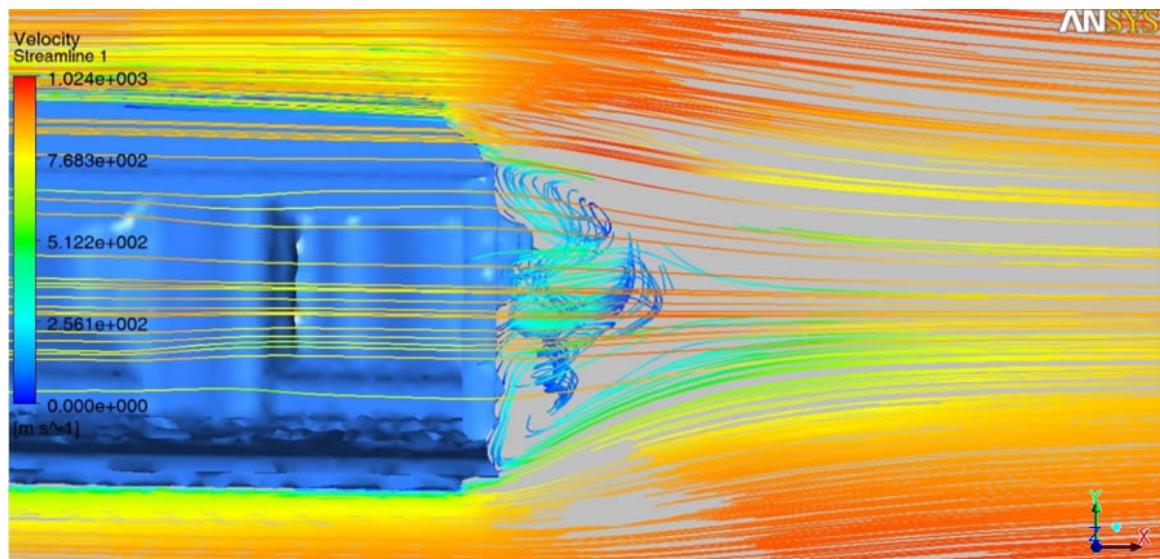


4.35 Prikaz 3D strujnica oko fragmenta pri brzini  $M = 3$

Na sl. 4.36 i 4.37 dat je približeni (uvećani) 3D prikaz strujnica oko fragmenta, pri maksimalnoj i minimalnoj izloženoj površini fragmenta koja je razmatrana, i pri brzini opstupavanja 3 Ma (~1020 m/s).



Sl. 4.36 Uvećani prikaz 3D strujnica oko fragmenta (maks. izložena površina) pri brzini  $M = 3$



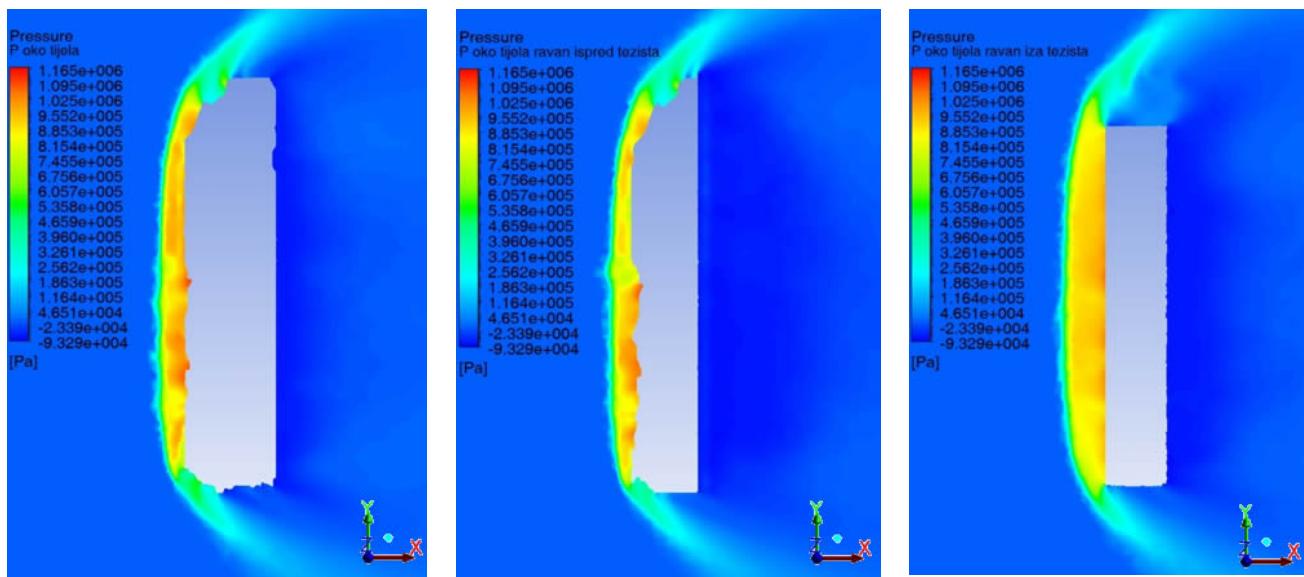
Sl. 4.37 Uvećani prikaz 3D strujnica oko fragmenta (min. izložena površina) pri brzini  $M = 3$

Na slici 4.38 prikazano je polje pritiska oko fragmenta u tri različite ravni, i to ravan kroz centar mase, ravan 3mm ispred centra mase i ravan 3mm iza centra mase fragmenta.

Budući da je fragment nesimetričan (stohastičnog oblika) zona nadpritiska (a i zona podpritiska) nije simetrična za različite ravni nastrujavanja fluida i značajno se razlikuje kako u izgledu (širina zone) tako i u kvantitativnom smislu (različite vrijednosti  $p$  i  $v$ ).

Sl. 4.38 (polje pritiska oko fragmenta u tri ravni - ravan kroz centar mase fragmenta, ravan 3mm ispred centra mase i ravan 3mm iza centra mase) daje jasniji uvid u nesimetričnost toka oko fragmenata HE projektila.

Oblik udarnih talasa oko fragmenta HE projektila nije isti niti su oni simetrični jer je fragment neregularnog oblika i za različite ravni nastrujavanja oni imaju nešto drugačiji oblik (sl. 4.38). To znači da oblik udarnog talasa nije simetričan (kako se može očekivati kod npr HE projektila - simetričnih tijela) već mijenja svoj oblik po svim pravcima.



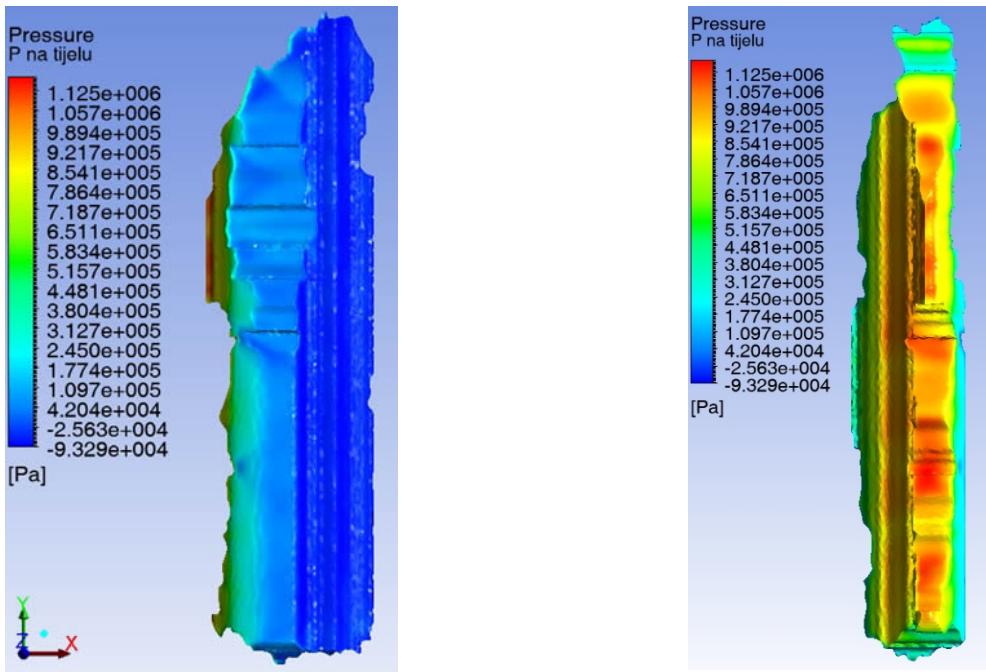
Sl. 4.38 Polje pritiska (3 Ma) oko fragmenta u tri ravni (ravan kroz centar mase fragmenta (lijevo), ravan 3mm ispred centra mase (sredina) i ravan 3mm iza centra mase (desno))

S druge strane, na slici 4.39 prikazano je polje pritiska pri brzini 3 Ma na samom fragmentu u dvije različite projekcije fragmenta.

Slika 4.39 koja prikazuje polje pritiska na fragmentu u dvije različite projekcije takođe jasno pokazuje neravnomernu raspodjelu pritiska na fragmentu. Strujanje je vršeno u pravcu  $x$  ose (koordinatni sistem se vidi na lijevoj slici na 4.39; na desnoj slici na 4.39 fragment je samo zarotiran za  $90^\circ$  oko ose  $y$  radi vizuelnog predstavljanja polja pritiska). Ovdje je zanimljivo i to da se ispred fragmenta, pri nastrujavanju kada mu je veća izložena površina (sl. 4.31 gore i u centru) javljaju lokalna povećanja pritiska u pojedinim dijelovima toka. Ove "mini" zone jasnije se vide na dijagramima polja brzine toka (sl. 4.32 gore i u centru, kao i na sl. 4.39 desno).

Fragment je nepravilnog oblika i tok fluida se, čak i ispred fragmenta (za položaje fragmenta u kojima se on može smatrati tupim tijelom), povija na određenim dijelovima (u "džepovima" prednje površine fragmenta, sl. 4.39 desno). U tim zonama dolazi do povećanja pritiska i smanjenja brzine toka, što može dovesti do povećanja sile otpora.

Analiza polja pritiska, brzine i toka strujnica oko HE fragmenata HE projektila, kao što se vidi, daje odličan uvid u kompleksnost problematike kretanja realnih fragmenata kroz atmosferu. Praktično je nemoguće ove probleme adekvatno istražiti bez korištenja numeričkih simulacija.



Sl. 4.39 Polje pritiska (pri brzini nastrujavanja 3 Ma) na fragmentu u dvije različite projekcije

### Koeficijent sile otpora

Nakon izvršenih simulacija opstrujavanja 3D modela fragmenta, dobijeni su podaci o komponentama aerodinamičkih sila (komponente sile u pravcu  $x$ ,  $y$  i  $z$  ose), komponentama aerodinamičkih momenata (komponente momenta u pravcu  $x$ ,  $y$  i  $z$  ose), te projekcijama izloženih površina fragmenta u pravcu  $x$ ,  $y$  i  $z$  ose za svaki razmatrani Ma broj, koristeći UDF program.

Na osnovu dobijenih rezultata o aerodinamičkim silama i površinama, za različite vrijednosti Mach-ovih brojeva određene su vrijednosti koeficijenata sile otpora i uzgona za fragment:

$$\text{Koeficijent otpora: } C_D = \frac{F_D}{qS} \quad (4.28)$$

$$\text{Koeficijent uzgona: } C_L = \frac{F_L}{qS} \quad (4.29)$$

Sila otpora  $F_D$  iz izraza 4.28 je u pravcu ose  $x$ ; ova osa se u numeričkim simulacijama ne pomjera i uvijek je u pravcu vektora brzine, npr. sl. 4.23). Sila uzgona  $F_L$  (izraz 4.29) je u pravcu ose  $y$  u simulacijama (sl. 4.23), uvijek okomita na pravac vektora brzine.

Projektovana površina fragmenta  $S$  je projekcija ukupne izložene (kvašene) površine fragmenta na ravan okomitu na vektor brzine, tj. ravan  $yz$  na sl. 4.23. Dinamički pritisak slobodnog toka određen je izrazom  $q = 0,5\rho v^2$ .

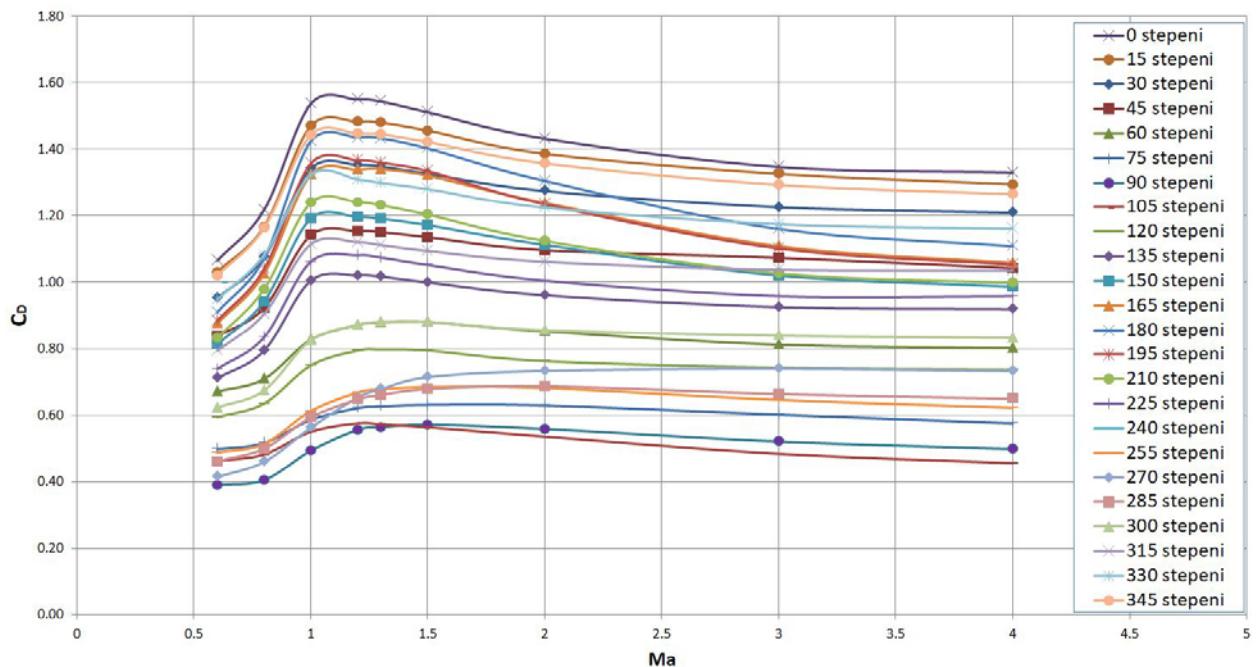
U tabeli 4.8 dat je prikaz vrijednosti koeficijenta otpora  $C_D$  za 3D model fragmenta, dobijen numeričkim simulacijama i izrazom (4.28), za različite orientacije fragmenta ( $0^\circ$ - $360^\circ$ ) i različite brzine (od 0,6 do 4 Ma). Ovdje su predstavljeni rezultati za strujanja u  $xy$  ravni (sl. 4.23), pri čemu su uglovna pomjeranja fragmenta bila  $15^\circ$  (rotacija oko  $z$  ose). Za strujanja u pravcu  $y$  ili  $x$  ose (sl. 4.23) rezultati bi bili nešto drugačiji. Cilj je bio ukazati na neke generalne zaključke.

Na sl. 4.40 dat je prikaz vrijednosti koeficijenta otpora  $C_D(Ma)$ , dobijenih numeričkim simulacijama opstrujavanja (tabela 4.8) pri različitim orientacijama fragmenta ( $0^\circ$ - $360^\circ$ ), tj. za različite uglove nastrujavanja.

Tabela 4.8 Vrijednosti koeficijenta sile otpora  $C_D$  za 3D model fragmenta dobijene numeričkim simulacijama (boldirane su maksimalne vrijednosti  $C_D$ )

Ma broj	$C_D$																							
	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300	315	330	345
0.6	1.065	1.031	0.952	0.837	0.671	0.498	0.390	0.463	0.594	0.711	0.812	0.876	0.910	0.884	0.832	0.739	0.621	0.488	0.414	0.462	0.623	0.793	0.948	1.020
0.8	1.217	1.167	1.075	0.923	0.709	0.517	0.405	0.483	0.635	0.794	0.942	1.025	1.071	1.039	0.979	0.834	0.672	0.515	0.460	0.500	0.674	0.904	1.081	1.162
1	1.536	1.469	1.342	1.141	0.827	0.586	0.494	0.551	0.750	1.005	1.191	1.323	1.423	1.356	1.239	1.062	0.808	0.613	0.563	0.594	0.826	1.114	1.322	1.443
1.2	<b>1.549</b>	<b>1.483</b>	<b>1.353</b>	<b>1.154</b>	0.872	0.621	0.557	<b>0.576</b>	0.795	<b>1.021</b>	<b>1.196</b>	1.338	<b>1.435</b>	<b>1.367</b>	<b>1.241</b>	<b>1.081</b>	0.862	0.668	0.653	0.647	0.872	<b>1.120</b>	1.309	<b>1.446</b>
1.3	1.543	1.480	1.348	1.150	0.880	0.626	0.565	0.573	<b>0.798</b>	1.017	1.191	<b>1.340</b>	1.433	1.360	1.231	1.074	0.872	0.678	0.678	0.661	<b>0.881</b>	1.112	1.299	1.444
1.5	1.511	1.456	1.327	1.135	<b>0.880</b>	<b>0.631</b>	<b>0.572</b>	0.564	0.795	1.000	1.171	1.321	1.402	1.335	1.203	1.052	<b>0.873</b>	<b>0.685</b>	0.715	0.679	0.880	1.094	1.280	1.422
2	1.432	1.386	1.274	1.096	0.852	0.629	0.559	0.536	0.763	0.961	1.112	1.238	1.305	1.235	1.124	1.005	0.847	0.682	0.733	<b>0.687</b>	0.856	1.062	1.224	1.358
3	1.347	1.326	1.225	1.073	0.812	0.602	0.522	0.485	0.743	0.925	1.020	1.108	1.160	1.102	1.026	0.959	0.831	0.646	<b>0.740</b>	0.664	0.839	1.037	1.174	1.293
4	1.330	1.295	1.209	1.042	0.802	0.576	0.499	0.456	0.737	0.919	0.987	1.058	1.108	1.053	0.998	0.959	0.847	0.623	0.733	0.650	0.833	1.035	1.160	1.265

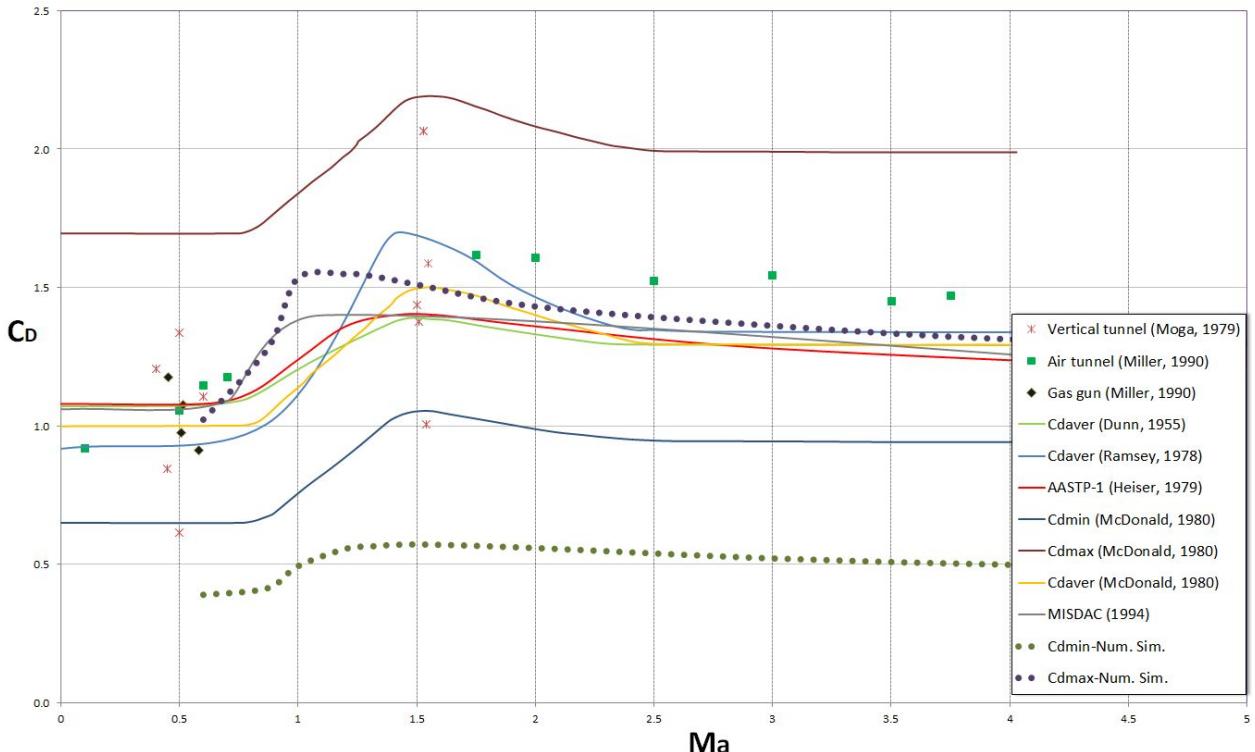
Dijagram na sl. 4.40 pokazuje da je najveći koeficijent otpora u slučaju nastrujavanja na fragment u početnom položaju (orientacija od  $0^\circ$  ili  $360^\circ$ , sl. 4.22), a najmanji kada je fragment okrenut za  $90^\circ$  u odnosu na početni položaj, tj. kada je fragment u položaju u kojem predstavlja relativno vitko tijelo. Pri brzinama većim od 1,5 Ma, najmanje vrijednosti koeficijenta  $C_D$  ima fragment kada se nalazi u položaju kada je zarotiran  $105^\circ$  u odnosu na početnu konfiguraciju (donja crvena kriva na sl. 4.40). Ostale vrijednosti  $C_D$  (krive  $C_D(Ma)$  za druge orientacije fragmenta) nalaze se u spomenutom intervalu.



Sl. 4.40 Opseg vrijednosti koeficijenta otpora  $C_D$  za 3D model fragmenta dobijen simulacijama

Sumarno, na sl. 4.41 dati su rezultati maksimalne i minimalne vrijednosti koeficijenta otpora  $C_D$ , dobijene numeričkim simulacijama opstrujavanja fragmenta, u funkciji  $Ma$  broja ( $C_{Dmax}$  - ljubičasti set isprekidanih tačaka i  $C_{Dmin}$  - zeleni set isprekidanih tačaka), zajedno sa javno dostupnim eksperimentalnim podacima koeficijenata aerodinamičkog otpora za fragmente [19,178,179,180,181,182,183,184,185].

Što se tiče eksperimentalnih podataka na sl. 4.41 treba navesti određene nedostatke koji su uočeni. Jedan od nedostataka je što većina ovih testova sadrži vrlo malo podataka o vrijednostima  $C_D$  u supersoničnom režimu kretanja tijela. Drugi nedostatak je što su u istraživanjima ne navode podaci o tome na koji način se odredila referentna površina fragmenata koja značajno utiče na konačne vrijednosti  $C_D$ , kao ni podatke o dimenzijama i masi fragmenata. Ovi eksperimentalni testovi su izvršeni u periodu od 1955. do 1995. godine, i nisu dostupni podaci o tome da li su u novije vrijeme rađeni slični testovi, sa modernijom mernom opremom.



Sl. 4.41 Komparacija opsega vrijednosti  $C_D$  dobijenih numeričkih simulacijama sa eksperimentalnim podacima [19, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185]

Svi ovi parametri igraju bitnu ulogu kod određivanja vrijednosti koeficijenta otpora  $C_D$ , naročito podatak o usvojenoj referentnoj površini fragmenta. U određenim istraživanjima (npr. McDonald, 1980) se navodi kako je koeficijent otpora u subsoničnom i supersoničnom toku konstantan (npr. tamno crvena i tamno plava kriva koja predstavlja granične vrijednosti  $C_D$  kod eksperimentalnih podataka na sl. 4.41), što u realnosti nije slučaj i vjerovatno se radi o određenoj aproksimaciji  $C_D$  za date Ma brojeve u spomenutim istraživanjima, uslijed manjka podataka.

Takođe, već je ranije rečeno da u literaturi nisu pronađena istraživanja u kojima su vršene simulacije opstrujavanja oko realnih 3D modela fragmenata (uglavnom se u literaturi mogu naći numeričke simulacije opstrujavanja oko simetričnih tijela), te se dobijeni rezultati simulacija izvršenih u radu nisu mogli komparirati sa rezultatima (numeričkih simulacija) drugih autora.

Ako se ipak uporede rezultati numeričkih simulacija sa eksperimentalnim podacima, prva stvar koja se primjećuje na sl. 4.41 je da su minimalne vrijednosti  $C_D$  dobijene numeričkim simulacijama dosta manje nego minimalne vrijednosti  $C_D$  dobijene eksperimentalnim putem. Ova razlika može biti rezultat različitog načina definisanja referentne površine fragmenta (neki autori navode da se može uzeti cijelokupna vanjska površina fragmenta kao njegova referentna površina), te je prilikom svakog istraživanja koeficijenta otpora  $C_D$  neophodno navesti koja referentna površina je korištena, kako bi se rezultati mogli komparirati.

Druga stvar koja se može zaključiti sa dijagrama na slici 4.40 je da se maksimalne vrijednosti  $C_D$  kreću od 1,2 do 1,5 Ma u numeričkim simulacijama, dok se kod eksperimentalnih podataka maksimalne vrijednosti  $C_D$  nalaze u rasponu od 1,2 (MISDAC, 1994) do 1,6 Ma (McDonald, 1980).

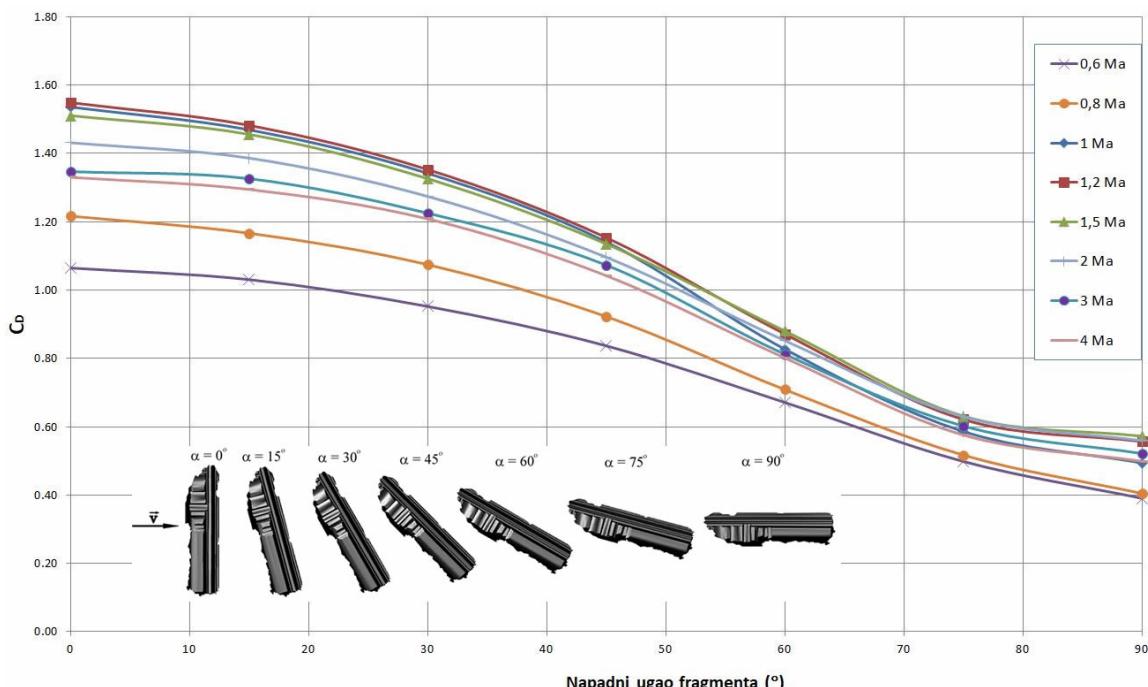
Kriva maksimalnog  $C_D$ , dobijena num. simulacijama (ispredvana linija ljubičaste boje, sl. 4.41), najbliže odgovara eksperimentalnim podacima (centralni dio dijagrama na sl. 4.41), što ukazuje na to da se u literaturi [19, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185] vrijednost  $C_D$  za fragmente vjerovatno precjenjuje (ovo može biti posljedica različito definisane referentne površine fragmenta). U realnosti, za isti oblik fragmenta, tokom kretanja kroz vazduh, vrijednost koeficijenta  $C_D$  će varirati između  $C_{Dmax}$  i  $C_{Dmin}$ , zavisno od orientacije fragmenta i njegove brzine, ali te

vrijednosti koeficijenta  $C_D$  će vjerovatno biti znatno manje nego vrijednosti  $C_D$  (za fragmente) koje se mogu naći u literaturi. Jedna od praktičnih posljedica ovoga je npr. da će fragmenti generalno imati veći domet nego što se može zaključiti po dostupnim eksperimentalnim podacima o  $C_D$  (procjena parametara putanje fragmenata zavisi od korištenih vrijednosti  $C_D$ ). To može biti od značaja prilikom procjene npr. sigurnosne udaljenosti od vojnih skladišta sa HE municijom.

Primjećena je jedna zanimljivost vezana za krive  $C_D(Ma)$ . Naime, krive na sl. 4.40 pokazuju da je pri određenim orijentacijama fragmenta (kada on predstavlja vitkije tijelo, u odnosu na početnu orijentaciju – sl. 4.22), maksimalna vrijednost  $C_D$  pomjerena prema većim Ma brojevima. Naime, maksimalna vrijednost koeficijenta otpora  $C_D$  (tabela 4.8 i sl. 4.40) se nalazi uglavnom u intervalu od 1,2 Ma (za uglove orijentacije fragmenta od  $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 105^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 195^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 315^\circ$  i  $345^\circ$ ) do 1,5 Ma (za uglove orijentacije fragmenta od  $60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 245^\circ$  i  $255^\circ$ ). Pri orijentaciji fragmenta od  $120^\circ, 165^\circ$  i  $300^\circ$ , maksimum  $C_D$  je bio na 1,3 Ma. Zanimljivo je da je za orijentaciju fragmenta od  $270^\circ$ , maksimum  $C_D$  bio pri 3 Ma, a za  $280^\circ$ , ovaj maksimum je bio pri 2 Ma. Pregledom dostupne literature utvrđeno je da ova fenomenologija (za slučaj fragmenata nepravilnih oblika) nije razmatrana.

Razlog ovog pomjeranja maksimalne vrijednosti  $C_D$  za fragment (nepravilnog oblika) je teško procjeniti jer u različitim orijentacijama fragment ima različit oblik prednje površine i različite vrijednosti projekcije izložene površine. Općenito govoreći, kako bi se dobila funkcionalna zavisnost između položaja ekstrema  $C_D$  i nekog od parametara (npr. oblik tijela, oblika referentne površine i sl.), potrebno je jednu veličinu mijenjati, a ostale držati konstantnim. S tim u vezi, u našim istraživanjima [251] izvršena je analiza uticaja oblika prednjeg dijela tijela (putem varijacije ugla vrha na modelu prizme - idealizirani geometrijski oblik) na položaj ekstrema krive  $C_D(Ma)$ , pri čemu je projekcija izložene površina tijela (prizmi) bila ista (konstantna) za sve slučajeve. Rezultati [251] pokazuju da se u slučaju tijela sa pravougaonim poprečnim presjekom kakav je npr. prizma, povećanjem vitkosti tijela (u isto vrijeme i promjenom oblika prednjeg dijela tijela), vrijednosti Ma brojeva pri kojem se nalaze ekstremi  $C_D$  pomjeraju prema većim Ma brojevima. Slični rezultati su dobijeni i kod numeričkih simulacija fragmenta.

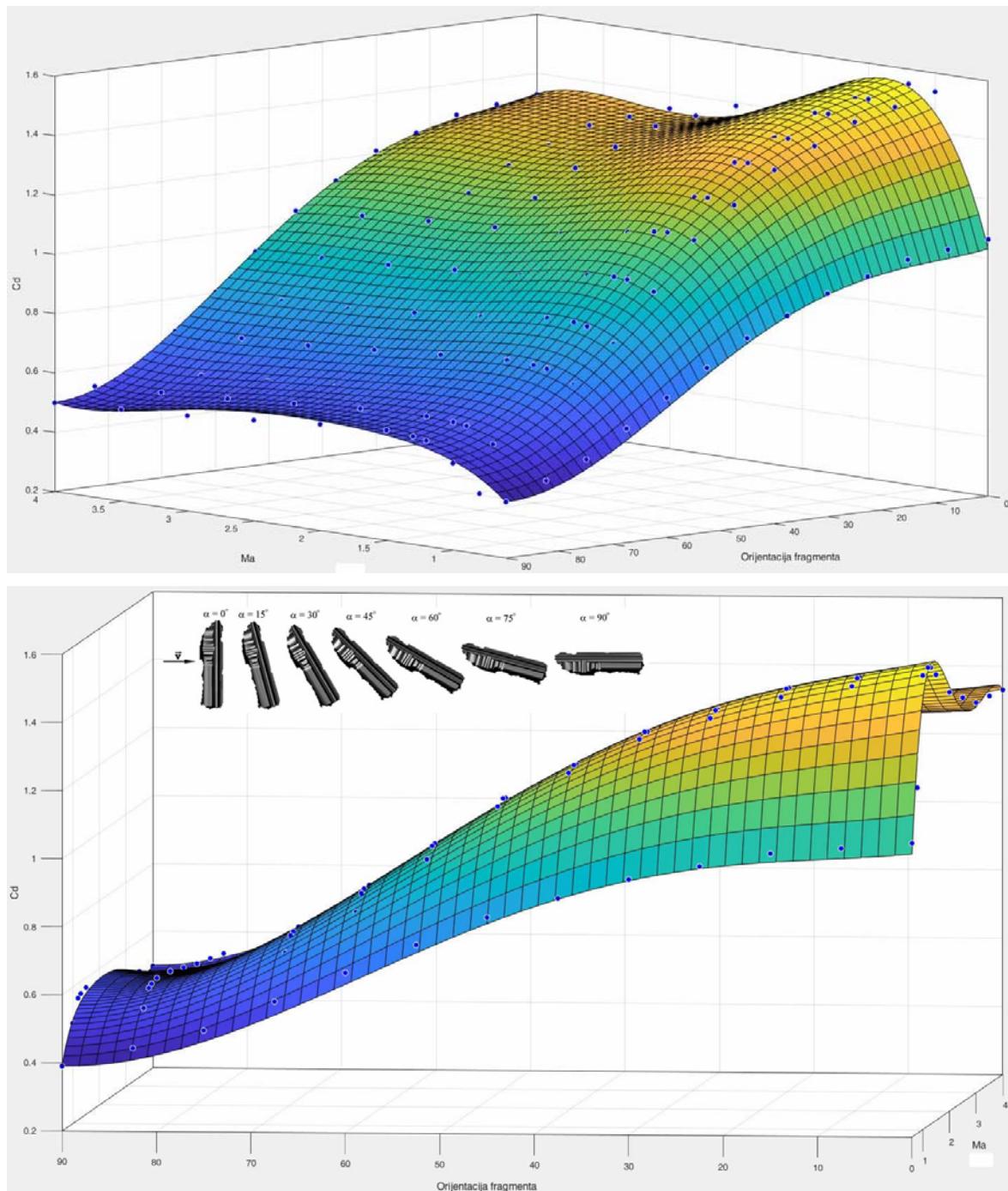
Generalno, dijagrami  $C_D(Ma)$  na sl. 4.40 se mogu predstaviti na drugačiji način (sl. 4.42) - da se koeficijent otpora  $C_D$  predstavi u funkciji napadnog ugla fragmenta (orijentacija fragmenta).



Sl. 4.42 Koeficijent otpora u funkciji napadnog ugla fragmenta (orientacija fragmenta)

Sl. 4.42 jasnije pokazuje ranije navedenu činjenicu da se najveće vrijednosti  $C_D$  pojavljuju pri  $Ma$  broju 1,2 (do napadnog ugla  $45^\circ$ ), a za veće napadne uglove (vitkije orijentacije fragmenta) taj maksimum  $C_D$  se pojavljuje pri 1,5 Ma.

Krive otpora  $C_D = f(Ma)$ , prikazane na slici 4.40, moguće je predstaviti u generalnom obliku, tj. funkcionalno preko površi (sl. 4.43), aproksimacijom podataka dobijenih numeričkim simulacijama (vrijednosti  $C_D$  za različite  $Ma$  brojeve i različite položaje (orientacije) fragmenta - ugao  $\varphi$ ). S tim u vezi, regresiona analiza podataka, dobijenih numeričkim simulacijama sa ciljem dobijanja funkcije  $C_D=f(Ma,\varphi)$ , urađena je u MatLabu. Ulagani podaci o vrijednostima koeficijenta aerodinamičkog otpora, Mach-ovog broja i orijentacije fragmenta za MatLab program daju se tabelarno u zasebnim .txt dokumentima. Program vrši regresionu analizu i kao izlaz daje aproksimacionu funkciju (polinom) i grafikone 3D površine (sl. 4.43).



Sl. 4.43 Funkcija  $C_D=f(Ma, \varphi$  - orijentacija fragmagenta) dobijena u MatLab-u, prikazana na dva načina

Na grafikonu sa sl. 4.43 primjetno je da kako fragment dolazi u orijentaciju u kojoj predstavlja vitičje tijelo, koeficijent otpora se smanjuje. S druge strane, koeficijent otpora u isto vrijeme zavisi i od Mach-ovog broja, i odabirom određene orijentacije fragmenta dobijaju se krive koje predstavljaju presjeke funkcije 3D površi  $C_D=f(Ma, \text{orientacija})$  - to su upravo krive sa sl. 4.40 (na sl. 4.43 3D površ je predstavljena do orijentacije fragmenta  $90^\circ$  radi preglednosti).

Ako se  $Ma$  broj uzme kao konstantan, onda se 3D površ sa sl. 4.43 pretvara u krive predstavljene na sl. 4.42.

Dakle, dijagrami na sl. 4.40 i sl. 4.42 su ustvari specijalni slučajevi generalizovane 3D površi  $C_D(Ma, \varphi)$ , predstavljene na sl. 4.43.

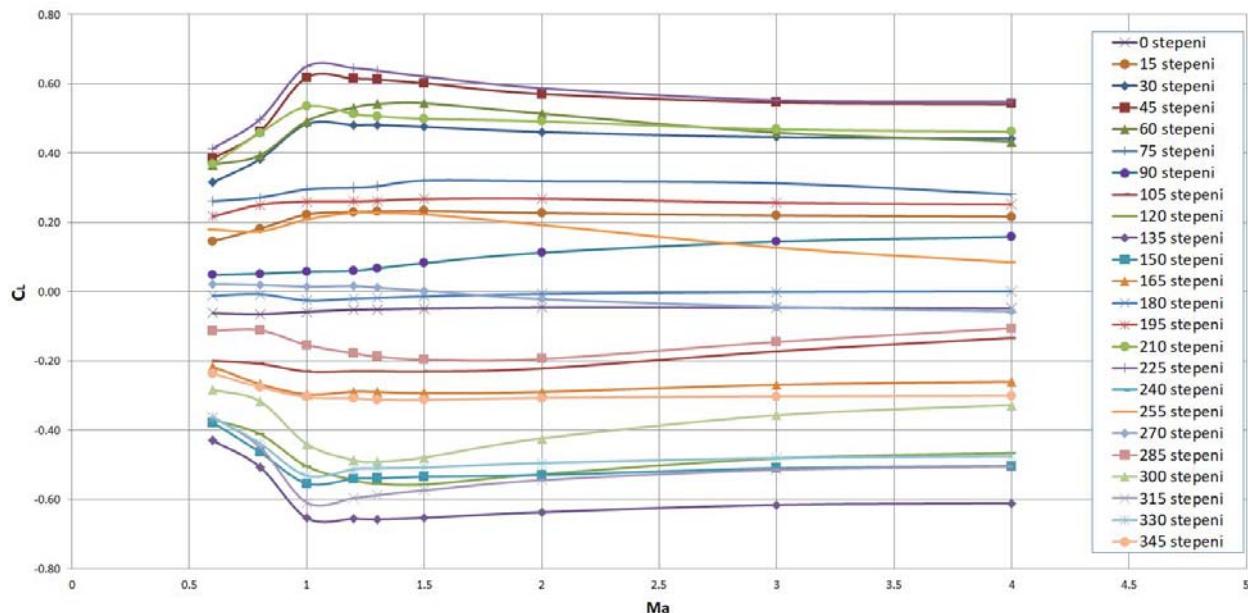
### Koeficijent sile uzgona

Koeficijent uzgona  $C_L$  određen je, takođe, za slučaj stacionarnog nastrujavanja fluida na fragment u različitim orijentacijama (sl. 4.22), zavisno od napadnog ugla ( $0^\circ - 360^\circ$ ). Na osnovu rezultata numeričkih simulacija i izraza (4.29), u tabeli 4.9 su date vrijednosti koeficijenta uzgona  $C_L$  za 3D model fragmenta, za različite orijentacije fragmenta.

Tabela 4.9 Vrijednosti koeficijenta uzgona  $C_L$  za 3D model fragmenta dobijene simulacijama

Ma broj	CL																									
	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300	315	330	345		
0.6	-0.062	0.145	0.315	0.384	0.366	0.260	0.048	-0.200	-0.370	-0.430	-0.378	-0.217	-0.012	0.216	0.367	0.413	0.332	0.179	0.022	-0.113	-0.284	-0.362	-0.362	-0.237		
0.8	-0.065	0.181	0.382	0.462	0.393	0.271	0.052	-0.208	-0.411	-0.506	-0.463	-0.267	-0.008	0.251	0.458	0.497	0.370	0.173	0.019	-0.112	-0.317	-0.449	-0.438	-0.276		
1	-0.058	0.223	0.484	0.618	0.492	0.295	0.057	-0.231	-0.505	-0.654	-0.554	-0.297	-0.026	0.260	0.534	0.650	0.480	0.209	0.014	-0.154	-0.441	-0.609	-0.532	-0.305		
1.2	-0.053	0.230	0.481	0.615	0.531	0.300	0.060	-0.230	-0.544	-0.656	-0.540	-0.289	-0.021	0.260	0.512	0.645	0.520	0.227	0.016	-0.178	-0.487	-0.596	-0.513	-0.308		
1.3	-0.051	0.231	0.481	0.612	0.541	0.304	0.067	-0.230	-0.554	-0.658	-0.539	-0.290	-0.018	0.262	0.506	0.638	0.526	0.227	0.011	-0.187	-0.491	-0.588	-0.510	-0.312		
1.5	-0.049	0.233	0.476	0.601	0.544	0.320	0.082	-0.231	-0.557	-0.653	-0.535	-0.293	-0.014	0.267	0.499	0.621	0.520	0.223	0.002	-0.197	-0.479	-0.574	-0.508	-0.313		
2	-0.046	0.227	0.461	0.570	0.514	0.318	0.112	-0.222	-0.527	-0.637	-0.530	-0.290	-0.007	0.268	0.491	0.587	0.473	0.192	-0.022	-0.195	-0.424	-0.545	-0.495	-0.307		
3	-0.046	0.220	0.445	0.546	0.459	0.312	0.144	-0.173	-0.482	-0.616	-0.510	-0.269	-0.001	0.256	0.468	0.552	0.413	0.127	-0.045	-0.146	-0.357	-0.515	-0.480	-0.302		
4	-0.049	0.216	0.442	0.541	0.433	0.280	0.158	-0.134	-0.466	-0.611	-0.504	-0.260	0.001	0.252	0.462	0.548	0.388	0.084	-0.058	-0.106	-0.328	-0.505	-0.475	-0.301		

Na slici 4.44 prikazane su krive koeficijenata uzgona  $C_L$  u zavisnosti od  $Ma$  broja za različite orijentacije fragmenta ( $0^\circ - 360^\circ$ ), dobijene na osnovu rezultata numeričkih simulacija i izraza 4.29 (rezultati prikazani u tabeli 4.9).



Sl. 4.44 Krive koeficijenta uzgona  $C_L$  u funkciji  $Ma$  broja za različite orijentacije fragmenta  $\varphi$

Krine koeficijenata uzgona  $C_L$  u zavisnosti od  $Ma$  broja za različite orijentacije fragmenta ( $0^\circ - 360^\circ$ ) na sl. 4.44 pokazuju da jedan te isti fragment može, u različitim orijentacijama, imati

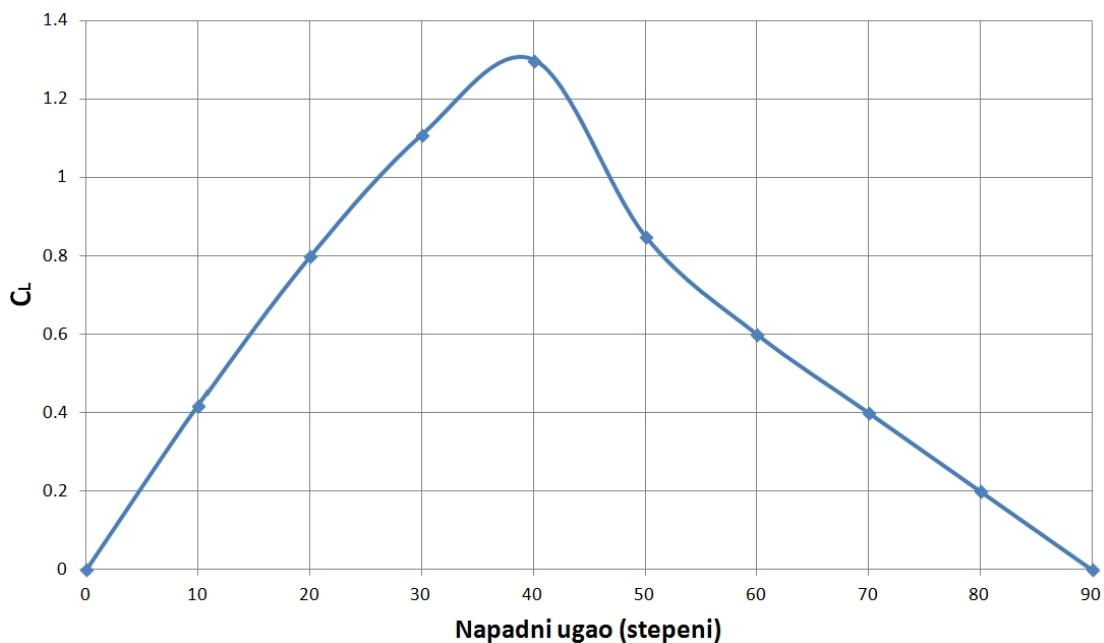
značajno različite vrijednosti koeficijenta uzgona, slično kao i u slučaju koeficijenata aerodinamičkog otpora  $C_D$ .

To praktično znači da će neki fragmenti HE projektila tokom kretanja kroz zrak, zavisno od brzine i orijentacije tokom leta, biti izloženi dejstvu većeg (ili manjeg) aerodinamičkog uzgona, što još više usložnjava procjenu trajektorije fragmenta i može dovesti do dodatnih devijacija u putanji fragmenata (lokalno povećanje ili smanjenje visine putanje fragmenta tokom leta), a time i dometa fragmenta (i njegovog bočnog skretanja).

Kako bi se rezultati sa sl. 4.44 jasnije vizuelizirali, navešće se podaci za koeficijent uzgona  $C_L$  koji se mogu naći u dostupnoj literaturi i komparirati sa rezultatima dobijenim u simulacijama u okviru rada.

W. E. Baker u priručniku *Explosion Hazards and Evaluation*<sup>[241]</sup> navodi podatke za koeficijent uzgona ravne tanke ploče pri različitim napadnim uglovima (orientacijama). Na sl. 4.45 predstavljeni su podaci o koeficijentu uzgona  $C_L$  u zavisnosti od napadnog ugla ravne tanke ploče iz rada Bakera<sup>[241]</sup> (digitalizovani i predstavljeni grafički).

Baker<sup>[241]</sup> ne navodi za koju brzinu opstrujavanja se odnosi ova kriva, ali se prepostavlja da se podaci odnose na supersonične brzine jer autor opisuje tijela nastala eksplozijom.



Sl. 4.45 Kriva koeficijenta uzgona  $C_L$  u funkciji napadnog ugla ravne ploče<sup>[241]</sup>

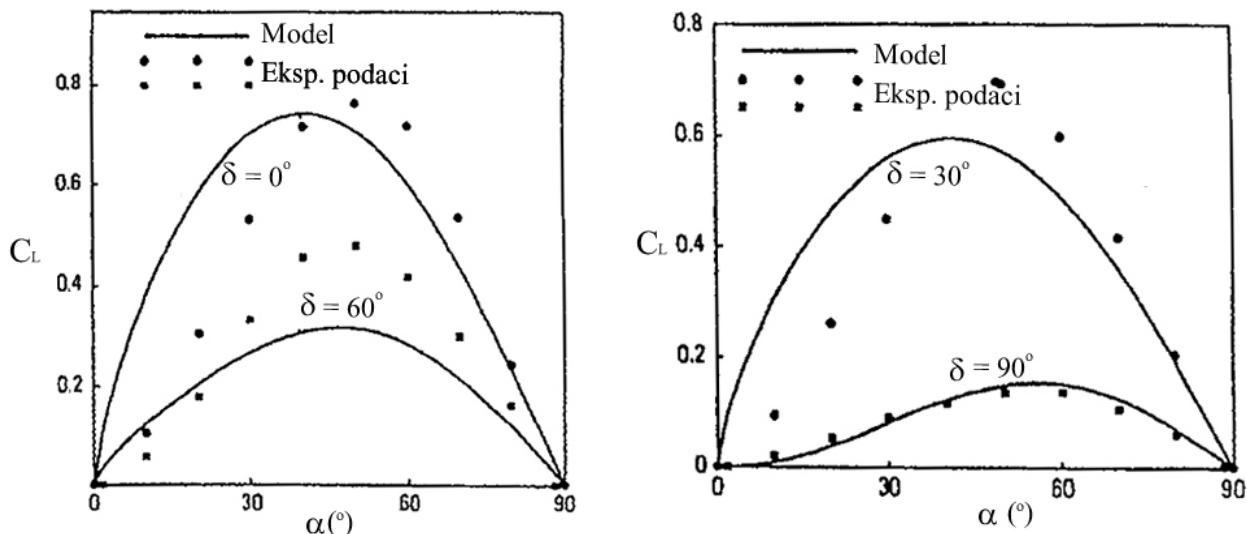
Sl. 4.45 pokazuje da je za nulti napadni ugao, sila uzgona kod simetričnih tijela praktično jednaka nuli. Sila uzgona je približno linearno proporcionalna napadnom uglu, a kod većih napadnih uglova koeficijent uzgona dostiže svoj maksimum pri određenom uglu (tzv. kritični napadni ugao), nakon čega dolazi do značajnijeg odvajanja toka sa gornje površine tijela pa se i sila uzgona smanjuje (a sila otpora povećava). Kod aeroprofila (u avijaciji) se npr. za ovaj slučaj kaže da je došlo do kovita (eng. stall). Kovit je stanje kada je brzina aviona nedovoljna da sila uzgona kompenzira silu težine šta god da uradimo sa napadnim uglom i može se riješiti samo povećanjem brzine aviona.

Nakon kritičnog napadnog ugla, koeficijent uzgona  $C_L$  se smanjuje (sl. 4.45) i prima nultu vrijednost za napadni ugao od  $90^\circ$  (i u tom položaju ovo tijelo je simetrično).

Twisdale i Wickery<sup>[242]</sup> su istraživali modele za predviđanje trajektorije primarnih i sekundarnih fragmenata (ostaci zidova, betona, čelični elementi, komadi tla, kao i fragmenti projektila) tokom

eksplozija. U radu su naveli osnove nekoliko dotad razvijenih modela (2D bez sile otpora, 2D sa silom otpora, 3D sa silom otpora, model sa silom otpora, silom uzgona i bočnom silom), pri čemu su za procjenu koeficijenata sile otpora, uzgona i bočne sile (za tijelo paralelepipednog oblika) koristili analitičke modele (tzv. Cross Flow teorija - pokušaj da se procjene areodinamički koeficijent sile uzgona i bočne sile u funkciji napadnog ugla samo na osnovu poznatih vrijednosti koeficijenata otpora za tijelo u tri različita pravca/ose). U istraživanju su predstavili dijagrame (sl. 4.46) na kojim su uporedili rezultate za koeficijent uzgona za različite brzine nastrujavanja (nisu specificirali koje su brzine u pitanju), dobijenog analitički (Cross Flow teorija), sa eksperimentalnim podacima za paralelepipedno tijelo.

Na slici 4.46 date su spomenute krive koeficijenta uzgona  $C_L$  u funkciji napadnog ugla paralelepipednog tijela (u radu<sup>[242]</sup> predstavljenog kao  $\alpha$ ) za različite uglove valjanja  $\delta$  ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  i  $90^\circ$ ).



Sl. 4.46 Kriva koeficijenta uzgona  $C_L$  u funkciji napadnog ugla paralelepipednog tijela za različite uglove valjanja u bočnoj ravni<sup>[242]</sup>

Dobijeni rezultati numeričkih simulacija o koeficijentu uzgona  $C_L$  sa sl. 4.44 mogu se predstaviti drugačije, kako bi se kvalitativno mogli komparirati sa dijogramima na sl. 4.45 i sl. 4.46.

Na sl. 4.47 date su krive koeficijenta uzgona  $C_L$ , ali sada u funkciji napadnog ugla fragmenta (dva seta podataka,  $0^\circ\text{-}90^\circ$  i  $90^\circ\text{-}180^\circ$ ) za različite  $Ma$  brojeve ( $0,6$  -  $4 Ma$ ).

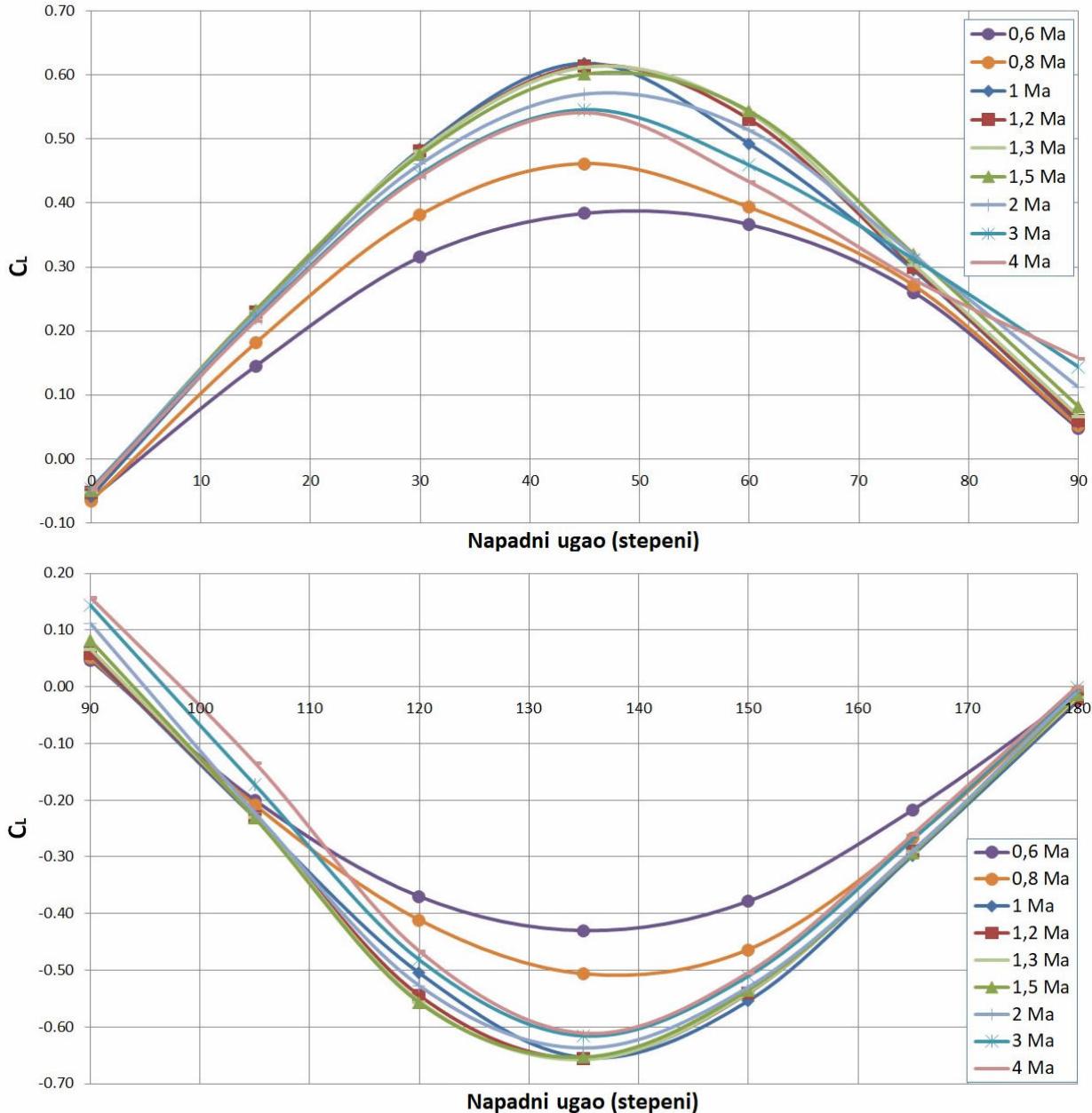
Ono što se može reći komparirajući dijagrame na sl. 4.47 sa dijogramima sa sl. 4.45 i 4.46 je da krive koeficijenta uzgona  $C_L$ , dobijene numeričkim simulacijama u radu, imaju sličan trend kao krive  $C_L$  na slikama 4.45 i 4.46.

Na osnovu rezultata numeričkih simulacija, za napadne uglove  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  i  $180^\circ$ , dobijeni koeficijent uzgona  $C_L$  poprima vrijednost blisku nuli (nije nula jer fragment nije simetrično tijelo), kao u slučaju na sl. 4.45 i 4.46.

Takođe, maksimalna vrijednost koeficijenta uzgona  $C_L$  dosta se dobro slaže jer se u numeričkim simulacijama maksimalna vrijednost  $C_L$  dobija za napadne uglove između  $40^\circ$  i  $55^\circ$ , dok je npr. kod Bakera to slučaj za  $40^\circ$  za tanku ravnu ploču, kod Twisdalea je taj ugao između  $40^\circ$  i  $60^\circ$ , a Anderson<sup>[157]</sup> navodi da ovaj ugao može biti  $55^\circ$  u slučaju hipersoničnog toka.

Ono što je zanimljivo na sl. 4.47 je da dobijeni dijagrami imaju određenu simetriju (naravno, nije potpuna simetrija jer tijelo nije simetrično), tj. krive  $C_L(Ma)$  iz gornjeg seta rezultata (orientacija fragmenta  $0^\circ\text{-}90^\circ$ ) su dosta slične krivim  $C_L(Ma)$  iz donjeg seta rezultata (orientacija fragmenta  $90^\circ\text{-}180^\circ$ ), samo u drugom slučaju imamo negativne vrijednosti  $C_L$ .

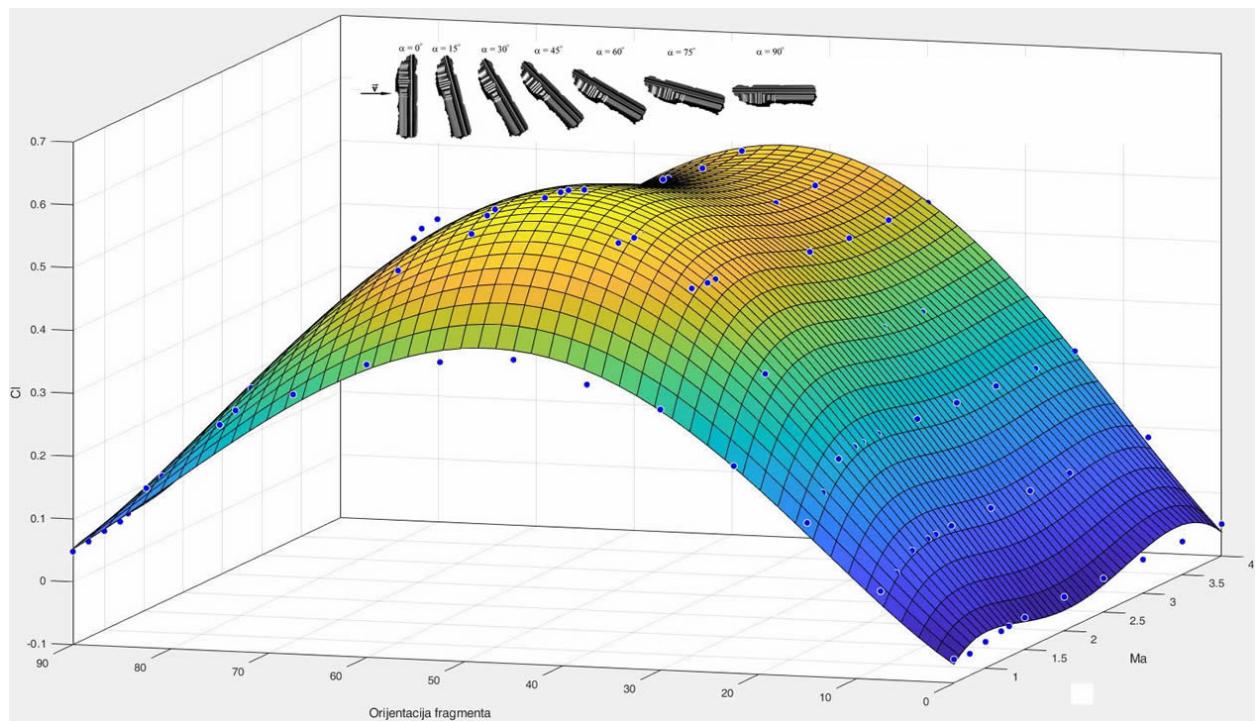
Ako se vratimo na sl. 4.22 vidjećemo razlog ovome. Naime, ako se npr. uporede orijentacije fragmenta od  $60^\circ$  i  $120^\circ$ , vidi se da su ove orijentacije fragmenta simetrične u odnosu na pravac vektora brzine nastrujavanja. To se odnosi i na orijentacije fragmenta od  $15^\circ$  i  $165^\circ$ ,  $30^\circ$  i  $150^\circ$ ,  $45^\circ$  i  $135^\circ$ ,  $75^\circ$  i  $105^\circ$ , itd. Zbog toga su za ove orijentacije fragmenta vrijednosti  $C_L$  slične, ali drugog predznaka, pa i krive  $C_L(Ma)$  predstavljaju neku vrstu simetrije u odnosu na pravac nastrujavanja vazduha (sl. 4.47).



Sl. 4.47 Krive koeficijenta uzgona  $C_L$  u funkciji napadnog ugla fragmenta za različite Ma brojeve

Kriva uzgona  $C_D=f(Ma)$ , prikazane na slici 4.44 i 4.47, moguće je predstaviti funkcijски preko 3D površine, slično kao i kod koeficijenta otpora, aproksimacijom podataka dobijenih numeričkim simulacijama (vrijednosti  $C_L$  za različite Ma brojeve i različite položaje (orientacije) fragmenta).

Na slici 4.48 prikazana je 3D površ (polinomska funkcija)  $C_L=f(Ma,\varphi)$ , dobijena u MatLabu postupkom regresione analize (CF Tool). Kao i u slučaju koeficijenta otpora, dijagrami na sl. 4.44 i slići 4.47 su specijalni slučajevi generalizirane 3D površi  $C_L(Ma,\varphi)$ , predstavljene na slici 4.48.



Sl. 4.48 Funkcija  $C_L=f(Ma, \varphi - orijentacija fragmenta)$  dobijena u MatLab-u

---

## POGLAVLJE

# 5

## PROCJENA MASENE DISTRIBUCIJE I POČETNE BRZINE FRAGMENATA HE PROJEKtilA

### 5.1 Uvod

Kao što je rečeno u uvodnom dijelu, glavni cilj disertacije je da se na osnovu eksperimentalnih istraživanja, primjenom analitičkih modela, CAD modeliranja i numeričkih simulacija, definiše model za procjenu terminalno-balističkih parametara visoko-eksplozivnih bojevih glava. Dobijeni model treba povezivati karakteristike masene distribucije HE projektila sa parametrima mehanike leta fragmenata i prostorne distribucije i efikasnosti fragmenata.

S tim u vezi, prvi zadatak je izvršiti procjenu masene distribucije fragmenata, koristeći rezultate testiranja datih HE projektila u fragmentacijskoj jami (poglavlje 4.2.1). Tokom prirodne fragmentacije HE proizvodi se veliki broj fragmenata različite mase, oblika i početne brzine. Masena distribucija fragmenata podrazumijeva funkcionalnu zavisnost između broja i mase fragmenata, nastalih detonacijom HE projektila.

Na masenu distribuciju fragmenata utiču dizajn projektila (maseni odnos C/M i geometrijski odnos t/d), karakteristike eksplozivnog punjenja, te karakteristike i način termičke obrade materijala tijela projektila. Broj, masa i oblik fragmenata određuju se testom fragmentacije HE projektila u jami.

### 5.2 Procjena masene distribucije fragmenata

U doktorskoj disertaciji je za testirane HE projektile izvršena optimizacija Mott-ove konstante  $B_M$ , na osnovu eksperimentalnih podataka fragmentacije u jami, predstavljenih u tabelama 5.1-5.7.

Optimizacijom Mott-ove konstante  $B_M$  postižu se dobra slaganja eksperimentalnih podataka o broju nastalih fragmenata sa modelom koji je predložio N. Mott.

Mott-ov izraz kojim se opisuje zavisnost kumulativnog broja fragmenata  $N(m)$  od mase fragmenta  $m$  može se, kao što je rečeno u poglavlju 2, predstaviti u obliku<sup>[1]</sup>:

$$N(m) = \left[ \frac{M}{(2\mu)} \right] e^{-\left(\frac{m}{\mu}\right)^2} \quad (5.1)$$

pri čemu je podatak o masi tijela projektila  $M$  dostupan u protokolu ispitivanja za svaki HE projektil. Formula za ukupni broj fragmenata (izraz 5.1, kada  $m \rightarrow 0$ ) može se napisati u obliku:

$$N_0 = \frac{M}{2\mu} \quad (5.2)$$

Karakteristični parametar  $\mu$  iz izraza (5.2) ima dimenziju mase i predstavlja polovinu vrijednosti srednje mase fragmenata  $m_{sr}$  za dati projektil, a određuje se izrazom [1]:

$$\mu = B_M^2 t^{\frac{5}{3}} d^{\frac{2}{3}} \left(1 + \frac{t}{d}\right)^2 , \quad (5.3)$$

gdje su:  $B_M$  – Mott-ova konstanta,  $t$  - ekvivalentna debljina tijela projektila i  $d$  - ekvivalentni prečnik eksploziva.

Kako bi se odredili parametri  $t$  i  $d$ , korištene su analitičke i CAD metode.

Kao što je rečeno u poglavlju 3.1.1, ekvivalentni prečnik eksploziva  $d$  određen je pomoću formule:

$$d = \sqrt{\frac{4V_{exp}}{\pi L_{exp}}} ,$$

gdje su:  $L_{exp}$  - dužina eksplozivnog punjenja i  $V_{exp}$  - zapremina eksplozivnog punjenja

Zapremina eksplozivnog punjenja, generalno govoreći, određuje se na osnovu podataka o masi i gustini eksploziva (tabela 3.3), ukoliko su poznati podaci o gustini eksploziva ili (ako je dostupan crtež/dimenzije projektila) CAD metodom - određivanjem zapremine 3D modela eksplozivnog punjenja.

U okviru istraživanja bili su dostupni crteži ispitivanih projektila, pa je zapremina eksplozivnog punjenja u disertaciji određena CAD metodom.

Ekvivalentna debljina tijela projektila  $t$  iz (5.4) dobija se, kako je rečeno u poglavlju 3.1.1, korištenjem izraza:

$$t = \frac{1}{2}(D - d) ,$$

gdje je  $D$  - ekvivalentni prečnik projektila.

Ekvivalentni prečnik projektila je računska veličina i potrebno ga je proračunati analitički.

Ekvivalentni prečnik projektila  $D$  određen je formulom:

$$D = \sqrt{\frac{4V_t}{\pi L_{exp}}} + d^2 ,$$

gdje je  $V_t$  - zapremina dijela tijela projektila na kojem se nalazi eksploziv, a koja se određuje CAD metodom.

Konačno, formula koja je korištena za određivanje vrijednosti optimizovane konstante Mott-a  $B_M$  može se napisati u obliku:

$$B_{M\_opt} = \sqrt{\frac{M}{2N_0 t^{5/3} d^{2/3} \left(1 + \frac{t}{d}\right)^2}} , \quad (5.4)$$

gdje je  $M$  - poznata masa tijela projektila,  $N_0$  – ukupni broj dobijenih fragmenata (test fragmentacije u jami), a  $t/d$  geometrijski odnos određen za svaki HE projektil posebno.

Mott navodi sličnu proceduru [113] za procjenu optimalne vrijednosti  $B_M$  za određene tipove projektila (kalibra od 40mm do 140mm, i različitih eksplozivnih punjenja).

Koristeći vrijednost dobijene (optimizovane) konstante  $B_M$ , moguće je precizno odrediti parametar  $\mu$ , a na osnovu njega i ukupan broj fragmenata  $N_{Mott}$  (tabela 5.1) koji se poklapa sa

rezultatima o ukupnom broju fragmenata dobijenim eksperimentalnim istraživanjima fragmentacije HE projektila u fragmentacijskoj jami.

U tabeli 5.1 prikazane su srednje mase fragmenata  $m_{sr}$  i Mott konstante  $B_M$  za sve testove pojedinačno, kao i statistička obrada dobijenih podataka.

U tabeli 5.1 figuriraju slijedeći parametri:

- $m_{sr\_exp}$  - srednja masa fragmenata za svaki test,
- $m_{sr\_Mott}$  - srednja masa fragmenata određena metodom Mott,
- $B_M$  - Mott-ova konstanta za svaki test,
- $B_{M\_sr}$  - srednja vrijednost Mott konstante za sve testove zajedno,
- $B_{M\_min}$  - minimalna vrijednost Mott konstante za sve testove zajedno,
- $B_{M\_max}$  - maksimalna vrijednost Mott konstante za sve testove zajedno,
- Širina opsega  $B_M$  - razlika između maks. i min. vrijednosti Mott-ove konstante za sve testove zajedno, i
- Std. dev.  $B_M$  - standardna devijacija vrijednost Mott-ove konstante za sve testove zajedno.

Analizom odnosa  $C/M$  za date projektile (tabela 3.2) vidi se da se smanjenjem odnosa  $C/M$  povećava ukupna srednja masa fragmenata za date projektile. Ovaj zaključak je u skladu sa navodima u literaturi gdje se navodi da pojedinačna masa fragmenata HE projektila zavisi u prvom redu od vrijednosti masenog odnosa  $C/M$ . Ukoliko je odnos  $C/M$  veći za projektil datog kalibra, treba očekivati sitnije fragmente, male pojedinačne mase<sup>[6]</sup>.

Budući da se optimizovana konstanta  $B_M$  određuje na osnovu izraza (5.4), generalno govoreći, povećanjem srednje mase fragmenata (određene kao količnik ukupne mase i broja sakupljenih fragmenata za svaki test) povećava se i vrijednost konstante  $B_M$  za navedene tipove projektila jer se odnosi  $C/M$  i  $t/d$  iz izraza 5.4 ne mijenjaju za isti projektil.

Srednje vrijednosti Mott-ove konstante  $B_M$  (tabela 5.1) se za razmatrane projektile kreću od 83,1  $\text{g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$  za projektil 122mm HE OF-462 (TNT) do 117,9  $\text{g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$  za projektil 105mm HE M1.

Iz analize statističke obrade vrijednosti konstante  $B_M$  iz tabele 5.1 može se vidjeti da kod projektila 105mm HE M1 opseg vrijednosti konstante  $B_M$  za četiri testa iznosi  $9,6 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$  (relativna razlika oko 8,4%), a standardna devijacija  $4,03 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ .

Kod artiljerijskog projektila 122mm HE OF-462 (tabela 5.1) relativna razlika između maksimalne i minimalne vrijednosti konstante  $B_M$  za tri testa je veća nego kod projektila 105mm HE M1 i iznosi 12,3%, dok ova relativna razlika kod projektila 122mm HE M76 iznosi 7,1%, a kod projektila 130mm HE M79 ona iznosi oko 0,94%. Porast standardnih devijacija konstanti  $B_M$  za ove projektile prati porast navedenih relativnih razlika u konstanti  $B_M$ .

Relativna razlika između ukupnog broja fragmenata  $N_{eksp}$  određenih eksperimentom i procjenjenog ukupnog broja fragmenata  $N_{Mott}$  koristeći Mott metodu je nula za razmatrane HE projektile jer je konstanta Mott-a optimizirana tako da se rezultati u modelu potpuno poklapaju sa vrijednostima rezultata iz eksperimentalnih testova.

Budući da su razmatrani projektili (tabela 5.1) različitog dizajna (različiti odnosi  $t/d$  i  $C/M$ , tabela 3.2), sa različitim materijalima tijela projektila (tabela 3.4) i u nekim slučajevima i različitog eksplozivnog punjenja (tabela 3.3), oni se ne mogu međusobno direktno komparirati kako bi se jednoznačno odredio uticaj karakteristika eksplozivnog punjenja i materijala tijela na Mott konstantu  $B_M$ .

Tabela 5.1 Procjena masenih parametara (srednja masa fragmenata i Mott-ova konstanta) ispitivanih HE projektila

Projektil	Test	$m_{sr\_eksp}$ (g)	$m_{sr\_Mot}$ (g)	Konstanta $B_M$ ( $g^{1/2}/m^{7/6}$ )	$B_{M\_sr}$ ( $g^{1/2}/m^{7/6}$ )	$B_{M\_min}$ ( $g^{1/2}/m^{7/6}$ )	$B_{M\_max}$ ( $g^{1/2}/m^{7/6}$ )	Širina opsega $B_M$ ( $g^{1/2}/m^{7/6}$ )	Std. devijacija $B_M$ ( $g^{1/2}/m^{7/6}$ )
105mm HE M1 (TNT)	1	5,29	5,43	118,2	117,9	113,7	123,3	9,6	4,03
	2	4,96	5,03	113,7					
	3	5,20	5,27	116,4					
	4	5,82	5,91	123,2					
122mm HE OF-462 (TNT)	1	2,97	2,99	77,57	83,10	77,57	87,15	9,58	4,96
	2	3,74	3,78	87,15					
	3	3,60	3,56	84,57					
122mm HE M76 (Komp. B)	1	2,96	3,18	93,1	87,43	83,83	89,75	5,92	3,16
	2	2,58	2,78	87,1					
	3	2,89	3,09	91,8					
130mm HE M79 (TNT)	1	7,30	6,98	92,09	91,66	91,23	92,09	0,86	0,61
	2	7,17	6,88	91,23					

U nekim referencama<sup>[1,116]</sup> se navodi da Mott-ova konstanta  $B_M$  zavisi samo od eksplozivnog punjenja, dok Johnson i Moseley<sup>[115]</sup>, Grady<sup>[113]</sup> i Victor<sup>[4]</sup> navode da ova konstanta zavisi i od materijala tijela projektila.

Kako bi se analizirao uticaj tipa eksploziva i materijala tijela na vrijednost konstante  $B_M$  izvršena je analiza eksperimentalnih podataka iz istraživanja efikasnosti bojevih glava AR mina 120mm<sup>[217]</sup>, urađenog 1975. godine u Vojnotehničkom institutu u Beogradu.

U sklopu ovog istraživanja<sup>[217]</sup> vršeni su testovi fragmentacije u jami za dva tipa minobacačkih bojevih glava, kalibra 120mm (model W1 sa C/M=0,565 i t/d=0,071 i model W2 sa odnosima C/M=0,653 i t/d=0,063), sa tri vrste čelika (Č.9180VP, Č.4135VP i Č.1737VP) kao materijala za tijelo bojevih glava i dvije vrste eksplozivnih punjenja (TNT i Kompozicija B).

U tabeli 5.2 predstavljeni su podaci o mehaničkim karakteristikama materijala tijela navedenih bojevih glava 120mm W1 i W2 (granica razvlačenja  $\sigma_v$ , zatezna čvrstoća  $\sigma_m$ , relativno izduženje  $\epsilon$  i relativno suženje  $\psi$ ), ukupnom broju fragmenata dobijenom fragmentacijom u jami  $N_{eksp}$  za svaki test, srednjoj masi fragmenata  $m_{sr}$  (količnik ukupne mase svih sakupljenih fragmenata i  $N_{eksp}$ ) i optimizovanoj konstanti  $B_M$  za date bojeve glave, dobijenoj koristeći izraz 5.4.

Što se tiče uticaja materijala eksplozivnog punjenja na vrijednost Mott konstante  $B_M$ , za isti dizajn i isti materijal tijela (tabela 5.2), upotrebo eksploziva sa boljim detonacionim karakteristikama (veća gustina, brzina detonacije i pritisak detonacije) smanjuje se vrijednost Mott-ove konstante  $B_M$ .

Kod bojevih glava, istog dizajna i materijala tijela, kod kojih je primjenjen eksploziv sa boljim detonacionim karakteristikama (kompozicija B) primjetan je, takođe, veći broj nastalih fragmenata, sa ukupnom srednjom masom fragmenata manjom nego u slučaju korištenja eksploziva slabijih detonacionih karakteristika (TNT).

*Tabela 5.2 Istraživanje uticaja materijala tijela i tipa eksploziva na vrijednost konstante  $B_M$*

Model BG	Materijal tijela	$\sigma_v$ (MPa)	$\sigma_m$ (MPa)	Rel. izduž. $\epsilon$ (%)	Rel. suženje $\psi$ (%)	$N_{eksp}$	$m_{sr}$ (g)	$B_M$ ( $\text{g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ )
120mm W1 (TNT)	Č.9180	523-627	760-861	19-22	42,9-50,3	1961	1,73	115,3
	Č.4135	874-966	973-1031	20-21	56,2-56,6	885	2,96	150,8
	Č.1737	441-549	731-837	20-22,5	35-42,3	1801	1,91	120,9
120mm W2 (TNT)	Č.9180	523-627	760-861	19-22	42,9-50,3	1738	1,74	119,1
	Č.4135	874-966	973-1031	20-21	56,2-56,6	1353	2,18	133,5
	Č.1737	441-549	731-837	20-22,5	35-42,3	2144	1,56	112,7
120mm W1 (Komp. B)	Č.9180	523-627	760-861	19-22	42,9-50,3	2233	1,44	105,1
	Č.4135	874-966	973-1031	20-21	56,2-56,6	1933	1,73	115,1
	Č.1737	441-549	731-837	20-22,5	35-42,3	3076	1,14	93,82
120mm W2 (Komp. B)	Č.9180	523-627	760-861	19-22	42,9-50,3	2515	1,31	103,4
	Č.4135	874-966	973-1031	20-21	56,2-56,6	2000	1,55	112,4
	Č.1737	441-549	731-837	20-22,5	35-42,3	2402	1,41	107,4

Što se tiče uticaja materijala tijela na vrijednost Mott konstante  $B_M$ , za oba modela bojevih glava 120mm (tabela 5.2), pri istom eksplozivnom punjenju, utvrđeno je se da se u slučaju primjene čelika sa većom zateznom čvrstoćom  $\sigma_m$  i granicom razvlačenja  $\sigma_v$ , te većim relativnim suženjem  $\psi$ , dobijaju veće vrijednosti konstante  $B_M$ .

Tako je kod modela bojeve glave 120mm W1, za slučaj različitih materijala tijela, i sa eksplozivom TNT kao glavnim punjenjem, zabilježen opseg Mott konstante  $B_M$  od  $115,3 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$  do  $150,8 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ , dok je kod modela 120mm W2 (isto sa TNT punjenjem) opseg konstante  $B_M$  bio od  $112,8 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$  do  $133,5 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ .

U slučaju modela 120mm W1, za slučaj različitih materijala tijela projektila, sa punjenjem komp, B, zabilježen je opseg Mott konstante  $B_M$  od  $93,82 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$  do  $115,1 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ , dok je kod modela

120mm W2 (za isto eksplozivno punjenje) opseg konstante  $B_M$  bio od  $103,4 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$  do  $112,4 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ .

Tijelo bojevih glava sa materijalom Č.4135 koje ima najveće vrijednosti  $\sigma_m$ ,  $\sigma_v$  i  $\psi$ , a time i najveće vrijednosti konstante  $B_M$ , daje najmanji broj fragmenata od svih razmatranih materijala tijela, sa najvećom ukupnom srednjom masom fragmenata (tabela 5.2). Dakle, pri istim uslovima (isti dizajn i eksplozivno punjenje), u slučaju primjene čelika sa boljim mehaničkim karakteristikama (veće vrijednosti  $\sigma_m$ ,  $\sigma_v$  i  $\psi$ ), dobija se manji broj fragmenata, veće srednje mase. U isto vrijeme povećava se i vrijednost Mott konstante  $B_M$ .

### 5.3 Predviđanje početnih brzina fragmenata

Početna brzina fragmenata je važan parametar jer direktno utiče na karakter putanja, kinetičku energiju i domet fragmenata. Početna brzina fragmenata može se odrediti eksperimentalnim putem, numeričkim simulacijama i analitičkim metodama. Eksperimentalno određivanje početne brzine fragmenata predstavlja veoma skupa istraživanja, dok numeričke metode prepostavljaju simulaciju širenja tijela i fragmentaciju modela HE projektila pri čemu je moguće odrediti početne brzine fragmenata za različite segmente tijela projektila.

U okviru metode za procjenu početnih brzina fragmenata u radu, korištena je interakcija CAD tehnika modeliranja i analitičkog modela Gurney-a koji početnu brzinu fragmenata definiše kao funkciju odnosa mase eksplozivnog punjenja i mase metala košuljice  $C/M$ , te Gurney konstante.

Za procjenu početne brzine fragmenata kod HE projektila (cilindrična konfiguracija eksploziva i tijela projektila) koristiti se izraz izведен u poglavlju 2<sup>[17, 18]</sup>:

$$v_M = \frac{\sqrt{2E}}{\sqrt{\left(\frac{M}{C} + \frac{1}{2}\right)}}$$

Vrijednost Gurney konstante  $\sqrt{2E}$  iz gornjeg izraza određuje se eksperimentalnim putem (određivanjem brzine stjenke bakrenog cilindra napunjeno eksplozivom<sup>[147]</sup>) i najčešće se daje tabelarno za određenu gustinu eksploziva. Gurney-eva konstanta može se približno analitički procjeniti na osnovu detonacione brzine eksploziva D, korištenjem izraza<sup>[4, 120]</sup>:

$$\sqrt{2E} = 0,338D \quad (5.5)$$

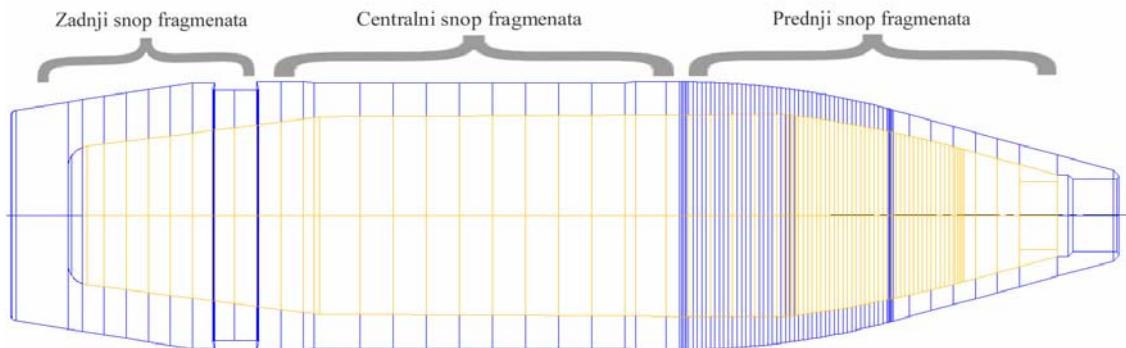
Detonacione brzine za TNT i Kompoziciju B za date projektile, u zavisnosti od gustine i sastava eksploziva, određene su u programskom paketu EXPO5<sup>© [190]</sup>, a potom je vrijednost Gurney-eve konstante (tabela 5.3) određena izrazom (5.5).

Gustine eksplozivnih punjenja u razmatranim HE projektilima određene su, kao što je ranije rečeno, na osnovu tabličnih podataka o masi eksplozivnog punjenja za dati projektil i zapremine eksploziva (određene CAD metodom) u tom projektilu.

*Tabela 5.3 Vrijednosti gustina, detonacionih brzina i Gurney-eve konstanti za date eksplozive*

Projektil	Detonaciona brzina (m/s)	Gurney konstanta (m/s)
105mm HE M1 (TNT)	6700	2264,6
122mm HE OF-462 (TNT)	6550	2213,9
122mm HE M76 (Komp. B)	7326	2476,2
130mm HE M79 (TNT)	6741	2278,5

Na sl. 5.1 dat je prikaz metode za procjenu početne brzine fragmenata, pri čemu je prikazan shematski 3D model projektila 122mm HE OF-462, podijeljen na segmente. Naznačeni su karakteristični snopovi fragmenata u prostoru.



Sl. 5.1 Shematski prikaz modela za procjenu početne brzine fragmenata

U okviru istraživanja, kao što je prikazano na slici 5.1, 3D modeli HE projektila dijele se na kvazi-cilindrične segmente, pri čemu su karakteristični prednji, centralni i zadnji dio projektila. Za svaki segment tijela projektila određuje se početna brzina fragmenata posebno, koristeći Gurney model, te se tako dobije profil početnih brzina fragmenata duž tijela projektila.

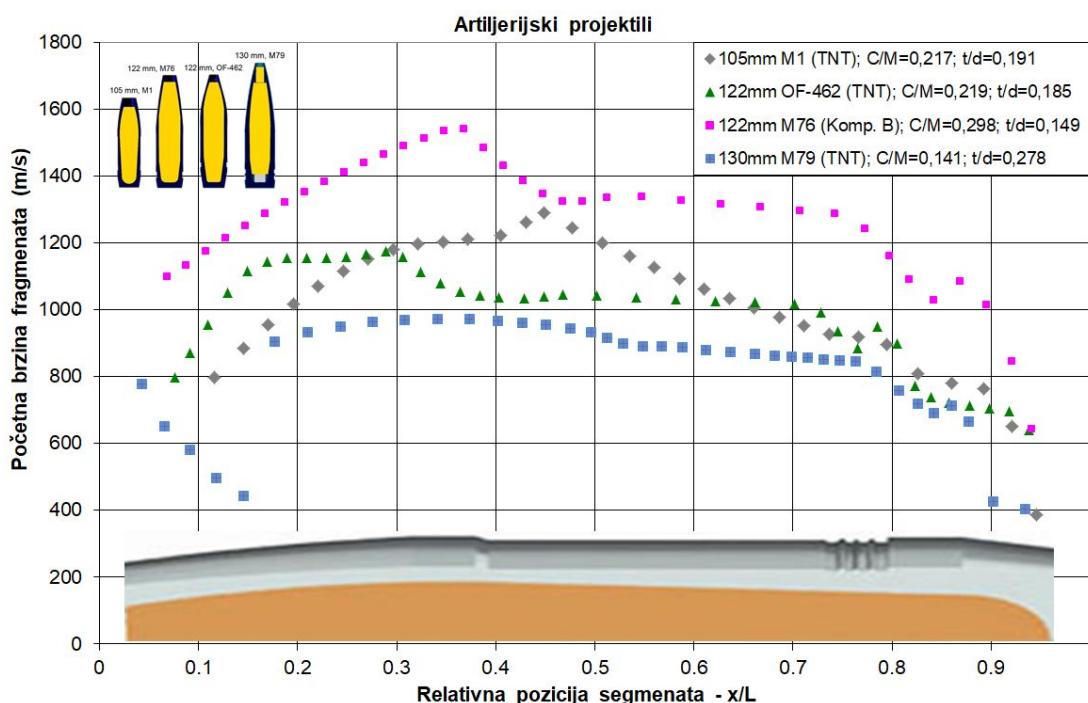
Prepostavlja se da nema širenja tijela projektila prije fragmentacije.

Za procjenu gustine fragmenata u prostoru i smrtonosne zone HE projektila najvažniji je svakako centralni snop fragmenata, na kojem fragmenti imaju najveću početnu brzinu (radi najpovoljnijeg masenog odnosa  $C/M$ ).

Koristeći navedenu metodu, izvršena je analiza početnih brzina fragmenata za projektile:

- 105mm HE M1 (TNT),
- 122mm HE OF-462 (TNT),
- 122mm HE M76 (Komp. B), i
- 130mm HE M79 (TNT),

Na sl. 5.2 dat je prikaz početnih brzina fragmenata kod artiljerijskih projektila koji su razmatrani. Na dijagramu je dat i 2D presjek modela projektila. Ljeva strana dijagrama predstavlja prednji snop fragmenata, a desna strana zadnji snop fragmenata za date HE projektile.



Sl. 5.2 Početne brzine fragmenata kod artiljerijskih projektila 105mm HE M1, 122mm HE OF-462, 122mm HE M76 i 130mm HE M79

Sa dijagrama na sl. 5.2 mogu se izvući slijedeći zaključci:

- Početna brzina je različita za različite segmente na tijelu projektila.
- Početna brzina zavisi od odnosa mase eksploziva prema masi tijela projektila  $C/M$ . Što je odnos  $C/M$  veći, veća je i početna brzina fragmenata.
- Zadnji dio projektila (zadnji snop fragmenata) ima najmanju početnu brzinu.
- Centralni dio projektila ima najveće početne brzine fragmenata za većinu projektila (izuzetak je 122mm OF-462).
- Početne brzine fragmenata za artiljerijske projektile se kreću u intervalu od 1,8 do 4,5 Ma, tj. opseg početnih brzina iznosi od oko 405m/s (za zadnji dio projektila 130mm HE M79) do 1540 m/s (centralni dio projektila 122mm HE M76). To znači da se fragmenti u početnom dijelu svoje putanje kreću supersoničnim brzinama.

---

## POGLAVLJE

# 6

## MEHANIKA LETA FRAGMENATA

### 6.1 Uvod

Kako bi se mogli procjeniti parametri zone efikasnog dejstva HE projektila (jedan od glavnih ciljeva disertacije), uz poznavanje masene distribucije i početne brzine fragmenata (opisanih u poglavlju 5), neophodno je postaviti fizikalni model kretanja fragmenta (tijela stohastičnog oblika) kroz vazduh kako bi se mogli procjeniti elementi putanje fragmenta (trajektorija, promjena brzine i kinetičke energije tokom leta i sl.).

Generalno, kretanje fragmenta, nastalog detonacijom HE projektila, je složeno i nedovoljno istraženo. Nakon detonacije HE projektila, fragmenti neregularnih oblika počinju da se kreću kroz atmosferu velikim početnim brzinama (reda 2-5 Ma). Fragmenti su, uz to, nestabilni od samog početka kretanja uslijed inicijalnih poremećaja (detonacioni produkti pritiska reda 20-40 GPa uzrokuju početnu ugaonu i translatornu brzinu).

Procjena trajektorije, brzine i kinetičke energije fragmenata HE projektila značajna je sa stajališta procjene radijusa zone efikasnosti HE projektila, ali i radi procjene efektivnog dometa ovih fragmenata što može biti od praktičnog interesa npr. u slučaju eksplozije vojnih skladišta.

U okviru rada korišten je parametarski 6DOF model za procjenu elemenata putanje fragmenata koji je razvio mentor disertacije. Pomoću ovog modela mogu se modelirati parametri koji igraju bitnu ulogu pri kretanju fragmenata kroz atmosferu. To znači da se osnovni parametri (u ovom slučaju dimenzije fragmenta) mogu proizvoljno mijenjati u početnom dijelu analize i na osnovu njihovih vrijednosti i vrijednosti početnih kinematskih parametara (početne brzine, položaja, orijentacije), može se odrediti putanja (i ostali parametri: brzine, orijentacija) fragmenata za relativno kratko vrijeme.

Model ne zahtjeva podatke o aerodinamičkim koeficijentima (preko kojih se u aerodinamici obično određuje sila potrebna za proračun trajektorije) jer se aerodinamička sila i moment koji djeluju na fragment u toku leta određuju zasebnim fizikalnim modelom. Upotreba koeficijenata otpora je u ovom slučaju svakako suvišna jer je fragment stohastičnog oblika i prevrće se tokom svog leta, pa je nemoguće poznavati vrijednost ovih koeficijenata u svakom trenutku kretanja i za sve moguće orijentacije fragmenta tokom leta kroz vazduh. Osim toga, svaki fragment je drugačijeg oblika i egzaktno poznavanje aerodinamičkih koeficijenata je nemoguće.

Generalizovani model za procjenu dinamike leta fragmenta sastoji se od slijedećih zasebnih modela:

- *Model za procjenu projekcije izložene površine fragmenta.*
- *Model za procjenu aerodinamičke sile i momenta.*
- *Model za proračun elemenata putanje fragmenta.*

## 6.2 Model za procjenu projekcije izložene površine fragmenta u proizvoljnom pravcu

Kod proračuna trajektorije tijela potrebno je, generalno govoreći, poznavati vrijednost referentne površine, potrebne za proračun sile. To može biti neka arbitrarna vrijednost, a kod fragmenata je to u literaturi najčešće vrijednost projekcije izložene površine tijela (okomite na vektor brzine). Kod osnosimetričnih tijela kao što su npr. HE projektili, ta površina se uzima kao površina poprečnog presjeka projektila (krug), pa je proračun olakšan. Međutim, kod tijela nepravilnog oblika ta površina je nepravilna i stohastična (nije kontinualna), te je praktično nemoguće odrediti je analitički.

U našem slučaju usvaja se da je referentna površina fragmenta - projekcija izložene (kvašene) površine fragmenta na ravan okomitu na vektor brzine. Jedna od metoda za procjenu projekcije izloženih površina tijela nepravilnog oblika je kreiranje 3D modela ovakvih tijela skeniranjem (3D skeneri) i zatim u CAD softverima određivanje njihove površine u traženim pravcima. Ova metoda je nepraktična jer se njihov položaj u prostoru konstantno mijenja, a za proračun trajektorije potrebno je poznavati vrijednost projekcije izložene površine za bilo koju orientaciju fragmenta.

U dostupnoj literaturi se najčešće spominje aproksimativni način procjene ref. površine fragmenta koji podrazumijeva da se prepostavi oblik fragmenta (npr. ploča, kocka, sfera, paralelepiped, cilindar) i na osnovu toga odrede osnovni geometrijski parametri (zapremina i površina) tijela koje aproksimira fragment, a na osnovu njih i podataka o masi fragmenta da se odredi odnos površine tog tijela prema masi i ekvivalentna dimenzija tijela. Kod ove metode mogu se koristiti i podaci o dimenzijama fragmenata iz eksperimentalnih testova, na osnovu čega se, uz upotrebu regresione analize, dolazi do rezultata koji bolje odgovaraju oblicima realnih fragmenata. Tako se, prema američkom standardu za statičko ispitivanje prostorne distribucije fragmenata HE projektila<sup>[12]</sup>, određuje odnos tražene površine fragmenta i njegove mase, pri čemu figurira faktor korelacijski koji se kod kontrolisane fragmentacije daje tabelarno za različite pretpostavljene oblike fragmenta (kocka, paralelepiped), a kod prirodne fragmentacije vrijednost faktora korelacijskog mora se aproksimirati za svaki fragment. Ova metoda ne uzima u obzir generalizovani slučaj kada se vektor nastrujavanja nalazi proizvoljno u prostoru, te se ne određuje stvarna projekcija izložene površine u toku kretanja, što znači da metoda nije adekvatna za precizniji proračun trajektorije realnog fragmenata koji vrši opšte kretanje tokom leta.

U literaturi se pojavljuje i statistički način procjene projekcije izložene površine. Twisdale<sup>[242]</sup> navodi da su kod proračuna trajektorije fragmenata koristili teoriju vjerovatnoće (uniformna slučajna prostorna orijentacija) kako bi aproksimirali položaj fragmenata koji se prevrće. Moxnes et al.<sup>[249]</sup> su procjenjivali očekivanu izloženu površinu fragmenta, razmatrajući poznata geometrijska tijela (ploča, paralelepiped, kocka). Smatrali su da je vjerovatnoća da se pojavi neka projekcija izložene površine fragmenta u određenom trenutku leta jednaka za sve projekcije izložene površine fragmenta. Holandski istraživači (TNO), u sklopu programa MISDAC<sup>[19]</sup> spominju bezdimenzionalni faktor oblika fragmenta koji se određuje kao odnos srednje ref. površine fragmenta (po Košijevu formuli jednaka  $\frac{1}{4}$  vrijednosti ukupne vanjske površine) i zapremine fragmenta koju su predstavili u obliku  $V^{2/3}$  (ovaj parametar je prvi uveo McCleskey 1988). Pokušali su procjeniti i uticaj prevrtanja fragmenata koristeći pretpostavku da projekcija izložene površine fragmenata varira od neke minimalne do maksimalne vrijednosti. Ni ovdje se ne uzima u obzir realna projekcija izložene površine fragmenta u toku kretanja nego njene očekivane vrijednosti, uz pretpostavku da se fragmenti i ovdje, takođe, aproksimiraju poznatim geometrijskim oblicima.

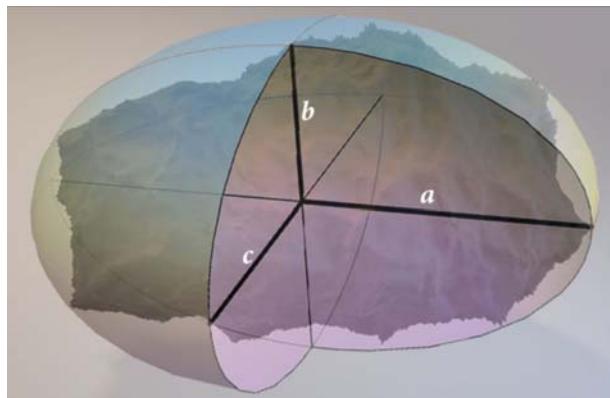
Tokom leta, fragment rotira i može zauzeti bilo koju orijentaciju u odnosu na vektor relativne brzine fluida (zraka). Budući da je aerodinamička sila proporcionalna projekciji izložene površine u pravcu vektora relativne brzine zraka, neophodno je razviti metod za procjenu projektovane površine u proizvoljnem pravcu.

### 6.2.1 Fizikalni model<sup>[252]</sup>

Fragmenti HE projektila su nepravilnog (i stohastičnog) oblika, i da bi se analitički procjenila projekcija njihove izložene površine na ravan okomitu na vektor brzine (misli se na relativnu brzinu vazduha), potrebno ih je aproksimirati nekom kontinualnom površi.

U radu je usvojena pretpostavka da se fragmenti aproksimiraju troosnim elipsoidom (Schwartzschild i Sachs su takođe koristili elipsoid<sup>[34]</sup>), čije su poluose  $a$ ,  $b$  i  $c$  (sl. 6.1) jednake polovini dimenzija fragmenta u tri pravca. Ovdje polovina maksimalne dimenzije fragmenta predstavlja poluos elipsoida  $a$ , a dvije dimenzije u okomitoj ravni na poluosu  $a$  su dimenzije  $b$  i  $c$ , pri čemu  $c$  predstavlja polovinu minimalne dimenzije fragmenta (vrijedi da je  $c < b < a$ ).

Ideja fizikalnog modela<sup>[252]</sup> je korištenje kontinuirane površi (u ovom slučaju troosni elipsoid) koja se daje kao matematička funkcija, a koja je podijeljena na infinitezimalne elemente. Projicirano područje, tj. projekcija izložene površine tijela, dobija se kao integral projiciranih površinskih elemenata. Generalno, osim elipsoida može se koristiti i paralelepiped za aproksimaciju fragmenta, pri čemu se tada koriste projekcije tri izložene strane paralelepippeda umjesto jedne kontinualne koja se koristi kod elipsoida. To znači da su granice integracije kod paralelepippeda različite za svaku njegovu izloženu površinu.



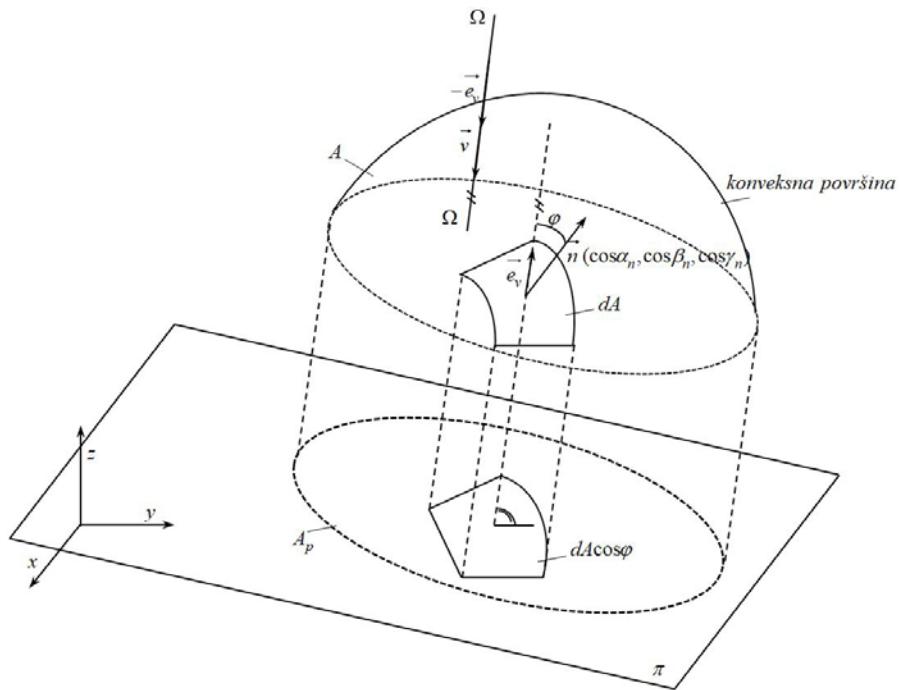
Sl. 6.1 Shematski prikaz aproksimacije fragmenta troosnim elipsoidom

U tabeli 6.1 dati su podaci o odnosu dimenzija (dostupnih) realnih fragmenata nastalih detonacijom projektila 130mm HE M79 (fragmenti dostupni u sklopu forenzičkih studija Katedre za odbrambene tehnologije). Podaci su dobijeni mjeranjem maksimalnih dimenzija realnih fragmenata u tri okomita pravca. Iz tabele 6.1 se vidi da se fragmenti mogu aproksimirati troosnim elipsoidom jer postoji značajne razlike u dimenzijama poluosa elipsoida  $a$ ,  $b$  i  $c$ .

Tabela 6.1 Podaci o odnosu dimenzija realnih fragmenata nastalih detonacijom 130mm M79

Masena grupa	broj fragmenata	$(a/b)_{sr}$	$(a/c)_{sr}$
0,5 - 1	1	1,13	2,57
1 - 2	4	1,49	2,30
2 - 3	4	1,76	3,47
3 - 5	5	2,14	3,49
5 - 10	23	1,84	3,01
10 - 20	41	1,79	2,89
20 - 30	27	1,83	2,96
30 - 50	40	2,23	3,28
50 - 100	22	2,10	3,55
Iznad 100	2	1,78	2,02

Na sl. 6.2 dat je shematski prikaz konveksne površi i ravni (okomita na vektor brzine  $\vec{v}$ ) na koju je projektovana elementarna površina  $dA$ .



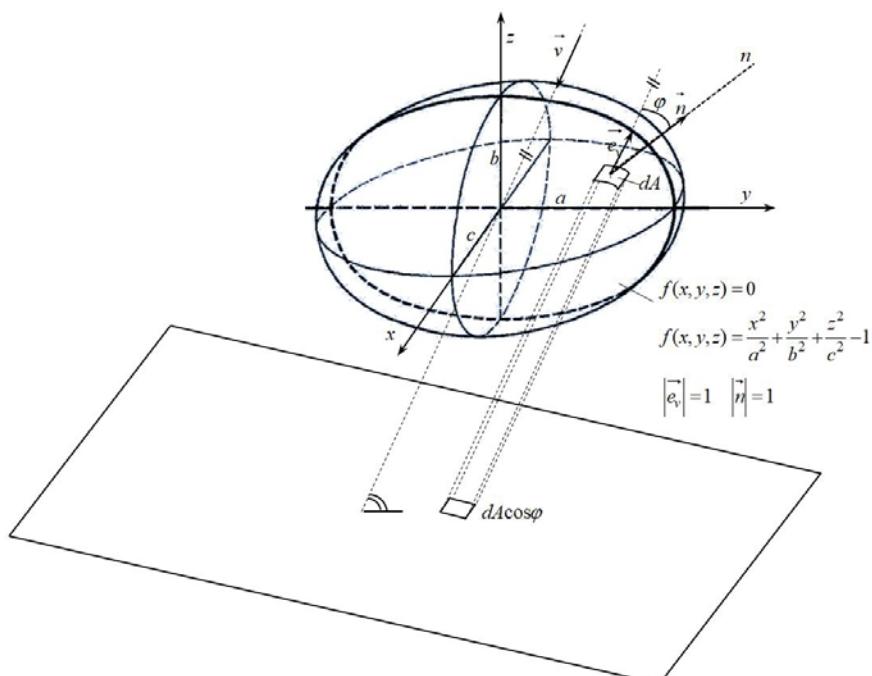
Sl. 6.2 Izložena površina (shematski prikaz)

Projekcija izložene površine  $A_p$  (sl. 6.2) može se predstaviti kao:

$$A_p = \int_A dA \cos \varphi \quad \text{za } \cos \varphi > 0 \quad (\text{ne uzima se u obzir pozadina tijela})$$

$$2A_p = \oint_A dA \cos \varphi$$

Na sl. 6.3 prikazana je elipsoidalna površ i projekcija njenog elementa  $dA$  na ravan okomitu na vektor brzine  $\vec{v}$ . Vektor  $\vec{e}_v$  je jedinični vektor u pravcu vektora brzine (suprotnog smjera), a vektor  $\vec{n}$  je jedinični vektor normale na površ  $dA$ .



Sl. 6.3 Shematski prikaz određivanja projekcije izložene površine troosnog elipsoida

Za troosni elipsoid na sl. 6.3 važe izrazi:

$$\vec{n} = \frac{\overrightarrow{\text{grad}} f}{\|\overrightarrow{\text{grad}} f\|} \quad (6.1)$$

$$f = f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 \quad (6.2)$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} f = \vec{\nabla} f = \left( \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right) \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 \right) = \left( \frac{2x}{a^2} \vec{i} + \frac{2y}{b^2} \vec{j} + \frac{2z}{c^2} \vec{k} \right) \quad (6.3)$$

$$\|\overrightarrow{\text{grad}} f\| = 2 \left( \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} \right)^{1/2} \quad (6.4)$$

$$\vec{e}_v = -\frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} = -\frac{(v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k})}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \quad (6.5)$$

$$\vec{e}_v = (\cos \alpha_v, \cos \beta_v \cos \gamma_v) \quad (6.6)$$

Ovdje je  $\vec{e}_v$  jedinični vektor po pravcu vektora brzine, a suprotnog smjera, dok su  $\alpha_v, \beta_v$  i  $\gamma_v$  uglovi između vektora brzine i koordinatnih osa.

Na osnovu izraza (6.5) i (6.6) vrijedi:

$$\cos \alpha_v = -\frac{v_x}{v}, \quad \cos \beta_v = -\frac{v_y}{v}, \quad \cos \gamma_v = -\frac{v_z}{v} \quad (6.7)$$

Ugao  $\varphi$  (sl. 6.3) je uzet kao ugao između jediničnog vektora  $\vec{n}$  i pravca brzine, pa je projekcija elementa površi na ravan koja je okomita na pravac brzine definisana pomoću kosinusa ugla:

$$\cos \varphi = \vec{n} \cdot \vec{e}_v \quad (6.8)$$

Na osnovu izraza (6.1) može se pisati:

$$\vec{n} = (\cos \alpha_n, \cos \beta_n \cos \gamma_n) = \frac{\overrightarrow{\text{grad}} f}{\|\overrightarrow{\text{grad}} f\|} = \frac{\left( \frac{x}{a^2}, \frac{y}{b^2}, \frac{z}{c^2} \right)}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \quad (6.9)$$

Ovdje su  $\alpha_n, \beta_n$  i  $\gamma_n$  uglovi između jediničnog vektora normale i koordinatnih osa. Na osnovu izraza (6.9) važi:

$$\cos \alpha_n = \frac{\frac{x}{a^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}}, \quad \cos \beta_n = \frac{\frac{y}{b^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}}, \quad \cos \gamma_n = \frac{\frac{z}{c^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \quad (6.10)$$

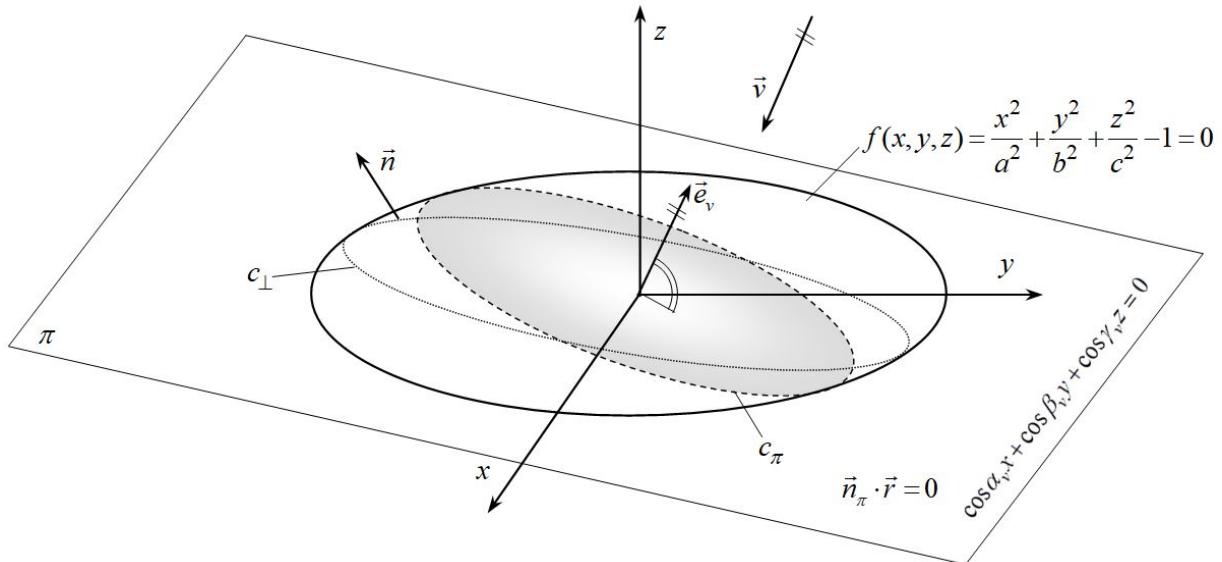
Na osnovu izraza (6.5), (6.6), (6.8), (6.9), (6.10) slijedi:

$$A_p = \frac{1}{2} \oint_A |\cos \varphi| dA = \frac{1}{2} \oint_A \left| \frac{v_x}{v} \frac{x}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}} + \frac{v_y}{v} \frac{y}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}} + \frac{v_z}{v} \frac{z}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \right| dA$$

Iako na prvi pogled izgleda da se ovaj problem može riješiti pretvaranjem površinskog integrala (po zatvorenoj površi) u zapreminske, ipak nije moguće iskoristiti Gauss/Ostrogradsky formulu zato što je  $\operatorname{div}(\vec{e}_v) = 0$  jer  $\vec{e}_v \neq f(x, y, z)$ . Divergencija je jednaka nuli jer ovaj vektor ne zavisi od koordinata tačaka na izloženoj površi, odnosno, ne predstavlja funkciju polja. Obzirom na činjenicu da je divergencija jednaka nuli, navedeni integral se mora rješavati na drugi način.

Na sl. 6.4 dat je shematski prikaz određivanja krive ( $c_{\perp}$ ) koja odvaja izloženu površ (gornji dio elipsoida ili prvi nailazni dio površi u pravcu i smjeru vektora brzine) od ostatka elipsoida. Kriva  $c_{\perp}$  se određuje tako da je vektor brzine okomit na nju u svakoj njenoj tački, odnosno vektor  $\vec{n}$  (sl. 6.4) je u svakoj tački krive okomit na vektor brzine  $\vec{v}$ .

Ideja je da se nađe površ (izloženi dio elipsoida) ograničena krivom  $c_{\perp}$  (koja leži u ravni koja u opštem slučaju nije okomita na vektor brzine), a onda da se ista projicira na ravan okomitu na vektor brzine  $\vec{v}$  (shematski prikazana kao zatamnjena površina na sl. 6.4), odnosno na ravan  $\pi$ . Na ovaj način se dobija tražena projekcija kompletног elipsoida koju bi "posmatrač" video iz pravca vektora brzine u smjeru brzine.



Sl. 6.4 Shematski prikaz određivanja krive  $c_{\perp}$  koja odvaja izloženu površ elipsoida od ostatka elipsoida

Kriva  $c_{\pi}$  (sl. 6.4) predstavlja presjek ravnini  $\pi$  i elipsoida. Vrijedi (jer su vektori  $\vec{n}_{\pi}$  i  $\vec{r}$  međusobno okomiti):

$$\vec{n}_{\pi} \cdot \vec{r} = 0 \quad \text{gdje je } \vec{n}_{\pi} \equiv \vec{e}_v \quad (6.11)$$

Ovdje je  $\vec{n}_{\pi}$  jedinični vektor normali na ravan  $c_{\pi}$ , a  $\vec{r}$  je radijus vektor u ravnini  $\pi$ . Iz (6.11) slijedi:

$$\cos \alpha_v x + \cos \beta_v y + \cos \gamma_v z = 0 \quad (6.12)$$

Uz (6.12) vrijedi, takođe, da kriva  $c_{\pi}$  zadovoljava i jednačinu elipsoida:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (6.13)$$

Pošto je normala na površ koju ograničava kriva  $c_{\perp}$  u proizvoljnoj tački elipsoida okomita na pravac brzine (tako smo postavili uslov - na taj način se traži kriva  $c_{\perp}$ , tj. koje su tačke na površi

elipsoida koje zadovoljavaju taj uslov) onda je skalarni proizvod između gradijenta funkcije  $f$  i vektora brzine nula. Gradijent generalno definiše normalu i možemo ga dobiti preko funkcije površi. Općenito govoreći, gradijent skalarnog polja je vektorsko polje koje pokazuje pravac najvećeg porasta skalarnog polja, te čiji je intenzitet najveća promjena u polju.

Za krivu  $c_{\perp}$ , dakle, važi:

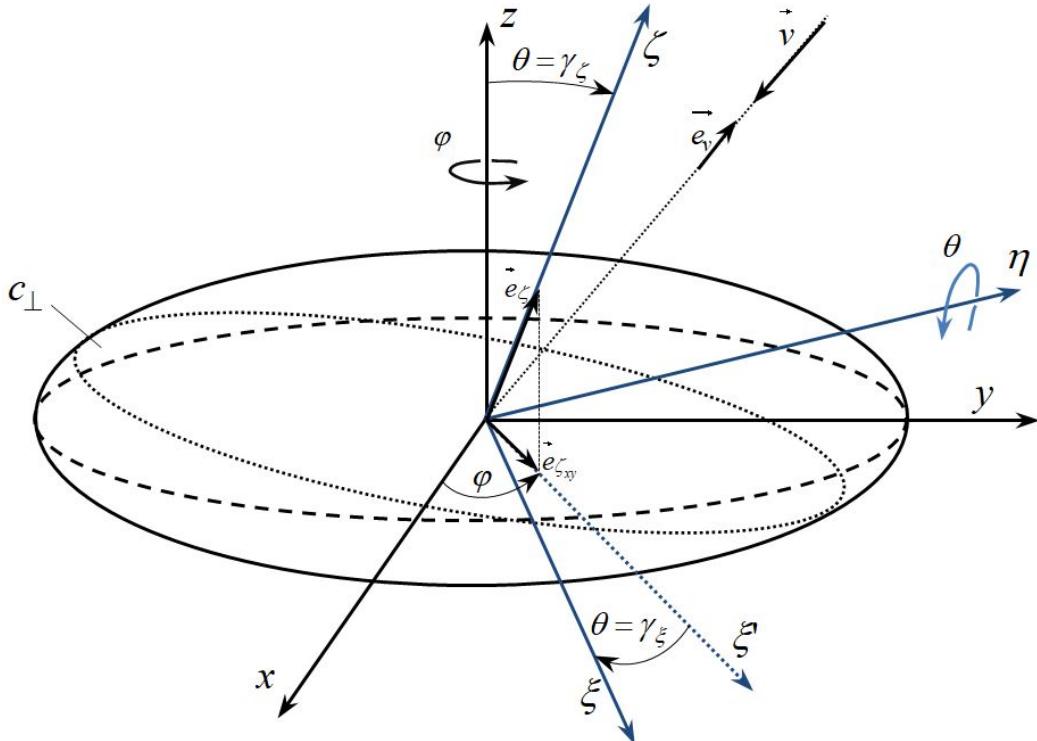
$$\overrightarrow{\text{grad}}f \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{ili} \quad \overrightarrow{\text{grad}}f \cdot \vec{e}_v = 0 \quad \wedge \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (6.14)$$

Na osnovu (6.14) je:

$$\frac{x}{a^2} v_x + \frac{y}{b^2} v_y + \frac{z}{c^2} v_z = 0 \quad (6.15)$$

$$\frac{x}{a^2} \cos \alpha_v + \frac{y}{b^2} \cos \beta_v + \frac{z}{c^2} \cos \gamma_v = 0 \quad (6.16)$$

Na sl. 6.5 prikazana je rotacija koordinatnog sistema  $xyz$  kako bi se dobio koordinatni sistem  $\xi\eta\zeta$  u kojem je jedna osa ( $\zeta$ ) okomita na ravan u kojoj se nalazi kriva  $c_{\perp}$ , a druge dvije ose ( $\xi$  i  $\eta$ ) pripadaju toj ravni.



Sl. 6.5 Rotacija koodinatnog sistema  $xyz$  u koordinatni sistem  $\xi\eta\zeta$

Za krivu  $c_{\perp}$  (sl. 6.5), slično kao i na sl. 6.4, važi:

$$\left. \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \right\} \quad (6.17)$$

$$\left. \overrightarrow{\text{grad}}f \cdot \vec{e}_v = 0 \quad \text{ili} \quad \frac{x}{a^2} \cos \alpha_v + \frac{y}{b^2} \cos \beta_v + \frac{z}{c^2} \cos \gamma_v = 0 \right\} \quad (6.18)$$

Na osnovu (6.18) se vidi da je vektor normale na ravan krive  $c_{\perp}$  definisan slijedećim:

$$\left( \frac{\cos \alpha_v}{a^2}, \frac{\cos \beta_v}{b^2}, \frac{\cos \gamma_v}{c^2} \right) \quad (6.19)$$

Na osnovu (6.19) dobija se jedinični vektor normale  $\vec{e}_\zeta$  koji u ovom slučaju predstavlja jedinični vektor ose  $\zeta$  i dobija se dijeljenjem (6.19) sa intenzitetom tog vektora:

$$\vec{e}_\zeta = \frac{1}{K_\zeta} \left( \frac{\cos \alpha_v}{a^2}, \frac{\cos \beta_v}{b^2}, \frac{\cos \gamma_v}{c^2} \right), \quad \text{pri čemu je} \quad (6.20)$$

$$K_\zeta^2 = \frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4} + \frac{\cos^2 \gamma_v}{c^4}$$

Za jedinični vektor  $\vec{e}_\zeta$  koordinatne ose  $\zeta$  općenito važi:

$$\vec{e}_\zeta = (\cos \alpha_\zeta, \cos \beta_\zeta, \cos \gamma_\zeta), \quad |\vec{e}_\zeta| = 1 \quad (6.21)$$

Ovdje je:  $\cos \alpha_\zeta = \frac{\cos \alpha_v}{K_\zeta a^2}$ ,  $\cos \beta_\zeta = \frac{\cos \beta_v}{K_\zeta b^2}$  i  $\cos \gamma_\zeta = \frac{\cos \gamma_v}{K_\zeta c^2}$ .

Da bi našli ugao rotacije  $\varphi$ , razdijelićemo jedinični vektor  $\vec{e}_\zeta$  na dva vektora  $\vec{e}_{\zeta_{xy}}$  i  $\vec{e}_{\zeta_z}$  kao:

$$\vec{e}_\zeta = \vec{e}_{\zeta_{xy}} + \vec{e}_{\zeta_z} \Rightarrow \vec{e}_{\zeta_{xy}} = \frac{1}{K_\zeta} \left( \frac{\cos \alpha_v}{a^2}, \frac{\cos \beta_v}{b^2}, 0 \right) \quad (6.22)$$

Ovdje je  $\vec{e}_{\zeta_{xy}}$  projekcija vektora  $\vec{e}_\zeta$  na ravan  $xy$ , pri čemu je zadržana informacija o pravcu projekcije na koordinatnu ravan na način da je uklonjena  $z$  komponenta iz vektora  $\vec{e}_\zeta$ , a vektor  $\vec{e}_{\zeta_z}$  predstavlja komponentu jediničnog vektora  $\vec{e}_\zeta$  u pravcu  $z$  ose.

Komponente vektora  $\vec{e}_\zeta$  po  $x$  i  $y$  pravcima se mogu dobiti preko projekcija vektora  $\vec{e}_{\zeta_{xy}}$  na iste koordinatne ose  $x$  i  $y$ . Na ovaj način se mogu postaviti relacije iz kojih se može odrediti ugao  $\varphi$ :

$$e_{\zeta_{xy}} \cos \varphi = e_\zeta \cos \alpha_\zeta \quad \cos \alpha_\zeta = \frac{\cos \alpha_v}{K_\zeta a^2} \quad (6.23)$$

Ovdje je  $e_\zeta = |\vec{e}_\zeta| = 1$ ,  $K_\zeta$  se računa prema (6.20), a intenzitet vektora  $e_{\zeta_{xy}}$  se može dobiti iz (6.22):

$$e_{\zeta_{xy}}^2 = \frac{\cos^2 \alpha_v}{K_\zeta^2 a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{K_\zeta^2 b^4} \quad (6.24)$$

Na osnovu (6.23) i (6.24) dobija se izraz:

$$\cos \varphi = \frac{\frac{1}{K_\zeta} \frac{\cos \alpha_v}{a^2}}{\frac{1}{K_\zeta} \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4}}} = \frac{\cos \alpha_v}{\sqrt{\cos^2 \alpha_v + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cos^2 \beta_v}} \quad (6.25)$$

Ugao  $\gamma_\zeta$  između ose  $\zeta$  i  $z$  ose, može se odrediti na osnovu komponente jediničnog vektora  $\vec{e}_\zeta$  po pravcu ose  $z$ . S jedne strane, kosinus ovog ugla predstavlja komponentu jediničnog vektora  $\vec{e}_\zeta$ , a s druge strane, ova komponenta je data sa (6.20), pa je

$$\theta = \gamma_\zeta, \quad \cos \gamma_\zeta = \frac{\cos \gamma_v}{K_\zeta c^2} = \cos \theta \quad (6.26)$$

Nakon određivanja uglova rotacije koordinatnog sistema  $\xi\eta\zeta$  u odnosu na "stari" koordinatni sistem  $xyz$ , moguće je uspostaviti transformaciju koordinata, odnosno izraziti stare koordinate preko novih koordinata:

$$x = x(\xi, \eta, \zeta, \varphi, \theta), \quad y = y(\xi, \eta, \zeta, \varphi, \theta), \quad z = z(\xi, \eta, \zeta, \varphi, \theta) \quad (6.27)$$

Cilj je da u izrazima figurišu nove koordinate zarotiranog koordinatnog sistema. Nakon rotacije oko  $z$  ose za ugao  $\varphi$  dobija se privremenih koordinatnih sistema  $\xi'\eta'\zeta'$ , pri čemu je  $\zeta' \equiv z$ , jer je rotacija vršena oko  $z$  ose.

Veza koordinata se, generalno, može izraziti u matričnoj formi:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{R_z} \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}, \quad (6.28)$$

gdje data matrica predstavlja rotacionu matricu za slučaj rotacije oko  $z$  ose.

Slijedeća rotacija je rotacija privremenog koordinatnog sistema  $\xi'\eta'\zeta'$  oko ose  $\eta'$  za ugao  $\theta = \gamma_\zeta$ , a odgovarajuća veza koordinata je:

$$\begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}}_{R_\eta} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}, \quad (6.29)$$

tako da je ukupna transformacija koordinata data slijedećim matričnim izrazom:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{R_z} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}}_{R_\eta} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = R_z R_\eta \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}, \quad (6.30)$$

gdje je matrica ukupne transformacije koordinata iz  $\xi\eta\zeta$  u  $xyz$ :

$${}^{x,y,z} R_{\xi\eta\zeta} = R_z R_\eta = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\theta & -\sin\varphi & \cos\varphi\sin\theta \\ \sin\varphi\cos\theta & \cos\varphi & \sin\varphi\sin\theta \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}, \quad (6.31)$$

a na osnovu čega se dobije:

$$\begin{aligned} x &= \xi \cos\varphi \cos\theta - \eta \sin\varphi + \zeta \cos\varphi \sin\theta \\ y &= \xi \sin\varphi \cos\theta + \eta \cos\varphi + \zeta \sin\varphi \sin\theta \\ z &= -\xi \sin\theta + \zeta \cos\theta \end{aligned} \quad (6.32)$$

Za ravan  $c_\perp$  izraženu unutar koordinatnog sistema  $\xi\eta\zeta$  važi, koristeći izraze (6.32), (6.1) i (6.17):

$$\zeta = 0 \quad (\text{zatvorena kriva } c_\perp \text{ leži u ravni } \xi\eta), \quad (6.33)$$

pa se izraz (6.32) može pojednostaviti:

$$\begin{aligned} x &= \xi \cos\varphi \cos\theta - \eta \sin\varphi \\ y &= \xi \sin\varphi \cos\theta + \eta \cos\varphi \\ z &= -\xi \sin\theta \end{aligned} \quad (6.34)$$

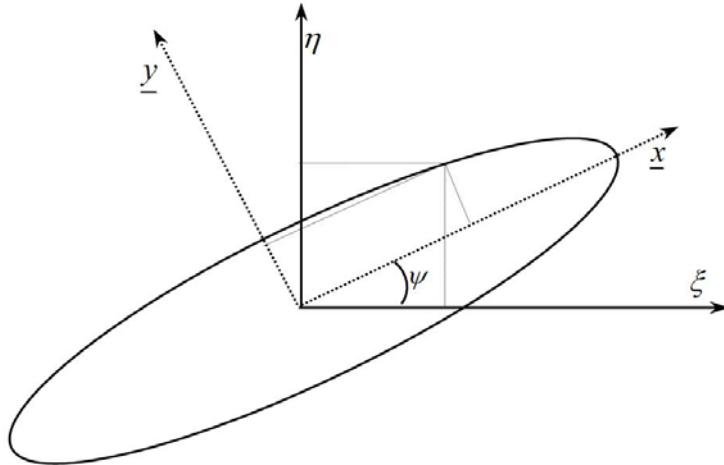
Kada se izraz (6.34) ubaci u izraz (6.17) važi:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a^2}(\xi \cos\varphi \cos\theta - \eta \sin\varphi)^2 + \frac{1}{b^2}(\xi \sin\varphi \cos\theta + \eta \cos\varphi)^2 + \frac{1}{c^2} \xi^2 \sin^2 \theta = 1 \quad (6.35)$$

Prethodni izraz se može napisati na slijedeći način:

$$\xi^2 \left( \frac{1}{a^2} \cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{b^2} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{c^2} \sin^2 \theta \right) + \eta^2 \left( \frac{1}{a^2} \sin^2 \varphi + \frac{1}{b^2} \cos^2 \varphi \right) + 2\xi\eta \left( -\frac{\cos\varphi \cos\theta \sin\varphi}{a^2} + \frac{\sin\varphi \cos\theta \cos\varphi}{b^2} \right) = 1 \quad (6.36)$$

Kako bi se eliminisao član uz  $2\xi\eta$  u izrazu (6.36) potrebno je zavirati koordinatni sistem (kao što je prikazano na sl. 6.6).



Sl. 6.6 Rotacija koordinatnog sistema radi eliminacije člana  $2\xi\eta$  iz izraza (6.36)

Za koordinatni sistem sa sl. 6.6 važi (na osnovu izraza 6.36):

$$\begin{aligned}\xi &= \underline{x} \cos \psi - \underline{y} \sin \psi \\ \eta &= \underline{x} \sin \psi + \underline{y} \cos \psi\end{aligned}\quad (6.37)$$

$$\xi^2 d + \eta^2 e + 2\xi\eta g = 1, \quad (6.38)$$

gdje je:

$$d = \left( \frac{1}{a^2} \cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{b^2} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{c^2} \sin^2 \theta \right) \quad (6.39)$$

$$e = \left( \frac{1}{a^2} \sin^2 \varphi + \frac{1}{b^2} \cos^2 \varphi \right) \quad (6.40)$$

$$g = \left( -\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \frac{1}{2} \sin 2\varphi \cos \theta \quad (6.41)$$

Zamjenom parametara iz (6.37) u (6.38) dobija se:

$$\begin{aligned}(\underline{x} \cos \psi - \underline{y} \sin \psi)^2 d + (\underline{x} \sin \psi + \underline{y} \cos \psi)^2 e + 2g(\underline{x} \cos \psi - \underline{y} \sin \psi)(\underline{x} \sin \psi + \underline{y} \cos \psi) &= 1 \\ \underline{x}^2 (\cos^2 \psi d + \sin^2 \psi e + g \sin 2\psi) + \underline{y}^2 (\sin^2 \psi d + \cos^2 \psi e - g \sin 2\psi) + \underline{x}\underline{y} (-\sin 2\psi d + \sin 2\psi e + g(2 \cos^2 \psi - 2 \sin^2 \psi)) &= 1\end{aligned}\quad (6.42)$$

U (6.42) se mogu uvesti slijedeće smjene:

$$\frac{1}{a_1^2} = \cos^2 \psi d + \sin^2 \psi e + g \sin 2\psi \quad (6.43)$$

$$\frac{1}{b_1^2} = \sin^2 \psi d + \cos^2 \psi e - g \sin 2\psi \quad (6.44)$$

$$2 \cos^2 \psi - 2 \sin^2 \psi = 2 \cos 2\psi \quad (6.45)$$

Kako bi se eliminisao član uz  $\underline{x}\underline{y}$  u izrazu (6.42) može se pisati:

$$\begin{aligned}\sin 2\psi(e - d) + 2g \cos 2\psi &= 0 \\ \operatorname{tg} 2\psi &= \frac{-2g}{e - d}\end{aligned}\quad (6.46)$$

$$\frac{\underline{x}^2}{a_1^2} + \frac{\underline{y}^2}{b_1^2} = 1 \quad (6.47)$$

Površina zatvorena krivom  $c_{\perp}$  može se izraziti kao:

$$A_{pc_{\perp}} = a_1 b_1 \pi \quad (6.48)$$

Konačna formula projekcije izložene površine na ravan okomitu na pravac vektora brzine je:

$$A_p = A_{pc_{\perp}} \cos \varphi_{v\zeta} = a_1 b_1 \pi \cos \varphi_{v\zeta} = a_1 b_1 \pi \vec{e}_v \cdot \vec{e}_{\zeta}, \quad (6.49)$$

gdje je  $\varphi_{v\zeta}$  - ugao između pravca vektora brzine i pravca okomitog na ravan krive  $c_{\perp}$ .

U izrazu (6.49) su, prema prethodno dobijenom formulama:

$$a_1 = (\cos^2 \psi d + \sin^2 \psi e + g \sin 2\psi)^{-1/2} \quad (6.50)$$

$$b_1 = (\sin^2 \psi d + \cos^2 \psi e - g \sin 2\psi)^{-1/2}, \quad (6.51)$$

gdje je od ranije:

$$\tan 2\psi = \frac{-2g}{e-d} \quad (6.52)$$

$$\sin 2\psi = \frac{\tan 2\psi}{\pm \sqrt{1 + \tan^2 2\psi}} = \frac{2g}{\pm \sqrt{(d-e)^2 + 4g^2}} \quad (6.53)$$

$$\cos 2\psi = \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \tan^2 2\psi}} = \frac{d-e}{\pm \sqrt{(d-e)^2 + 4g^2}} \quad (6.54)$$

$$\cos \varphi = \frac{\frac{\cos \alpha_v}{a^2}}{\sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4}}} \quad (6.55)$$

$$\cos \theta = \frac{\cos \gamma_v}{K_{\zeta} c^2} \quad (6.56)$$

$$K_{\zeta} = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4} + \frac{\cos^2 \gamma_v}{c^4}} \quad (6.57)$$

Vektori  $\vec{e}_v$  i  $\vec{e}_{\zeta}$  u (6.49) se računaju preko izraza (6.5) i (6.20), respektivno.

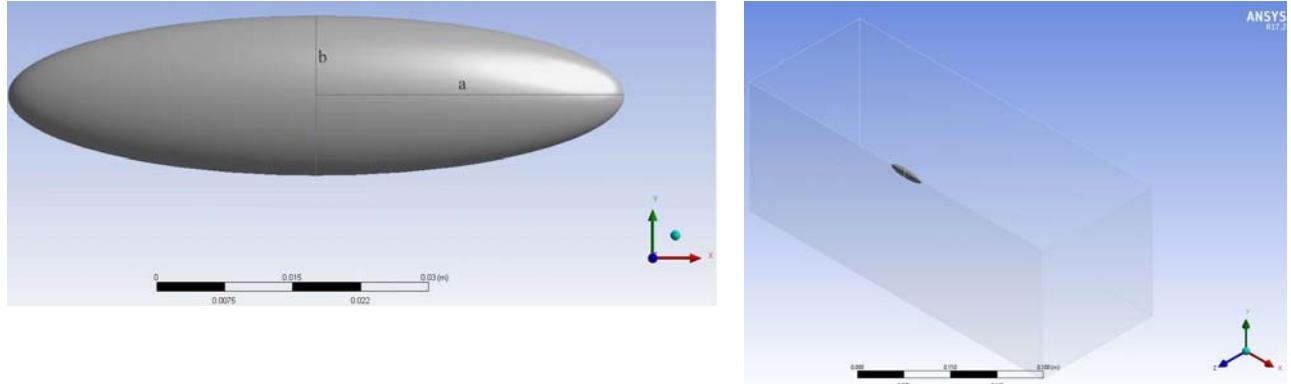
Projekcija izložene (ćeone, kvašene) površine fragmenta koristi se kao baza za numeričku podjelu (mrežu) po kojoj se vrši integrisanje aerodinamičke sile, a takođe se može koristiti za proračun vrijednosti  $C_D$  fragmenta (npr. za komparaciju sa eksp. vrijednostima ili vrijednostima dobijenim numeričkim simulacijama). Takođe, ova površina se može koristiti npr. i kod drugih modela (koji silu računaju direktno preko  $C_D$  i  $A_{ref}$ ).

## 6.2.2 Verifikacija modela za procjenu projekcije izložene površine fragmenta

Razvijeni fizikalni model je verificiran na dva načina, koristeći CAD sistem, i analitičkim putem. Četiri primjera analitičkog proračuna projekcije izložene površine elipsoida sa zadatim poluosama dati su, radi preglednosti, u Dodatku 2.

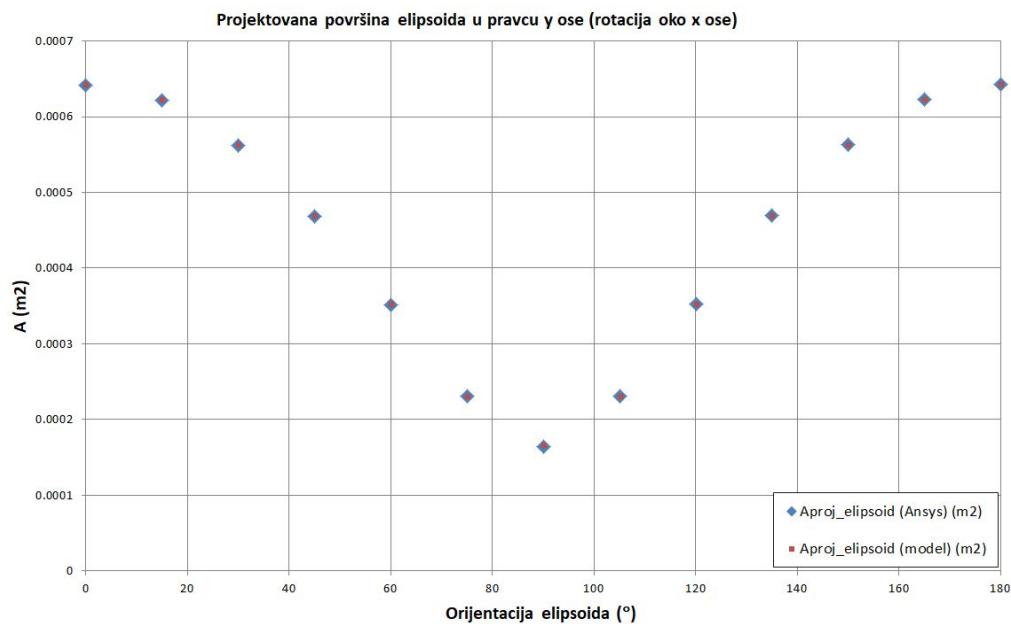
Što se tiče verifikacije razvijenog modela upotrebom CAD alata, softverski (u softveru Ansys) je određena projekcija izložene površine elipsoida sa zadatim poluosama ( $a = 0,034\text{m}$ ,  $b = 0,00865\text{m}$  i  $c = 0,006\text{m}$ ) za različite orientacije elipsoida pri jednom punom obrtaju elipsoida (ugaoni inkrement  $15^\circ$ , osa rotacije je osa  $z$ , sa slike 6.7) i rezultati su upoređeni sa onim dobijenim upotrebom fizikalnog modela.

Koordinatni sistem prikazan na sl. 6.7 je originalni sistem koji koristi Ansys, i treba obratiti pažnju na ose, kako bi kod komparacije odgovarale koordinatnom sistemu u fizikalnom modelu (sl. 6.3). Najlakši način za to je pratiti koja osa koordinatnog sistema je u pravcu najveće dimenzije tijela (na njoj se nalazi poluosa elipsoida  $a$ ), a koja osa koordinatnog sistema je u pravcu najmanje dimenzije tijela (na njoj se nalazi poluosa elipsoida  $c$ ).



Sl. 6.7 Validacija modela sa podacima dobijenim softverski za elipsoid

Na sl. 6.8 je dat prikaz verifikacije razvijenog modela sa podacima dobijenim softverski (Ansys System omogućava određivanje projekcije izložene površine za tri glavne koordinatne ose) za troosni elipsoid, pri čemu su komparirane vrijednosti projekcije izložene površine elipsoida na ravan normalnu na vektor brzine (pretpostavlja se da je vektor brzine u ovom slučaju postavljen u pravcu ose  $y$ , sl. 6.7; za slučaj orijentacije tijela od  $0^\circ$  su izložene površine tijela maksimalne). Rezultati su dati do ugla rotacije od  $180^\circ$ , radi simetrije tijela. Kao što se vidi na sl. 6.8 slaganje podataka je odlično jer se dobijeni podaci poklapaju za sve uglove.



Sl. 6.8 Validacija modela sa podacima dobijenim softverski za elipsoid

### 6.2.3 Primjena modela za procjenu projekcije izložene površine na fragment

Kako bi se izvršila procjena projekcija izložene površine fragmenta nepravilnog oblika, korišten je arbitrarni fragment, nastao detonacijom projektila 130mm HE M79. Kako bi se aproksimativno digitalizirao ovaj fragment, korišten je Autodesk AUTOCAD softver (ručno iscrtavanje profila tijela, ekstrudiranje u tri koordinatna pravca i spajanje u konačni nepravilni oblik, sl. 6.9).



Sl. 6.9 3D digitalizovani model realnog fragmenta u različitim projekcijama

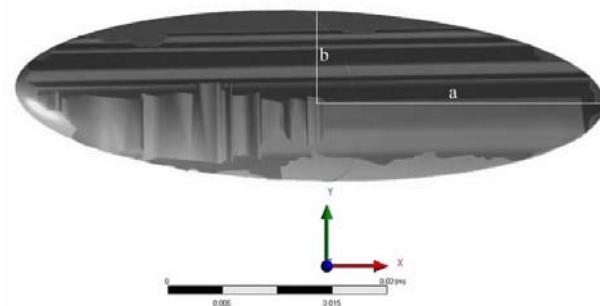
Osim ovog postupka, fragment je moguće modelirati u nekom 3D grafičkom programu (npr. 3D Studio Max, sl. 6.10), ali tada 3D model fragmenta ima mnogo više kontura i s njim je generalno teže raditi (takođe, postupak modeliranja je kompleksniji i duže traje). Treća opcija je upotreba 3D skenera za kreiranje modela tijela i eksportovanje dobijenog modela u CAD sistem. Još jedna opcija je snimanje fragmenta kamerom ( $360^\circ$ ) i eksportovanje slika npr. u program Reality Capture gdje se može kreirati prilično realan 3D model fragmenta.



Sl. 6.10 Renderovani 3D modeli fragmenata, kreirani u 3D Studio Max

Kako bi se fragment koristio za proračun izložene površine upotrebom razvijenog modela, potrebno je poznavati njegove maksimalne dimenzije okomite u tri pravca  $a$ ,  $b$  i  $c$ , respektivno, pri čemu je  $a$  polovina najveće dimenzije, dok je  $c$  polovina najmanje. Ove dimenzije dobiju se mjeranjem dimenzija fragmenta (one su poznate i kada postoji gotov CAD 3D model fragmenta).

Na sl. 6.11 prikazan je fragment nepravilnog oblika (modeliran u AutoCAD sistemu), aproksimiran troosnim elipsoidom dimenzija  $a$ ,  $b$  i  $c$ . Maksimalne dimenzije fragmenta u tri pravca odgovaraju dvostrukim dužinama poluosa troosnog elipsoida. Dakle, polovina maksimalne dimenzije fragmenta predstavlja poluosu  $a$ , dok polovina minimalne dimenzije fragmenta predstavlja poluosu  $c$ . Poluosa  $b$  je polovina dimenzije fragmenta okomita na dvije prethodno spomenute dimenzije ( $a$  i  $c$ ), pri čemu je  $c < b < a$ .



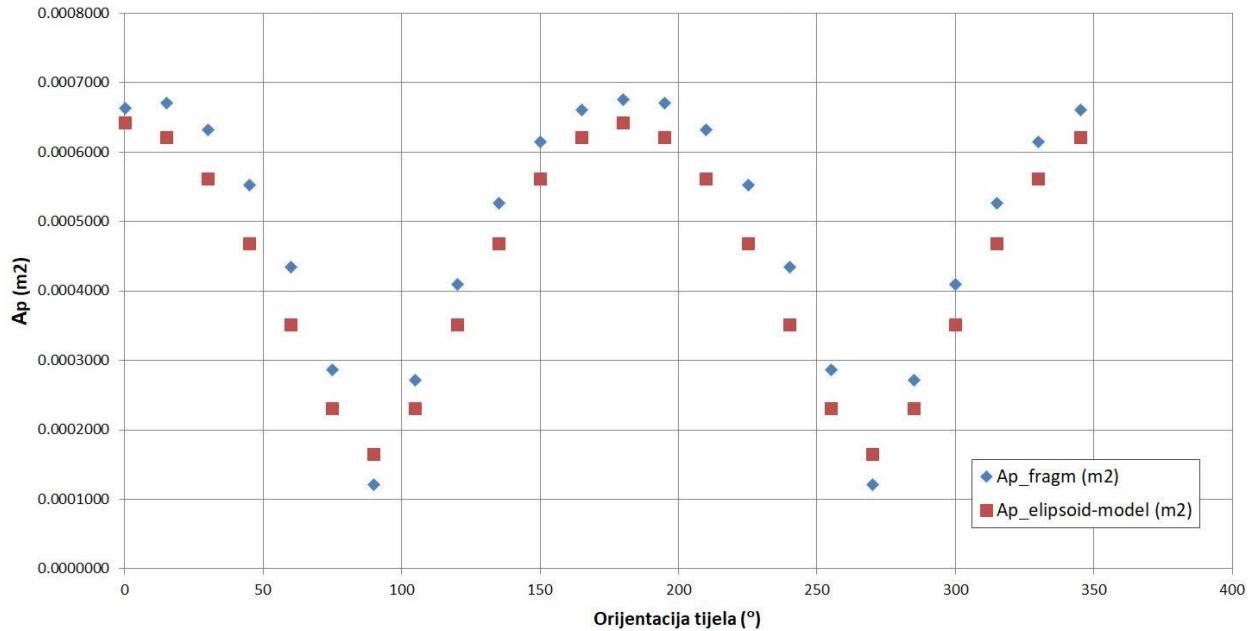
Sl. 6.11 Fragment neregularnog oblika aproksimiran troosnim elipsoidom dimenzija  $a$ ,  $b$  i  $c$

Aproksimacija fragmenta elipsoidom je opravdana jer dosta fragmenata ima izduženi oblik koji se može predstaviti elipsoidnim tijelom.

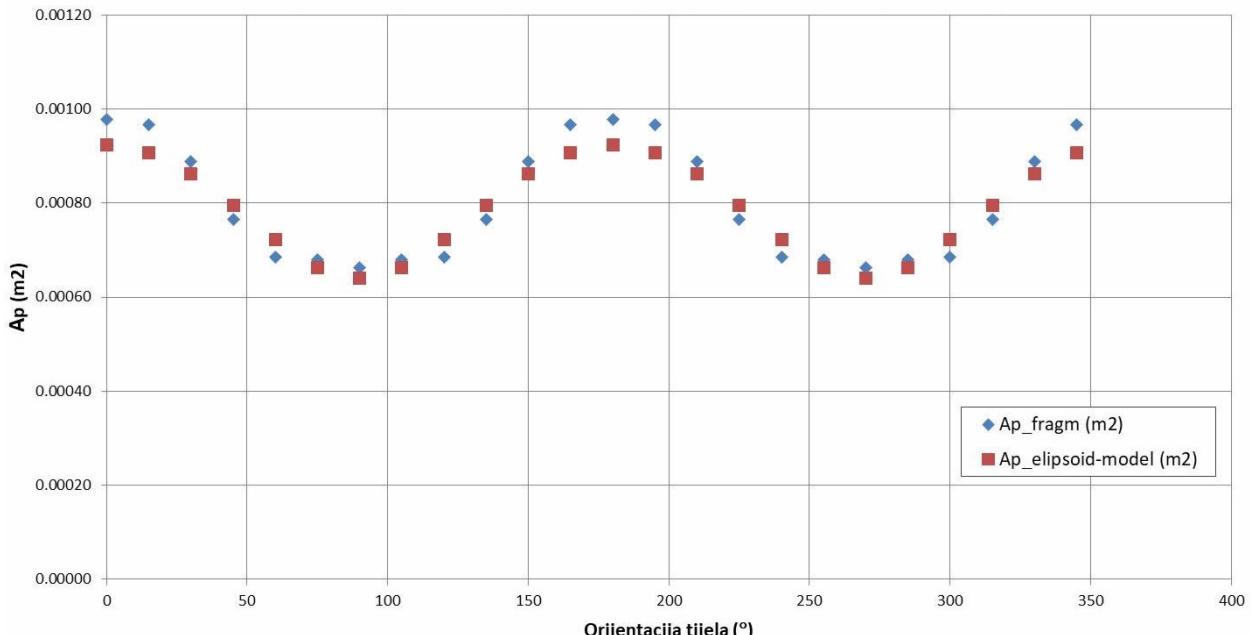
Na sl. 6.12a i 6.12b prikazana je komparacija (verifikacija rezultata) vrijednosti projekcije izložene površine fragmenta datog na sl. 6.9, dobijene koristeći Ansys System za 3D CAD model

fragmenta, i vrijednosti projekcije izložene površine fragmenta aproksimiranog elipsoidom, dobijene koristeći razvijeni fizikalni model.

U Ansys programu vektor brzine nastrujavanja u prvom slučaju je bio u pravcu  $y$  ose (sl. 6.12a) a rotacija fragmenta je vršena oko  $z$  ose (ugaoni inkrementi od  $15^\circ$ ), dok je u drugom slučaju (sl. 6.12b) vektor brzine bio u pravcu  $z$  ose (sl. 6.11) a rotacija fragmenta je bila oko  $x$  ose.



Sl. 6.12a Komparacija vrijednosti projekcije izložene površine fragmenta, dobijene koristeći Ansys System za 3D model fragmenta, i vrijednosti projekcije izložene površine fragmenta aproksimiranog elipsoidom, dobijene koristeći razvijeni fizikalni model (nastrujavanje vršeno u pravcu ose  $y$ , a rotacija oko ose  $z$  - sl. 6.11)



Sl. 6.12b Komparacija vrijednosti projekcije izložene površine fragmenta, dobijene koristeći Ansys System za 3D model fragmenta, i vrijednosti projekcije izložene površine fragmenta aproksimiranog elipsoidom, dobijene koristeći razvijeni fizikalni model (nastrujavanje vršeno u pravcu ose  $z$ , a rotacija oko ose  $x$  - sl. 6.11)

U tabeli 6.2 prikazane su vrijednosti projekcija izloženih površina fragmenta u oba slučaja (vektor brzine u pravcu  $y$  i  $z$  ose, 6.11 i 6.12) i za različite položaje (orientacije) fragmenta, te relativne razlike između rezultata, dobijenih za fragment softverski (CAD alatom) i koristeći razvijeni model koji fragment aproksimira elipsoidom.

Analizirajući rezultate iz tabele 6.2 može se zaključiti da su u prvom slučaju (vektor brzine u pravcu  $y$  ose, sl. 6.11 i 6.12a), relativne greške dosta male za orijentacije fragmenta pri kojima je fragment izložen većom površinom prema vektoru brzine. Nešto slabija slaganja primjećena su za uglove gdje je fragment izložen strujanju svojom najmanjom površinom (orientacija od  $90^\circ$  i  $270^\circ$  u odnosu na početnu orijentaciju, prikazanu na sl. 6.11).

U drugom slučaju slaganja između rezultata dobijenih modelom i onih dobijenih CAD metodom su izvrsna (vektor brzine u pravcu  $z$  ose, sl. 6.11 i 6.12b), i relativne razlike su manje od 6% za sve orijentacije fragmenta.

*Tabela 6.2 Vrijednosti projekcija izloženih površina fragmenta u slučaju kad je vektor brzine bio u pravcu  $y$  i  $z$  ose (sl. 6.12) i relativne razlike između rezultata (za različite orijentacije fragmenta)*

Strujanje u pravcu $y$ ose (rotacija tijela oko $z$ ose)				Strujanje u pravcu $z$ ose (rotacija tijela oko $x$ ose)		
Ugao (°)	$Ap$ (fragm) ( $\text{m}^2$ )	$Ap$ (elipsoid-model) ( $\text{m}^2$ )	rel. razlika (%)	$Ap$ (fragm) ( $\text{m}^2$ )	$Ap$ (elipsoid-model) ( $\text{m}^2$ )	Rel. razlika (%)
0	0,00066346	0,00064208	3,223	0,00097917	0,00092394	5,640
15	0,00067069	0,00062163	7,315	0,00096632	0,00090774	6,062
30	0,00063238	0,00056212	11,110	0,00088846	0,00086194	2,985
45	0,00055254	0,00046876	15,163	0,00076663	0,00079511	3,715
60	0,00043439	0,00035145	19,093	0,00068550	0,00072213	5,343
75	0,00028675	0,00023031	19,683	0,00067955	0,00066363	2,343
90	0,00012084	0,00016513	36,652	0,00066346	0,00064088	3,403
105	0,00027149	0,00023031	15,168	0,00067955	0,00066363	2,343
120	0,00040996	0,00035145	14,272	0,00068550	0,00072213	5,343
135	0,00052691	0,00046876	11,036	0,00076663	0,00079511	3,715
150	0,00061482	0,00056212	8,572	0,00088846	0,00086194	2,985
165	0,00066158	0,00062163	6,039	0,00096632	0,00090774	6,062
180	0,00066346	0,00064208	3,223	0,00097917	0,00092394	5,640
195	0,00067069	0,00062163	7,315	0,00096632	0,00090774	6,062
210	0,00063238	0,00056212	11,110	0,00088846	0,00086194	2,985
225	0,00055254	0,00046876	15,163	0,00076663	0,00079511	3,715
240	0,00043439	0,00035145	19,093	0,00068550	0,00072213	5,343
255	0,00028675	0,00023031	19,683	0,00067955	0,00066363	2,343
270	0,00012084	0,00016513	36,652	0,00066346	0,00064088	3,403
285	0,00027149	0,00023031	15,168	0,00067955	0,00066363	2,343
300	0,00040996	0,00035145	14,272	0,00068550	0,00072213	5,343
315	0,00052691	0,00046876	11,036	0,00076663	0,00079511	3,715
330	0,00061482	0,00056212	8,572	0,00088846	0,00086194	2,985
345	0,00066158	0,00062163	6,039	0,00096632	0,00090774	6,062

Ova analiza je pokazala da je izloženi metod procjene projicirane izložene površine fragmenta opravdan i može se koristiti u modelu za procjenu aerodinamičke sile. Takođe, treba primjetiti da odstupanja u procjeni ove površine (u odnosu na realni fragment) mogu dovesti i do određenog odstupanja u procjeni aerodinamičke sile za tijelo nepravilnog oblika.

Doprinos i prednost ovog pristupa ogleda se u činjenici da predstavlja važan korak ka dinamičkom modeliranju koje ne zahtijeva rezultate numeričkih simulacija za procjenu aerodinamičke sile. Nadalje, upotrebom ovog modela, trajektorija fragmenata može se procjeniti na jednostavniji način, jer se aerodinamička sila i moment koji djeluju na fragment u toku njegovog leta mogu procijeniti u proizvoljnem vremenskom trenutku.

### 6.3 Generalizovani model za procjenu aerodinamičke sile i momenta

U poglavlju 6.2 opisan je model za procjenu projektovane površine tijela (okomito na pravac vektora brzine), koji je potreban pri proračunu trajektorije tijela. Za proračun trajektorije tijela potrebni su i podaci o brzini tijela i gustini fluida kroz koji se tijelo kreće, kao i podaci o vrijednostima aerodinamičke sile i aerodinamičkog momenta koji djeluju na tijelo u svakom trenutku kretanja.

Nije praktično za svaki potencijalni oblik fragmenata određivati vrijednosti aerodinamičkih sila i momenata numeričkim simulacijama, pa je potrebno definisati generalizovani model kojim bi se moglo procjenti vrijednosti ukupne aerodinamičke sile i momenta za proizvoljni oblik tijela. Taj zadatak je za tijelo nepravilnog oblika (kakvi su fragmenti HE projektila) otežan jer se ne može izvršiti generalizacija za tijela koja nemaju kontinualnu površinu. Zbog toga je i u ovom slučaju (kao i kod procjene projektovane površine) korišten troosni elipsoid kao oblik koji relativno dobro može aproksimirati fragmente. Na ovaj način se parametarski mogu definisati dimenzije fragmenata, i na osnovu toga procjeniti vrijednosti ukupne sile i momenta koji djeluju na njih. Nakon toga moguće je izvršiti procjenu njihove putanje.

Razvijeni fizikalni model <sup>[253]</sup> predstavlja generalizaciju za tijela nepravilnog oblika (npr. fragmenata), jer se, za date početne uslove, samo na osnovu dimenzija fragmenata i pravca vektora brzine mogu izvršiti neophodni proračuni sile i momenata. Ovi rezultati se kasnije mogu upotrijebiti za proračun elemenata putanje fragmenata.

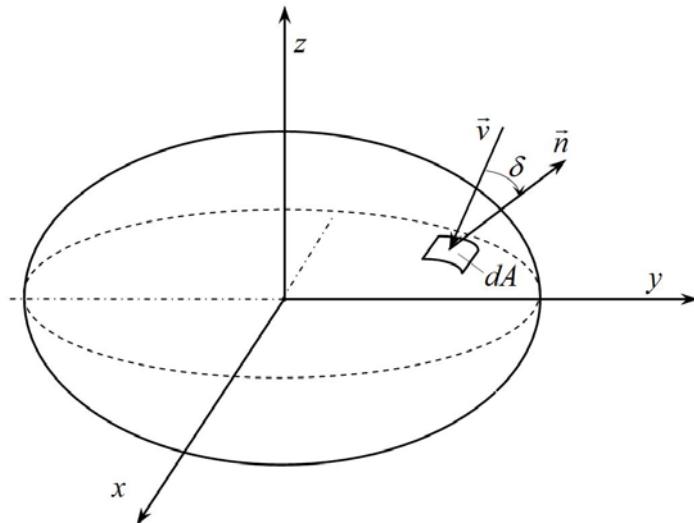
Pregledom dostupne literature nije pronađen sličan model za procjenu aerodinamičkih sila i momenata za fragmente HE projektila. U literaturi se, naime, aerodinamičke sile, potrebne za proračun trajektorije fragmenata, uglavnom određuju korištenjem koeficijenata aerodinamičke sile (u literaturi se ne spominju koeficijenti aerodinamičkog momenta za fragmente). Ovi koeficijenti se određuju eksperimentalno ili analitički. Naš model donekle podsjeća na Njutnov model toka fluida (prema kojem čestice toka prilikom udara u tijelo mijenjaju svoju količinu kretanja i nastavljaju se kretati tangencijalno na površinu; promjena količine kretanja je u ovom modelu jednaka sili kojom čestice djeluju na površinu tijela) koji se uspješno i danas primjenjuje kod hipersoničnog kretanja.

Eksperimentalno određivanje koeficijenata spominjano je u poglavlju 2.5.2. Nedostaci ovih istraživanja su što većina testova sadrži malo podataka o vrijednostima koeficijenata sile u supersoničnom režimu kretanja; potom što se u istraživanjima ne navode podaci na koji način se odredila referentna površina, kao ni podaci o dimenzijama i masi fragmenata; kao i to što se u nekim istraživanjima navodi kako je koeficijent otpora u subsoničnom i supersoničnom toku konstantan. Što se tiče analitičkog određivanja koeficijenata sile, treba spomenuti istraživanja Twisdalea <sup>[242]</sup>. Twisdale et al su koristili tzv. Cross-flow teoriju kako bi procjenili koeficijente sile za fragment koji se kreće tako da ima (uniformnu) slučajnu orijentaciju u svakom slijedećem koraku tokom kretanja (statistička metoda). Ovi koeficijenti se za proizvoljnu orijentaciju tijela određuju na osnovu poznatih vrijednosti koeficijenata (poznatih geometrijskih tijela) za određenu (referentnu) orijentaciju. Twisdale <sup>[242]</sup> navodi kako su procjenjeni koeficijenti sile za pravougli paralelepiped (aproksimacija fragmenata), pri čemu su za različite dimenzije paralelepeda (različite vitkosti), koeficijenti otpora, uzgona i bočne sile određeni u funkciji napadnog ugla i ugla valjanja, koristeći analitičke izraze, a pri čemu su korišteni i različiti korektivni koeficijenti (korekcija uslijed trenja i različitih odnosa dimenzija tijela). Ne navodi kako su određene izložene površine tijela za proizvoljnu orijentaciju tijela.

### 6.3.1 Fizikalni model<sup>[253]</sup>

Kao što je rečeno, fragmenti su aproksimirani troosnim elipsoidom, na isti način kako je opisano u poglavlju 6.2 o projektovanoj površini tijela. Ovdje će biti opisan osnovni model, a korekcija modela na stišljivost biće predstavljena u slijedećem dijelu rada.

Na sl. 6.13 dat je shematski prikaz površine elipsoidnog tijela na koje nastrujava fluid brzinom  $\vec{v}$ . Vektor normale za površinu  $dA$  označen je sa  $\vec{n}$ , a ugao između vektora brzine i vektora normale označen je ovdje sa  $\delta$ .

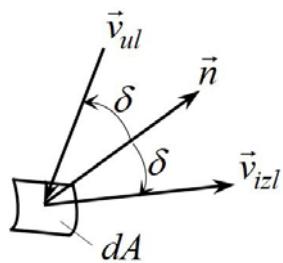


Sl. 6.13 Shematski prikaz površine tijela na koje nastrujava fluid brzinom  $\vec{v}$

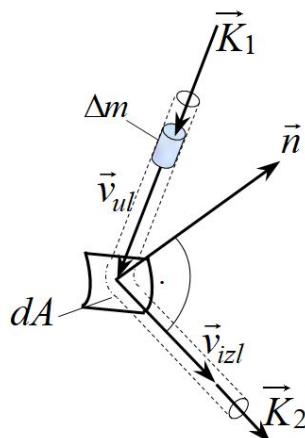
Na sl. 6.14 i sl. 6.15 prikazani su mogući načini rješavanja ovog problema, slučajevi 1 i 2. U prvom slučaju ugao između vektora ulazne brzine i vektora normale je jednak ugлу između vektora normale i vektora izlazne brzine, dok je u drugom slučaju vektor izlazne brzine okomit na vektor normale.

Usvaja se rješavanje problema prema sl. 6.15. Obzirom da fluidni elementi imaju međusobnu interakciju neposredno nakon udara o površ fragmenta, onda je njihova putanja znatno bliža putanji slučaja 2, tako da tok fluida opstrujava fragment.

Simulacije opstrujavanja fluida oko fragmenta, koristeći CFD softverske pakete, pokazuju da je izlazna brzina fluida na izloženoj strani površi u pravcu tangente na površ, što ukazuje da je slučaj na sl. 6.15 bolji reprezent u smislu modeliranja.



Sl. 6.14 Slučaj 1 - Ugao između vektora ulazne brzine i vektora normale je jednak uglu između vektora normale i vektora izlazne brzine



Sl. 6.15 Slučaj 2 - Vektor izlazne brzine je okomit na vektor normale na površinu  $dA$

Drugi Njutnov zakon se može napisati u slijedećem obliku

$$\frac{\overrightarrow{dK}}{dt} = \vec{F}_r, \quad (6.58)$$

gdje vektor  $\vec{K}$  predstavlja vektor količine kretanja, a sila  $\vec{F}_r$  je rezultantna sila koja djeluje na tijelo. Ako se napiše

$$\vec{K}_1 = \Delta m \vec{v}_{ul} \quad (6.59)$$

$$\vec{K}_2 = \Delta m \vec{v}_{izl}, \quad (6.60)$$

onda je promjena količine kretanja

$$\Delta \vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \Delta m \left( \vec{v}_{izl} - \vec{v}_{ul} \right). \quad (6.61)$$

Za vektor normale na površ elipsoida važi (izvođenje opisano u poglavlju 6.2 o procjeni projektovane površine tijela nepravilnog oblika):

$$\vec{n} = \frac{\overrightarrow{\text{grad } f}}{\| \overrightarrow{\text{grad } f} \|} = \frac{\left( \frac{x}{a^2}, \frac{y}{b^2}, \frac{z}{c^2} \right)}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \quad (6.62)$$

Sa sl. 6.15 vidi se da je (zbog okomitosti vektora):

$$\vec{v}_{izl} \cdot \vec{n} = 0 \quad (6.63)$$

Takođe vrijedi (jer su vektori  $\vec{v}_{ul}, \vec{v}_{izl}$  i  $\vec{n}$  u istoj ravni):

$$\vec{v}_{ul} \times \vec{v}_{izl} = \lambda \vec{v}_{ul} \times \vec{n} \quad (6.64)$$

Može se napisati i slijedeće (razlažući ulaznu brzinu  $\vec{v}_{ul}$  na komponente  $\vec{v}_\perp$  i  $\vec{v}_\parallel$  u pravcu tangente i normale na površ elipsoida):

$$(\vec{v}_{ul} \cdot \vec{n})(\vec{n}) = \vec{v}_\perp \text{ i } \vec{v}_\parallel \parallel \vec{v}_{izl} \quad (6.65)$$

$$\vec{v}_\parallel = \vec{v}_{ul} - \vec{v}_\perp = \vec{v}_{ul} - (\vec{v}_{ul} \cdot \vec{n})\vec{n} \quad (6.66)$$

$$\vec{v}_{izl} = \lambda_{izl} \vec{v}_\parallel = \lambda_{izl} \left( \vec{v}_{ul} - (\vec{v}_{ul} \cdot \vec{n})\vec{n} \right) \quad (6.67)$$

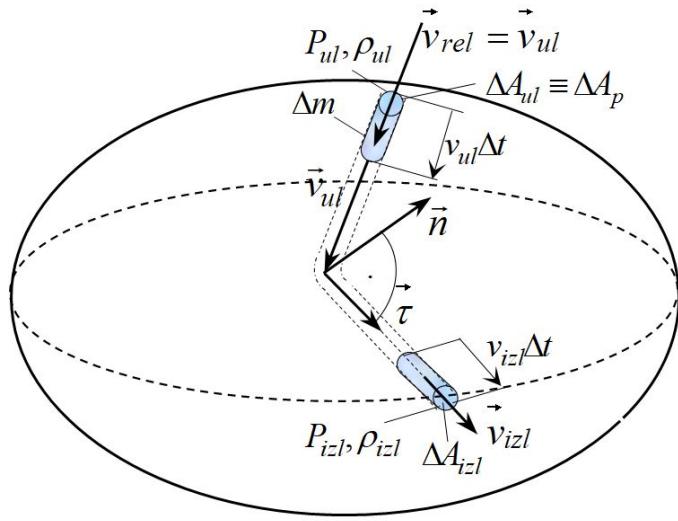
U izrazu 6.65 skalarni produkt  $(\vec{v}_{ul} \cdot \vec{n})(\vec{n})$  predstavlja ustvari projekciju vektora ulazne brzine na normalu, što sa jediničnim vektorom normale  $\vec{n}$  daje komponentu ulazne brzine po pravcu normale  $\vec{v}_\perp$ .

Prema jednačini održanja mase (vidjeti sliku 6.15a), uz površinu tijela važi uslov

$$\rho_{ul} v_{ul} \Delta A_{ul} = \rho_{izl} v_{izl} \Delta A_{izl} \quad (6.68)$$

Prikazana masa fluida na sl. 6.15a predstavlja elementarnu masu uz strujnicu. Pritisak, gustina, brzina i poprečni presjek se mijenjaju na izlazu u odnosu na ulaz prikazane elementarne kontrolne zapremine.

U jednačini količine kretanja figuriše kombinacija ovih veličina tako da neće biti potrebno određivati posebno izlaznu brzinu na desnoj strani jednačine (6.68).



Sl. 6.15a Analiza elementarne kontrolne zapremine

U vektorskoj formi izraz za izlaznu brzinu (6.67), koristeći jedinični vektor  $\vec{v}_{izl_0}$ , glasi:

$$\vec{v}_{izl} = v_{izl} \left( \vec{v}_{izl_0} \right) = v_{izl} \frac{\vec{v}_{ul} - (\vec{v}_{ul} \cdot \vec{n}) \vec{n}}{\sqrt{\vec{v}_{ul} \cdot \vec{n}}} \quad (6.69)$$

$$\vec{v}_{ul} \cdot \vec{n} = \frac{v_x \frac{x}{a^2} + v_y \frac{y}{b^2} + v_z \frac{z}{c^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}} \quad (6.70)$$

$$\vec{v}_{izl} = v_{izl} \underbrace{\left[ \left( v_x, v_y, v_z \right) - \frac{v_x \frac{x}{a^2} + v_y \frac{y}{b^2} + v_z \frac{z}{c^2}}{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}} \left( \frac{x}{a^2}, \frac{y}{b^2}, \frac{z}{c^2} \right) \right]}_{\lambda_2} \quad (6.71)$$

gdje je izraz u nazivniku

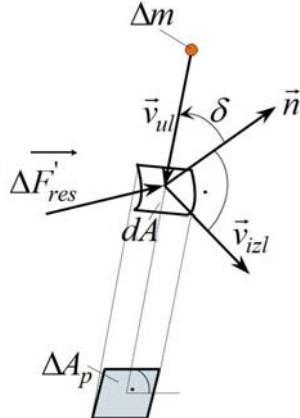
$$|*| = \left[ \left( v_x - \frac{\lambda_2 x}{a^2} \right)^2 + \left( v_y - \frac{\lambda_2 y}{b^2} \right)^2 + \left( v_z - \frac{\lambda_2 z}{c^2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (6.72)$$

a uslijed adijabatske promjene, koristeći (6.68), može se napisati:

$$v_{izl} = \frac{\rho_{ul}}{\rho_{izl}} v_{ul} \frac{\Delta A_{ul}}{\Delta A_{izl}} = \left( \frac{P_{ul}}{P_{izl}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} v_{ul} \frac{\Delta A_{ul}}{\Delta A_{izl}} \quad (6.72')$$

Iz izraza (6.61)  $\vec{v}_{izl}$  je dato preko izraza (6.71), (6.72) i (6.72'), dok je ulazna brzina označena sa  $\vec{v}_{ul} = \vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ .

Na sl. 6.16 prikazana je shematski projekcija elementarne površine  $dA$ , okomito na pravac vektora brzine. Ova projektovana elementarna površina označena je na slici kao  $\Delta A_p \equiv \Delta A_{ul}$ . Na sl. 6.16 je prikazana i rezultanta sila za element  $dA$  na elipsoidalnoj površi.



Sl. 6.16 Shematski prikaz projekcije elementarne površine  $dA$  ( $\Delta A_p \equiv \Delta A_{ul}$ ), okomito na pravac vektora brzine

Za elementarnu masu  $\Delta m$  (sl. 6.16) može se napisati

$$\Delta m = \underbrace{\Delta A_p \rho v_{ul} \Delta t}_{m_{ul}} \quad (6.73)$$

$$\Delta \vec{K} = \overrightarrow{\Delta F'_{res}} \Delta t, \quad (6.74)$$

gdje je  $\overrightarrow{\Delta F'_{res}}$  - rezultantna sila za element  $dA$ .

Na osnovu (6.61), (6.73) i (6.74) sada je

$$\overrightarrow{\Delta F'_{res}} = \rho_{ul} v_{ul} \Delta A_p \left( \vec{v}_{izl} - \vec{v}_{ul} \right) \quad (6.75)$$

Ukupna aerodinamička sila se može predstaviti u obliku

$$\overrightarrow{F_w} = \int_{A_{exp}} -d \overrightarrow{F'_{res}} = - \int_{A_{exp}} \rho_{ul} v_{ul} \left( \vec{v}_{izl} - \vec{v}_{ul} \right) dA_p, \quad (6.76)$$

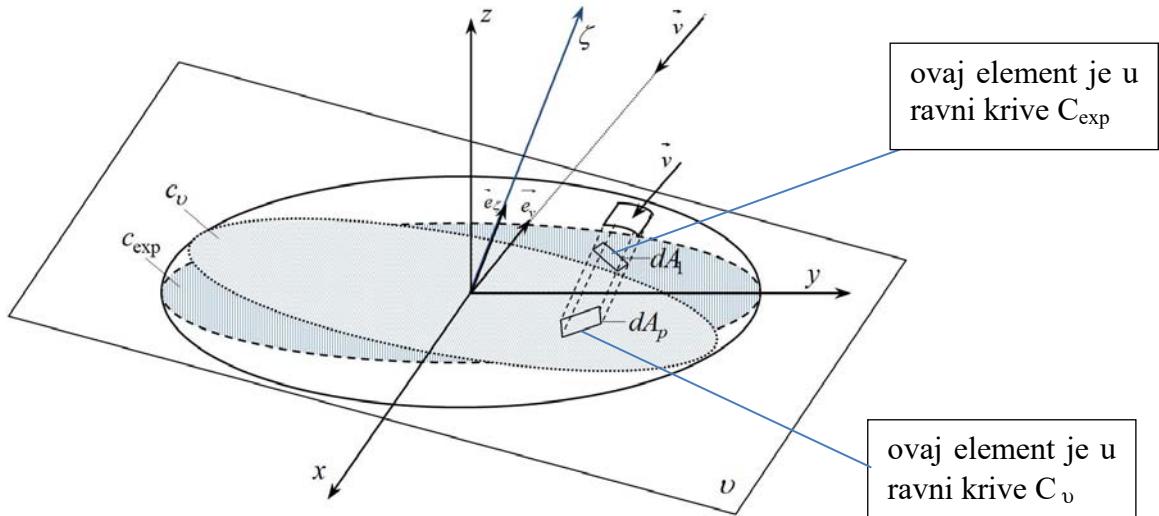
ili

$$\overrightarrow{F_w} = \int_{A_{exp}} \rho_{ul} v_{ul} \left( \vec{v}_{ul} - \vec{v}_{izl} \right) \cos \delta dA \quad (6.76)$$

Ovdje je izlazna brzina  $\vec{v}_{izl}$  data preko (6.71). Znak minus u izrazu (6.76) koristi se zato što se traži kako fluid djeluje na fragment, a ne obrnuto kako je rečeno u postavci modela. Jednačina količine kretanja izvedena je za fluidni element, a izvedena sila koristi se za proračun ukupne aerodinamičke sile koja djeluje na fragment.

U daljem tekstu, oznaka u indeksu  $ul$  će biti izostavljena, a  $\rho$  će označavati  $\rho_{ul}$ , odnosno gustina zraka neporemećenog toka.

U izrazima (6.76) i (6.77)  $A_{exp}$  je izložena površina elipsoida iznad zatvorene krive  $c_{exp}$ , prikazane na sl. 6.17. Zato će se integracija vršiti preko ravni  $\underline{x}\underline{y}$  (prikazane na sl. 6.18) na koju je okomita osa  $\zeta$  na sl. 6.17, preko površine koju ograničava kriva  $c_{exp}$ .



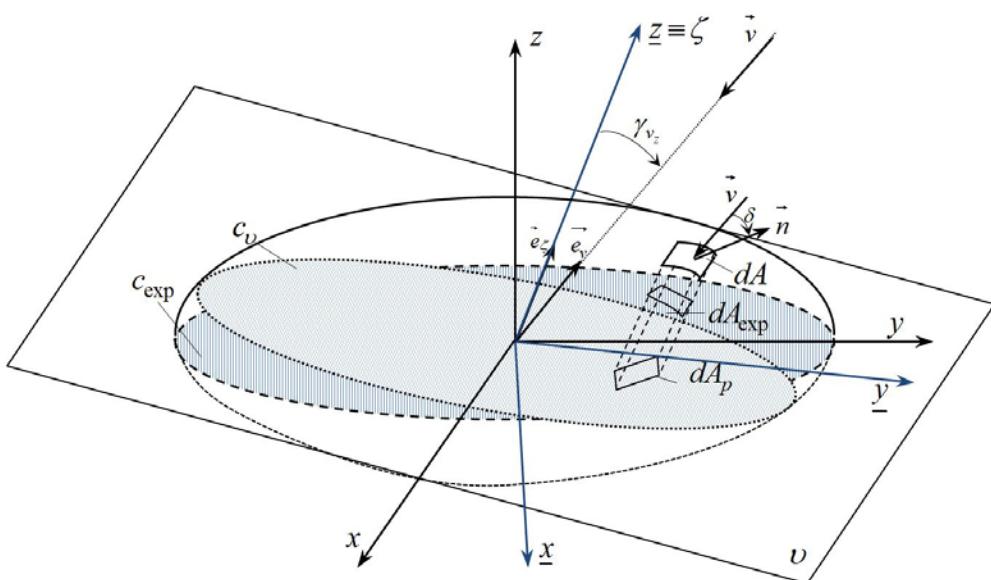
Sl. 6.17 Shematski prikaz parametara koji se koriste pri određivanju aerodinamičke sile

Za krivu  $c_{exp}$  važi:

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{\text{grad}} f \cdot \vec{v} &= 0, \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (6.77)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{a^2} v_x + \frac{y}{b^2} v_y + \frac{z}{c^2} v_z &= 0 \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (6.78)$$

Na sl. 6.18 prikazana je rotacija koordinatnog sistema  $xyz$  kako bi se dobio koordinatni sistem  $\underline{x}\underline{y}\underline{z}$  u kojem je jedna osa ( $\underline{z} \equiv \zeta$ ) okomita na ravan u kojoj se nalazi kriva  $c_{exp}$ , a druge dvije ose (ose  $\underline{x}$  i  $\underline{y}$ ) pripadaju toj ravni.



Sl. 6.18 Rotacija koodinatnog sistema

Za krivu  $C_{\text{exp}}$ , takođe, važi (sl. 6.18):

$$\frac{\underline{x}^2}{a_1^2} + \frac{\underline{y}^2}{b_1^2} = 1, \quad (6.79)$$

gdje su  $a_1$  i  $b_1$  poluose elipse u ravni u kojoj leži kriva  $C_{\text{exp}}$  (sl. 6.18). Ove ose određuju se prema proceduri opisanoj u poglavlju 6.2 o procjeni projektovane površine fragmenta.

Za projektovanu površinu  $dA_p$  se može napisati:

$$dA_p = dA \cos \delta = dA_{\text{exp}} \cos \gamma_{v_z} = d\underline{x} d\underline{y} \cos \gamma_{v_z}, \quad (6.80)$$

gdje je  $\cos \gamma_{v_z} = \overrightarrow{e_v} \cdot \overrightarrow{e_\zeta}$ .

Ako se izrazi (6.79) i (6.80) ubace u izraz (6.76), dobija se:

$$\overrightarrow{F_w} = \iint_{A_{\text{exp}}} \rho v_{ul} \left( \overrightarrow{v}_{ul} - \overrightarrow{v}_{izl}(x, y, z) \right) d\underline{x} d\underline{y} \cos \gamma_{v_z} \quad (6.81)$$

$$\overrightarrow{F_w} = \iint_{D_{xy}} \rho v_{ul} \left( \overrightarrow{v}_{ul} - \overrightarrow{v}_{izl}(\underline{x}, \underline{y}) \right) d\underline{x} d\underline{y} \cos \gamma_{v_z} \quad (6.82)$$

Treba primjetiti da u izrazu (6.81) figuriraju dva koordinatna sistema ( $xyz$  i  $\underline{x}\underline{y}\underline{z}$ ). Potrebno je odlučiti se preko kojih varijabli da integrišemo taj izraz i izraziti sve druge varijable preko njih.

Sada se izraz za ukupnu aerodinamičku silu može napisati u obliku:

$$\overrightarrow{F_w} = \rho v_{ul} \cos \gamma_{v_z} \int_{-a_1}^{+a_1} d\underline{x} \int_{-b_1 \sqrt{1 - \frac{\underline{x}^2}{a_1^2}}}^{+b_1 \sqrt{1 - \frac{\underline{x}^2}{a_1^2}}} \left( \overrightarrow{v}_{ul} - \overrightarrow{v}_{izl}(\underline{x}, \underline{y}) \right) d\underline{y} \quad (6.83)$$

U (6.83) se integracija vrši koristeći koordinate  $\underline{x}$  i  $\underline{y}$ , gdje je granica integracije definisana krivom (elipsom)  $C_{\text{exp}}$ .

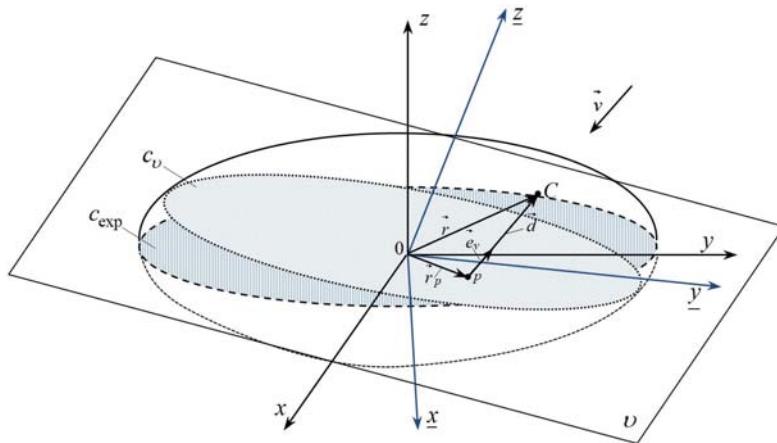
Koristeći izraze koji su izvedeni u dijelu u kojem se obrađuje projektovana površina (poglavlje 6.2), za (stare)  $x$ ,  $y$  i  $z$  koordinate, može se napisati:

$$\begin{aligned} x_P &= \xi \cos \varphi \cos \theta - \eta \sin \varphi = \underline{x} (\cos \psi \cos \varphi \cos \theta - \sin \psi \sin \varphi) - \underline{y} (\sin \psi \cos \varphi \cos \theta + \cos \psi \sin \varphi) \\ y_P &= \xi \sin \varphi \cos \theta + \eta \cos \varphi = \underline{x} (\cos \psi \sin \varphi \cos \theta + \sin \psi \cos \varphi) + \underline{y} (-\sin \psi \sin \varphi \cos \theta + \cos \psi \cos \varphi) \\ z_P &= -\xi \sin \theta = -\underline{x} \cos \psi \sin \theta + \underline{y} \sin \psi \sin \theta \end{aligned} \quad (6.84)$$

U izrazu (6.83) figuriraju koordinate  $\underline{x}\underline{y}$ , a potrebno je koristiti  $x$ ,  $y$  i  $z$  koordinate za računanje gradijenata i normale na plašt u određenoj tački elipsoida definisanoj sa  $x$ ,  $y$  i  $z$  (izrazi 6.84) u "starom" koordinatnom sistemu.

S tim u vezi, na sl. 6.19 prikazan je shematski način rješavanja tog problema. U suštini, prvo je pronađena ravan projekcije elipsoida okomita na vektor brzine (ravan  $R_v$ , sl. 6.19).

Kod rješavanja dvostrukog integrala (izraz 6.83) numeričkim putem, ravan  $R_v$  se numerički podijeli, a potom se traže tačke na elipsoidalnoj površi koje imaju projekciju na toj ravnini projiciranja.



Sl. 6.19 Postupak traženja tačke na plaštu elipsoida koja odgovara projiciranoj tački u transformisanom koordinatnom sistemu

Radius vektor tačke  $C$  na plaštu elipsoida (sl. 6.19) može se predstaviti vektorski kao:

$$\vec{r} \Big|_{xyz} = \vec{r}_p + \vec{d} = \vec{r}_p \Big|_{xyz} + d \vec{e}_v \Big|_{xyz}, \quad (6.85)$$

gdje je  $\vec{r}_p = (\underline{x}, \underline{y}, \underline{z})$  - radius vektor tačke  $p$  (projekcija proizvoljne tačke  $C$  elipsoida na ravan  $R_v$  (okomitu na vektor brzine  $\vec{v}$ ), a  $\vec{d}$  - vektor udaljenosti između ove dvije tačke u smjeru vektora brzine. U izrazu (6.85)  $\vec{r}$  mora zadovoljavati slijedeći uslov:

$$\vec{r} = (x, y, z): \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (6.86)$$

Takođe važi:

$$x = \vec{r}_p \Big|_x + d \vec{e}_v \Big|_x = \underline{x} k_{xx} - \underline{y} k_{xy} + d \left( -\frac{\nu_x}{v} \right) \quad (6.87)$$

$$y = \vec{r}_p \Big|_y + d \vec{e}_v \Big|_y = \underline{x} k_{yx} + \underline{y} k_{yy} + d \left( -\frac{\nu_y}{v} \right) \quad (6.88)$$

$$z = \vec{r}_p \Big|_z + d \vec{e}_v \Big|_z = -\underline{x} \cos \psi \sin \theta + \underline{y} \sin \psi \sin \theta + d \left( -\frac{\nu_z}{v} \right), \quad (6.89)$$

gdje su, na osnovu ranijeg izraza (6.84):

$$k_{xx} = \cos \psi \cos \varphi \cos \theta - \sin \psi \sin \varphi$$

$$k_{xy} = \sin \psi \cos \varphi \cos \theta + \cos \psi \sin \varphi$$

$$k_{yx} = \cos \psi \sin \varphi \cos \theta + \sin \psi \cos \varphi$$

$$k_{yy} = -\sin \psi \sin \varphi \cos \theta + \cos \psi \cos \varphi$$

Na osnovu izraza (6.86-6.89) vrijedi:

$$\frac{1}{a^2} \left( \underline{x} k_{xx} - \underline{y} k_{xy} + d \left( -\frac{\nu_x}{v} \right) \right)^2 + \frac{1}{b^2} \left( \underline{x} k_{yx} + \underline{y} k_{yy} + d \left( -\frac{\nu_y}{v} \right) \right)^2 + \frac{1}{c^2} \left( -\underline{x} \cos \psi \sin \theta + \underline{y} \sin \psi \sin \theta + d \left( -\frac{\nu_z}{v} \right) \right)^2 = 1 \quad (6.90)$$

Dakle, uz pomoć vektora  $\vec{d}$  traži se tačka na plaštu elipsoida koja odgovara projiciranoj tački u transformisanom koordinatnom sistemu  $\underline{xy}$ .

U okviru razvijenog fizikalnog modela cilj je bio i procjena aerodinamičkog momenta koji djeluje na tijelo. Procjena aerodinamičkog momenta naslanja sa na prethodno opisanu metodu procjene aerodinamičke sile.

Aerodinamički moment se, generalno govoreći, u diferencijalnom obliku može predstaviti kao:

$$\overrightarrow{dM}_{aero} = \left[ \vec{r} \times \overrightarrow{dF}_w \right] \quad (6.91)$$

Ovdje je  $\overrightarrow{dF}_w$  - diferencijalna aerodinamička sila koja djeluje na segment na površini fragmenta (sl. 6.18), a  $\vec{r}$  - vektor položaja diferencijalnog elemena na površini fragmenta.

Diferencijalna aerodinamička sila je definisana izrazom:

$$\overrightarrow{dF}_w = \rho v_{ul} \left( \vec{v}_{ul} - \vec{v}_{izl} \right) dA \cos \delta = \rho v_{ul} \left( \vec{v}_{ul} - \vec{v}_{izl} \right) dA_p = \rho v_{ul} \left( \vec{v}_{ul} - \vec{v}_{izl} \right) d\underline{x} d\underline{y}, \quad (6.92)$$

gdje je  $\vec{v}_{izl}$  dato izrazom (6.71).

Ukupni aerodinamički moment se određuje na osnovu diferencijalne aerodinamičke sile:

$$\overrightarrow{M}_{aero} = \int_{A_{exp}} \overrightarrow{dM}_{aero} = \int_{A_{exp}} \left[ \vec{r} \times \overrightarrow{dF}_w \right] = \iint_{D_{\underline{x}\underline{y}}} \rho v_{ul} \left[ \vec{r} \times \left( \vec{v}_{ul} - \vec{v}_{izl} \right) \right] d\underline{x} d\underline{y} \cos \gamma_{v_z} \quad (6.93)$$

Ovdje su:  $D_{\underline{x}\underline{y}}$  – domen ograničen elipsom  $C_{exp}$  (sl. 6.18),  $\gamma_{v_z}$  – ugao između dvije ravni koje sadrže krive  $C_{exp}$  i  $C_v$  (sl. 6.18),  $\underline{x}$ ,  $\underline{y}$  – koordinate u ravni krive  $C_{exp}$  (sl. 6.18),  $C_{exp}$  – elipsa koja razdvaja prednji (izloženi) dio elipsoida od njegovog zadnjeg dijela, u odnosu na vektor brzine (sl. 6.71).

Kako bi se izvršila procjena aerodinamičkih sile i momenata prema opisanom fizikalnom modelu, napisan je program u MatLab-u koji je dat u Dodatku 3 [253].

Predstavljeni model za procjenu aerodinamičke sile i momenta predstavlja važan iskorak ka modeliranju koje ne zahtijeva numeričke simulacije za procjenu aerodinamičke sile i momenta. Korištenjem ovog modela, u spremi sa modelom za procjenu projektovane površine tijela (poglavlje 6.2), putanja fragmenata se može procjeniti na jednostavniji način (u odnosu na proračun u CFD programima), jer se sila i moment mogu procijeniti u proizvoljnem vremenskom trenutku.

Sa razvijenim modelom za procjenu sile i momenta se traženi parametri dobijaju u roku od nekoliko sekundi, dok se upotrebom numeričkih simulacija za procjenu vrijednosti aerodinamičke sile i momenta treba čekati više od 10h (u našem slučaju radi se o računaru relativno dobrih karakteristika: AMD Ryzen 7 sa 8 jezgri (i 8 logičkih jezgri) pri 3Ghz, 16 GB RAM i grafička kartica Radeon RX 580 sa 36 proračunskih jedinica i 8GB GDDR5 memorijom).

### 6.3.2 Korekcija modelirane aerodinamičke sile u odnosu na stišljivost

U poglavljiju 6.3.1 prikazani model za procjenu aerodinamičke sile opisuje promjenu količine kretanja fluida u okolini fragmenta. Energija koja se "potroši" na pokretanje fluida (vazduha) se direktno preuzima iz kinetičke energije fragmenta. Pored energije koja se "troši" na kretanje fluida, jedan dio kinetičke energije fragmenta se koristi za kompresiju vazduha neposredno ispred fragmenta. Ukoliko se pretpostavi adijabatska promjena stanja gasa pri ovoj kompresiji, onda se rad, utrošen na ovu kompresiju, direktno pretvara u unutrašnju energiju kroz zagrijavanje gasa (vazduha), prema I. zakonu termodinamike. Nakon prolaska fragmenta, ova energija, koja je izvorno bila u formi kinetičke energije fragmenta, disipira se u okolini vazduha.

Ideja je da se, po analogiji kompresije opruge (sl. 6.20), mehanički rad kompresije vazduha po jedinici mase vazduha (specifični rad) izračuna tako da se odredi jedna veličina stanja (npr.

pritisak) i pretpostavi adijabatska promjena stanja gasa (s obzirom da se radi o iznimno brzom procesu u odnosu na prenos toplice). Pritisak se može estimirati za svaku tačku neposredno u blizini površine fragmenta na osnovu prethodnog modela i iskoristiti da se odredi specifična zapremina (prema jednačini adijabatske promjene), odnosno da se odredi veličina kompresije vazduha na tom mjestu. Na taj način može se odrediti specifični rad adijabatske kompresije.

Razmatrajući ovaj specifični rad u jedinici vremena i integrišući isti u domenu poremećenog vazduha ispred fragmenta, moguće je odrediti ekvivalentnu korekciju aerodinamičke sile  $\bar{F}_{kor}$  koja će disipirati isti iznos mehaničke (kinetičke) energije fragmenta. Za ovu vrijednost (korigovane) sile će se povećati ukupna aerodinamička sila, uslijed stišljivosti vazduha.

### 6.3.2.1 Rad pri adijabatskom procesu

Specifični rad (po jedinici mase) je definisan kao:

$$W' = \int_{v_{s1}}^{v_{s2}} pdv_s, \quad (6.94)$$

gdje je  $p$  pritisak, a  $v_s$  je specifična zapremina gasa. Ako se u izrazu (6.94) iskoristi jednačina  $pv_s^\gamma = p_1v_{s1}^\gamma = p_2v_{s2}^\gamma = C = konst$  za adijabatski proces ( $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$  za vazduh), onda se dobija:

$$W' = C \int_{v_{s1}}^{v_{s2}} v_s^{-\gamma} dv_s = \frac{C}{1-\gamma} v_s^{1-\gamma} \Big|_{v_{s1}}^{v_{s2}} = \frac{C}{1-\gamma} (v_{s2}^{1-\gamma} - v_{s1}^{1-\gamma}), \quad (\text{rad po kg vazduha}) \quad (6.95)$$

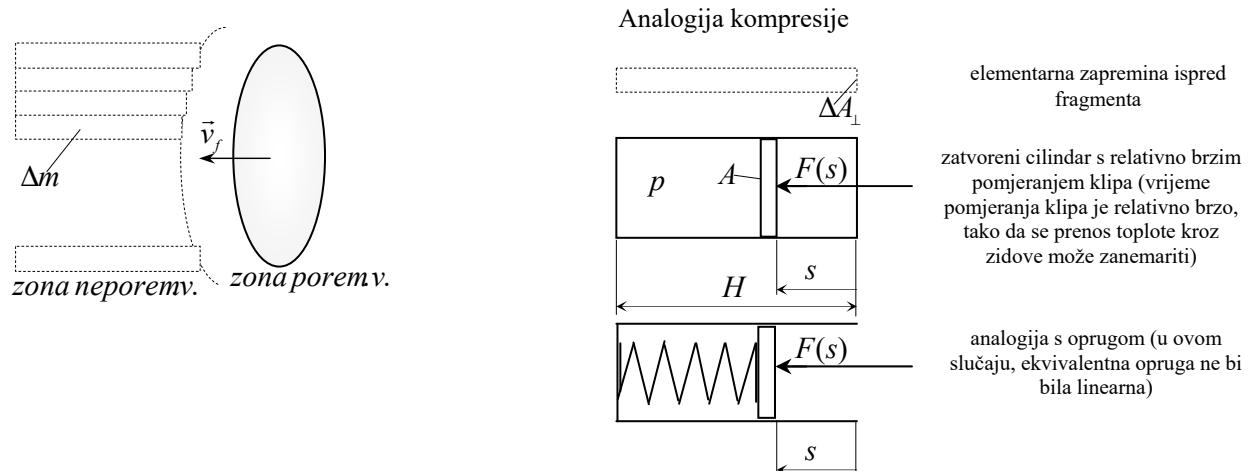
gdje se indeks "1" odnosi na stanje neporemećenog (toka) zraka, a "2" na stanje u blizini površine pri nailasku fragmenta relativno visokim brzinama. Treba napomenuti da izraz  $pv_s^\gamma = konst$  predstavlja jedan od oblika energetske jednačine za izentropski proces [157, 172].

### 6.3.2.2 Disipacija energije i ekvivalentna korektivna aerodinamička sila

Razmotrimo elementarnu masu fluida ispred fragmenta (u kontrolnoj zapremini u obliku nekružnog cilindra, čija je osa u pravcu vektora brzine), koja je još u stanju "1":

$$\Delta m = \rho_1 \Delta A_\perp \Delta L = \rho_1 \Delta A_\perp v_f \Delta t, \quad (6.96)$$

gdje su:  $\Delta A_\perp$  - element površine fragmenta projiciran na ravan okomitu na pravac vektora brzine centra inercije fragmenta,  $\Delta L$  - elementarna dužina koju fragment pređe za vremenski inkrement  $\Delta t$ ,  $v_f$  - brzina centra inercije fragmenta, a  $\rho_1$  - gustina neporemećenog vazduha ( $\rho_1 = v_{s1}^{-1}$ ).



Sl. 6.20 Analogija kompresije vazduha

Rad klipa u navedenom slučaju je:

$$W = \int_{s_0}^s F(s) ds = \int_{s_0}^s p(s) A ds, \quad (6.97)$$

a analogno tome rad kompresije, izvršen na elementarnoj zapremini (u kojoj se nalazi elementarna masa vazduha  $\Delta m$ ) ispred fragmenta je:

$$W_{\Delta m}^{komp.} = W' \Delta m = \frac{C}{1-\gamma} (v_{s2}^{1-\gamma} - v_{s1}^{1-\gamma}) \rho_1 \Delta A \Delta v_f \Delta t, \quad (6.98)$$

dok je ukupni rad kompresije u intervalu  $\Delta t$ :

$$W_{\Delta t} = \frac{C \rho_1}{1-\gamma} v_f \Delta t \int_{A_p} (v_{s2}^{1-\gamma} - v_{s1}^{1-\gamma}) dA = \frac{p_1 v_{s1}^\gamma \rho_1}{1-\gamma} v_f \Delta t \int_{A_p} (v_{s2}^{1-\gamma} - v_{s1}^{1-\gamma}) dA = \frac{p_1 v_{s1}^{\gamma-1}}{1-\gamma} v_f \Delta t \int_{A_p} (v_{s2}^{1-\gamma} - v_{s1}^{1-\gamma}) dA \quad (6.99)$$

Srednja snaga koja odgovara ovoj kompresiji na intervalu  $\Delta t$  je

$$P_{komp.} = \frac{1}{\Delta t} |W_{\Delta t}| = \left| \frac{p_1 v_{s1}^{\gamma-1}}{1-\gamma} v_f \int_{A_p} (v_{s2}^{1-\gamma} - v_{s1}^{1-\gamma}) dA \right| \quad (6.100)$$

S druge strane, koristeći ekvivalentnu silu koja bi proizvela ovaj rad kompresije:

$$P_{komp.} = |\vec{F}_{kor} \cdot \vec{v}_f| = |-F_{kor} v_f| = F_{kor} v_f \quad (6.101)$$

Iz (6.100) i (6.101) se dobija:

$$F_{kor} = \left| \frac{p_1 v_{s1}^{\gamma-1}}{1-\gamma} \int_{A_p} (v_{s2}^{1-\gamma} - v_{s1}^{1-\gamma}) dA \right|, \quad (6.102)$$

gdje je stanje "1" - stanje neporemećenog vazduha (prije nego što je fragment naišao), a  $A_p$  - projekcija površine fragmenta na ravan okomitu na pravac brzine centra inercije fragmenta  $\vec{v}_f$ .

Ovdje treba napomenuti da su  $v_{s1}$  i  $p_1$  konstante u odnosu na navedenu integraciju po površini, dok  $v_{s2}$  varira kao funkcija prostornih koordinata. Također, treba napomenuti da se pritisci u ovoj analizi računaju kao absolutni pritisci.

Ako se iskoristi jednačina adijabatske promjene stanja gasa  $p_1 v_{s1}^\gamma = p_2 v_{s2}^\gamma$ , odnosno:

$$v_{s2} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} v_{s1}, \quad (6.103)$$

onda (6.102) postaje

$$F_{kor} = \left| \frac{p_1 v_{s1}^{\gamma-1} v_{s1}^{1-\gamma}}{1-\gamma} \int_{A_p} \left( \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right) dA \right| = \left| \frac{p_1}{1-\gamma} \int_{A_p} \left( \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right) dA \right|, \quad (6.104)$$

odnosno

$$F_{kor} = \frac{1}{\gamma-1} \int_{A_p} \frac{p_2^{\frac{1}{\gamma}} \frac{p_1}{p_2} - p_1^{\frac{1}{\gamma}}}{p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} dA, \quad (6.105)$$

gdje je  $p_1$  - pritisak neporemećenog vazduha ( $p_1 = p_0 = 101325$  Pa, pri temperaturi  $T = 15^\circ C$ ), a  $p_2$  - lokalni varijabilni pritisak (u absolutnom iznosu) uz površinu fragmenta (koji se dobije na osnovu sile iz izraza 6.83).

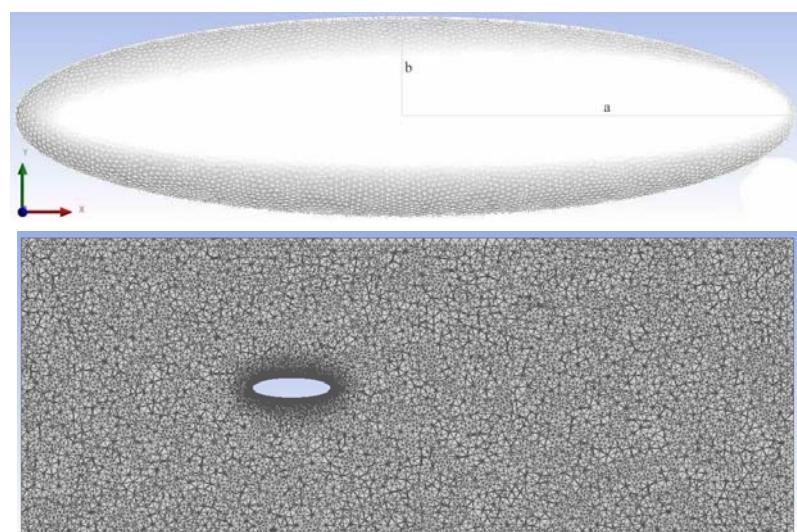
Ukupna aerodinamička sila koja djeluje na fragment nakon korekcije jednaka je vektorskom zbiru sile dobivene na osnovu prethodno opisanog modela (baziranog na promjeni količine kretanja fluidnih elemenata) i korektivne sile (6.105) dobivene na osnovu koncepta gubitka kinetičke energije uslijed kompresije:  $\vec{F}_{uk} = \vec{F}_w + \vec{F}_{kor}$ .

### 6.3.3 Verifikacija generalizovanog modela za procjenu aerodinamičke sile

Analiza rezultata i upoređivanje sa rezultatima dobijenim simulacijom (korištenjem CFD softvera) pokazuju da navedeni način korekcije značajno reducira relativnu grešku modeliranja aerodinamičke sile u relevantnom području relativno visokih brzina fragmenta kad je izražena kompresija vazduha. Model je verificiran koristeći podatke za aerodinamičku silu, dobijenu numeričkim simulacijama (sl. 6.21) opstrujavanja vazduha oko troosnog elipsoida. Poluose elipsoida sa kojim je vršena verifikacija modela su bile:  $a = 0,034\text{m}$ ,  $b = 0,00865\text{m}$  i  $c = 0,006\text{m}$ . Ove dimenzije elipsoida odabrane su jer je i fragment sa kojim su vršene numeričke simulacije bio sličnih dimenzija. Na taj način mogu se međusobno komparirati tražene veličine budući da elipsoid predstavlja aproksimaciju oblika fragmenta.

Na sl. 6.21. dat je i prikaz numeričke mreže oko elipsoida oko kojeg je u numeričkim simulacijama vršeno nastrujavanje vazduha. Postupak numeričkih simulacija opstrujavanja vazduha oko elipsoida sastojao se iz slijedećeg:

- Digitalizacija modela elipsoida (CAD model u Solidworks-u i eksportovan u Fluent).
- Diskretizacija prostornog domena (nestrukturirana mreža sa oko 1,5 miliona poliedarskih elemenata, posebno usitnjena oko elipsoida, sl. 6.21).
- Karakterizacija materijala (vazduh definisan kao homogeni, izotropni, idealni gas).
- Definisanje početnih uslova (urađene su simulacije za dva slučaja nastrujavanja: vektor brzine bio je usmjeren u smjeru osa  $y$  i  $z$  koordinatnog sistema, respektivno (sl. 6.21). Koordinatni sistem, kao i na sl. 6.7, je sistem koji koristi fluent i treba obratiti pažnju na ose kada se rezultati porede sa fizikalnim modelom. Urađene su simulacije za brzine nastrujavanja: 1, 1.2, 1.3, 1.5, 2, 3 i 4 Ma. Brzine od 3 i 4 Ma korespondiraju sa početnim brzinama fragmenata kod HE projektila koji se istražuju. Najznačajniji u analizi je opseg brzina od 1,5 do 3 Ma jer je to red brzina koji se očekuje kod fragmenata na dometima do 30m (udaljenosti značajne sa stajališta procjene smrtonsne zone).
- Definisanje graničnih uslova (Pritisak na granicama domena/Pressure farfield, Nema klizanja/No slip), Zid/The Wall).
- Odabir solvera i definisanje fizikalnog modela (korišten solver baziran na gustini i Spalart-Allmaras model turbulencije).
- Procjena aerodinamičkih sila koji djeluju na elipsoid (u postprocesoru Fluentu).



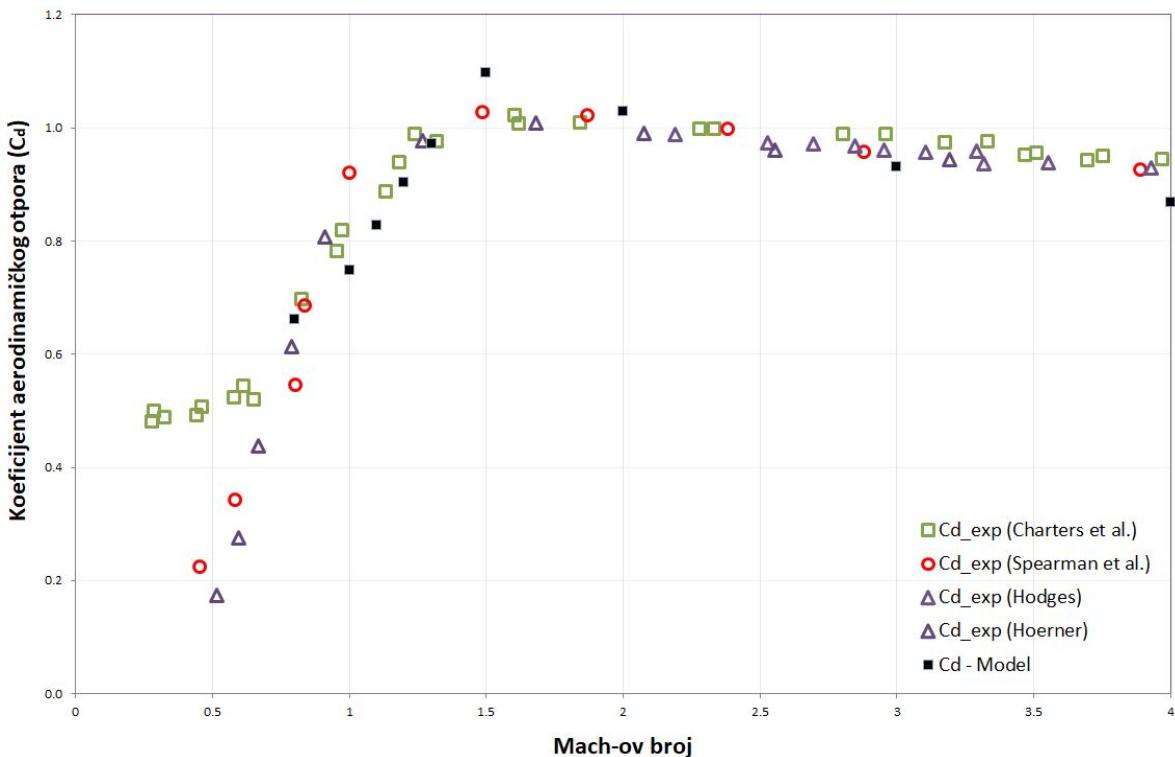
Sl. 6.21 Numerička mreža oko elipsoida

U tabeli 6.3 prikazana je komparacija rezultata za aerodinamičku silu koja djeluje na elipsoid (sl. 6.21), dobijenih numeričkim simulacijama u Ansys Fluentu sa rezultatima za aerodinamičku silu dobijenih koristeći model za procjenu aerodinamičke sile razvijen u okviru rada. Rezultati u tabeli 6.3 pokazuju da nema velikog odstupanja (rel. razlike od 10,9% do 13,8% za strujanje u pravcu  $y$  ose, i od 1,1% do 10,6% za strujanje u pravcu  $z$  ose) vrijednosti sile dobijenih numeričkim simulacijama u odnosu na vrijednosti sile dobijene koristeći fizikalni model.

*Tabela 6.3 Komparacija rezultata za aerodinamičku silu koja djeluje na elipsoid, dobijenih numeričkim simulacijama i razvijenim modelom*

Brzina (Ma)	<i>Elipsoid</i>					
	Strujanje u pravcu $y$ ose			Strujanje u pravcu $z$ ose		
	F_model (N)	F_sim (N)	rel. razl. (%)	F_model (N)	F_sim (N)	rel. razl. (%)
1	58,38	64,88	11,14	108,26	97,86	10,62
1,2	81,89	93,04	13,61	152,55	145,33	4,97
1,3	94,86	107,93	13,79	177,12	171,10	3,52
1,5	123,08	139,08	13,00	230,94	226,17	2,11
2	206,29	228,84	10,93	391,62	382,33	2,44
3	423,78	471,73	11,32	820,49	811,47	1,11
4	707,68	803,91	13,60	1390,43	1420,22	2,14

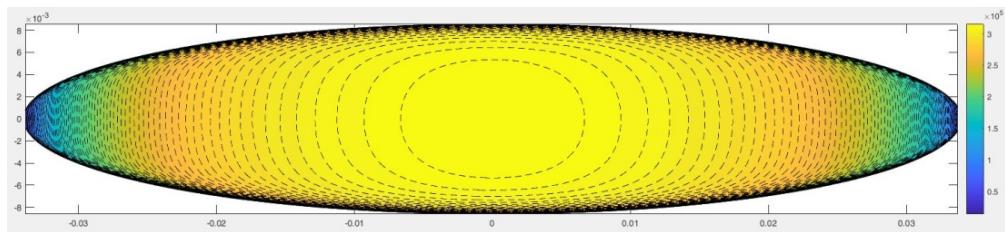
Za validaciju modela izvršena je komparacija eksperimentalnih vrijednosti  $[261,262,227] C_D$  za sferu sa rezultatima dobijenim modelom razvijenim u radu (sl. 6.22). Korištena je sfera jer je kod nje lako odrediti projekciju izložene površine, a za nju su dostupni i eksp. podaci. Koeficijent otpora  $C_D$  u modelu je određen preko aerodinamičke sile, gustine vazduha, brzine tijela i izložene površine (izraz 4.28). Rezultati pokazuju dobro slaganje razvijenog modela sa eksperimentima, pri čemu su relativne razlike između eksperimentalnih podataka i razvijenog modela za procjenu aerodinamičke sile koji uzima u obzir stišljivost vazduha bile ispod 10%.



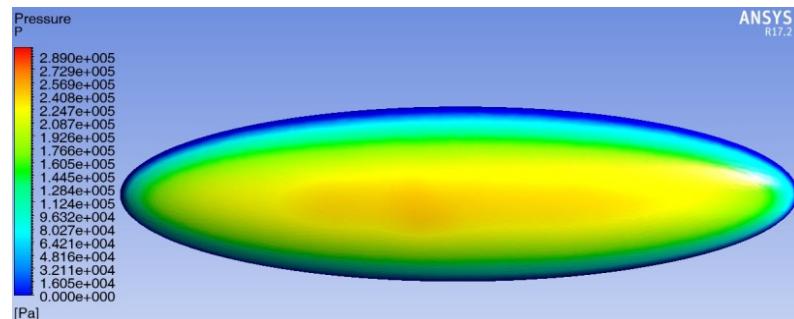
*Sl. 6.22 Komparacija eksperimentalnih vrijednosti  $[261,262,227] C_D$  za sferu sa rezultatima dobijenim koristeći model za procjenu aerodinamičke sile razvijen u okviru rada*

Na slikama 6.22b i 6.22c je dat raspored pritiska na elipsoidu (model razvijen u radu i rezultati iz numeričke simulacije, za  $Ma = 1,5$ ). Statički pritisak, prikazan na ovim slikama, je određen indirektno, na osnovu određivanja elementarne aerodinamičke sile po površini modela fragmenta. Elementarna aerodinamička sila se, kao što je rečeno, dobije na osnovu promjene količine kretanja strujnica fluida, koja se koriguje na osnovu efekata stišljivosti (i posljedično udarnog talasa), na bazi energetske jednačine odnosno utroška energije na kompresiju lokalnog fluida u blizini površi fragmenta. Pri tome se smatra da je ovaj proces relativno brz, tako da nema dovoljno vremena za prenos topote, pa se koristi jednačina adijabatskog (izentropskog) procesa. Zatim se projekcija ove elementarne aerodinamičke sile dijeli sa projekcijom površine (u pravcu relativne brzine) na koju djeluje.

Sa sl. 6.22b se vidi da pritisak (dobijen u razvijenom modelu) nije konstantan po površini tijela za određenu brzinu nastrujavanja, slično kao i kod numeričke simulacije (sl. 6.22c). Opseg vrijednosti nadpritisaka sličan je za oba slučaja (nadpritisak je u ovom slučaju do 3 bar, rezultat koji se dobije i primjenom analitičkog 1D modela za procjenu parametara udarnih talasa<sup>[157]</sup>).

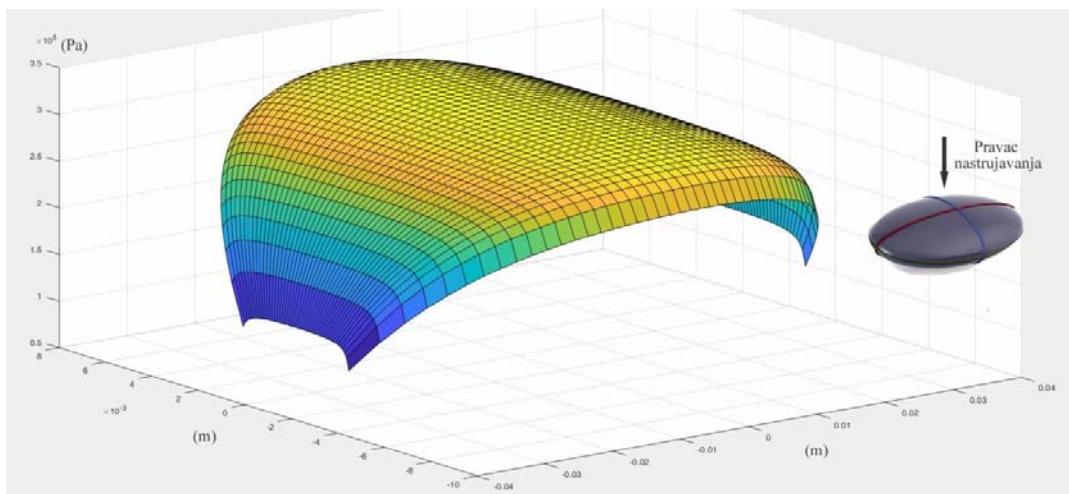


Sl. 6.22b Raspored pritiska po elipsoidu za  $Ma = 1,5$  (razvijeni model, MatLab)

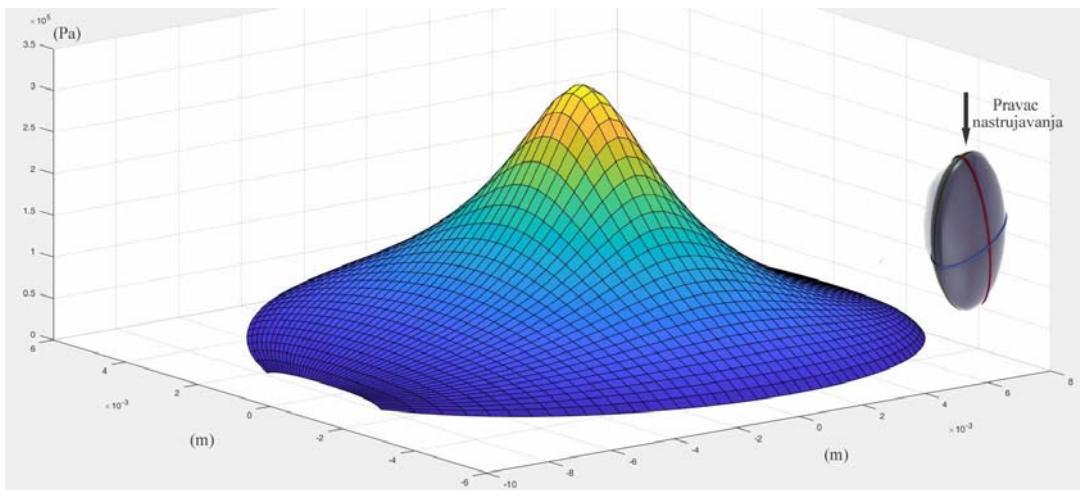


Sl. 6.22c Raspored pritiska po elipsoidu za  $Ma = 1,5$  (numerička simulacija, Fluent)

Na slikama 6.22d i 6.22e je dat i površinski plot pritiska (MatLab) po elipsoidu na osnovu razvijenog modela, za dva slučaja nastrujavanja (okomito na najdužu osu i paralelno sa najdužom osom tijela), pri  $1,5 \text{ Ma}$ . Osa  $z$  na slikama predstavlja vrijednost nadpritisaka.



Sl. 6.22d Površinski plot pritiska po elipsoidu, za nastrujavanje okomito na najdužu osu tijela ( $Ma = 1,5$ )



Sl. 6.22e Površinski plot  $P$  po elipsoidu (nastrujavanje paralelno sa najdužom osom;  $Ma = 1,5$ )

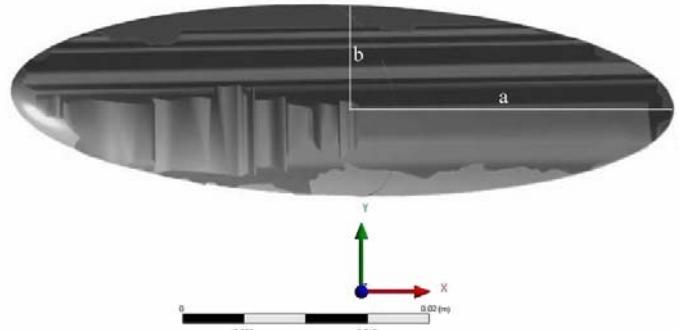
Zona podpritisaka iza fragmenta nije uzeta u obzir u modelu jer se pretpostavlja da varijacije pritiska iza fragmenta ne utiču u značajnoj mjeri na ukupnu aerodinamičku silu za navedeni slučaj leta fragmenta na relativno kratkim distancama do udara u prepreku, iz slijedećih razloga:

- ovaj podpritisak čini mali udio u ukupnoj distribuciji pritiska (podpritisak/rel. pritisak iza fragmenta može biti maksimalno do 1 bar, što je zanemarivo u odnosu na visoke vrijednosti pritiska na čeonoj površini (uobičajeno za red veličine veći; npr. kod 3 Ma pritisak ispred tijela je oko 11bar - pa je maks. rel. razlika između pritisaka < 10%).
- Obzirom da se računa ukupna aerodinamička sila, uzimanje u obzir ovog podpritisaka iza fragmenta ne može uticati u značajnoj mjeri na ukupni iznos aerodinamičke sile, kao integral elementarnih sila uslijed pritiska.
- Takođe, nas najviše interesuju kretanja fragmenta u intervalu do 50m od centra eksplozije, na kojima se javljaju izrazito visoke brzine i aerodinamičke sile, gdje se zadržava dominantnost čeonih statičkih pritisaka u odnosu na podpritiske iza fragmenta.

### 6.3.4 Primjena generalizovanog modela za procjenu aerodinamičke sile na fragment

Nakon uspješne verifikacije modela (na elipsoidu), rezultati modela za procjenu aerodinamičke sile su se komparirali i sa rezultatima dobijenim numeričkim simulacijama za aerodinamičke sile koje djeluju na fragment nepravilnog oblika.

Nastrujavanje je vršeno u pozitivnom i negativnom smjeru ose  $z$  (izložena površina u pravcu  $z$  ose je najveća), kao i u pozitivnom i negativnom smjeru ose  $y$  (sl. 6.23).



Sl. 6.23 Fragment aproksimiran elipsoidom

Strujanje u pozitivnom smjeru  $y$  ose (tabela 6.4) odgovara orientaciji fragmenta od  $0^\circ$  u num. simulacijama iz poglavlja 4 (dodatak 7), a simulacije u pravcu  $z$  ose (tabela 6.4) su dodatne num. simulacije koje su izvršene u svrhu verifikacije ovog modela.

U tabeli 6.4 dati su rezultati komparacije vrijednosti sila dobijenih numeričkim simulacijama (metodologija je već predstavljena detaljno u poglavlju 4.3.3) i razvijenim fizikalnim modelom u radu.

Rezultati (tabela 6.4) pokazuju da za fragment nema velikog odstupanja za strujanje prema većoj izloženoj površini (rel. razlike 5,3% - 10,86% za strujanje u poz. smjeru  $z$  ose, i od 10,94% -

23,6% u neg. smjeru  $z$  ose) vrijednosti sila dobijenih simulacijama u odnosu na vrijednosti dobijene koristeći model. U slučaju strujanja prema manjoj izl. površini (u pravcu ose  $y$ , tabela 6.4), slaganja su nešto slabija (primjetiti da za različite smjerove strujanja, čak i u pravcu iste ose, rezultati mogu biti drugačiji), sa rel. razlikama reda 23,3 - 59,6%.

Ova odstupanja rezultata (za fragment) bi se u budućem radu mogla korigovati uzimanjem u obzir udarnih talasa kao zasebnog fenomena u razvijenom modelu, kao i razmatranjem trenja (to bi bilo opravdano jer su sile koje se dobijaju razvijenim modelom (model glatke površne elipsoida) ustvari teoretski minimum). Takođe, fizikalni model se može poboljšati i razmatranjem efekata podprtitska koji se javlja na (zadnjoj) površini fragmenta, a koja nije izložena struji vazduha.

Slijedeća korekcija modela može se napraviti uvođenjem u model faktora oblika fragmenta (svaki fragment ima drugačiji oblik), za što je potreban 3D skener.

*Tabela 6.4 Komparacija rezultata za aerodinamičku силу која дјељује на fragment, добијених numeričkim simulacijama i razvijenim modelom*

	Fragment					
	Strujanje u pravcu $y$ ose			Strujanje u pravcu $z$ ose		
Brzina (Ma)	F_model (N)	F_sim (N)	rel. razl. (%)	F_model (N)	F_sim (N)	rel. razl. (%)
1	58,38	82,33	41,02	108,26	113,95	5,25
1,2	81,89	118,65	44,89	152,55	166,15	8,92
1,3	94,86	138,30	45,79	177,12	194,48	9,80
1,5	123,08	179,67	45,98	230,94	255,12	10,47
2	206,29	302,30	46,54	391,62	432,21	10,37
3	423,78	641,11	51,28	820,49	904,52	10,24
4	707,68	1129,30	59,58	1390,43	1541,46	10,86
Brzina (Ma)	Strujanje u pravcu $-y$ ose			Strujanje u pravcu $-z$ ose		
	F_model (N)	F_sim (N)	rel. razl. (%)	F_model (N)	F_sim (N)	rel. razl. (%)
1	58,38	71,98	23,30	108,26	120,09	10,94
1,2	81,89	105,11	28,36	152,55	174,34	14,28
1,3	94,86	123,31	29,99	177,12	204,83	15,65
1,5	123,08	159,99	29,98	230,94	271,26	17,46
2	206,29	265,27	28,59	391,62	462,37	18,07
3	423,78	524,68	23,81	820,49	982,39	19,73
4	707,68	890,58	25,85	1390,43	1718,36	23,58

Obzirom na relativnu jednostavnost modela i veći broj usvojenih prepostavki, razvijeni model za proračun sile je u ovom trenutku zadovoljavajući.

Prednost modela za procjenu sile i momenata je mogućnost generalizacije identifikacijom parametara fragmenta ( $a, b, c$  poluose, tj. geometrijski odnosi  $a/b, a/c$ ), i općenito generalizacija dinamike leta proizvoljnog fragmenta, a što nije moguće uraditi kroz pristup numeričkim simulacijama bez obzira na njihovu veću tačnost.

U toku izrade rada nisu bili dostupni rezultati drugih modela (od stranih autora) za procjenu aerodinamičkih sila, kako bi se mogli uporediti sa rezultatima modela iz disertacije.

Razvijeni model za procjenu aerodinamičke sile i momenta koristiće se u radu za predviđanje elemenata putanje fragmenata.

## 6.4 Generalizovani (6DOF) model za procjenu elemenata putanje fragmenata

### 6.4.1 Uvod

Predviđanje kretanja fragmenata, nastalih detonacijom projektila, važno je za procjenu radiusa zone efikasnosti, za procjenu gustine fragmenata, kao i za estimaciju dometa fragmenata potrebnog za proračun sigurne udaljenosti. U poglavlju 2.6 dat je kratak prikaz dosadašnjih (dostupnih) istraživanja iz oblasti mehanike leta fragmenata nepravilnih oblika.

Pomoću modela, razvijenog u okviru rada, mogu se modelirati parametri koji igraju bitnu ulogu pri kretanju fragmenata kroz atmosferu. To znači da se osnovni parametri (u ovom slučaju dimenzije fragmenta) mogu proizvoljno mijenjati u početnom dijelu analize i na osnovu njihovih vrijednosti i vrijednosti početnih kinematskih parametara (početne brzine, položaj, orijentacija), može se odrediti putanja (i ostali parametri: brzine, orijentacija) fragmenata za relativno kratko vrijeme.

Pregledom dostupne literature ustanovljeno je da trenutno ne postoji (ili je javno nedostupan) adekvatan model mehanike leta fragmenata nepravilnog oblika kojim se precizno proračunava kretanja centra mase, i određuje orijentacija tijela u svakom trenutku kretanja na osnovu vrijednosti aerodinamičkih sila i momenata koji djeluju na njega.

Neki javno dostupni modeli baziraju se na statističkim metodama, pravдавajući to uproštenje na različite načine. Ali statistička metoda ne može dati preciznije rezultate već u najboljem slučaju samo ukazati na određeni trend. Uz to se u istraživanjima aerodinamički koeficijenti ili određuju analitički za proizvoljnu orijentaciju<sup>[242]</sup> ili se prepostavljaju konstantnim<sup>[20,116,124,147,257,188]</sup> ili se koristi jedna eksp. kriva.

U modelu koji je razvijen, s druge strane, uopšte nema potrebe za aerodinamičkim koeficijentima (preko kojih se u drugim modelima određuju sila i momenti potrebni za proračun trajektorije) jer se sila i moment određuju zasebnim fizikalnim modelom (predstavljen u poglavlju 6.3). Upotreba koeficijenata otpora je u ovom slučaju svakako suvišna jer je fragment stohastičnog oblika i prevrće se tokom svog leta, pa je nemoguće poznavati vrijednost ovih koeficijenata u svakom trenutku kretanja i za sve moguće orijentacije fragmenta tokom leta kroz vazduh.

Treća stvar koja je problematična u dosadašnjim (dostupnim) modelima dinamike leta fragmenata je procjena vrijednosti referentne površine koja je potrebna za proračun sile. I ovdje se često uvodi statistička metoda<sup>[19,242,249]</sup>, pojednostavljajući model i time smanjujući njegovu tačnost. U našem modelu, s druge strane, projekcija izložene površine fragmenta se određuje precizno za svaku orijentaciju fragmenta u prostoru (fizikalni model opisan je detaljno u poglavlju 6.2). S tim u vezi, generalizovani model za procjenu elemenata putanje fragmenata, razvijen u ovom radu, predstavlja iskorak u procjeni parametara terminalne balistike HE projektila (specifično mehanike leta fragmenata) i boljem razumijevanju ove kompleksne fenomenologije.

### 6.4.2 Fizikalni model

Kretanje fragmenta je kompleksno i predstavlja opći slučaj kretanja slobodnog tijela. Opće kretanje slobodnog krutog tijela definiše se kao kretanje pri kome se tijelo može bilo kako pomjerati u prostoru.

Generalno, određivanje položaja tijela pri općem kretanju svodi se na određivanje položaja pokretnog koordinatnog sistema (čvrsto vezanim za pokretno tijelo) u odnosu na nepokretni (inercijalni) sistem referencije vezan za Zemlju.

Položaj tijela pri kretanju u odnosu na referentni koordinatni sistem određen je preko tri ugla ( $\psi, \theta, \phi$ ), i tri koordinate ( $x, y, z$ ) koje definišu položaj tijela u odnosu na dati sistem. Na taj način položaj pokretnog koordinatnog sistema u odnosu na nepokretni sistem referencije određen je sa šest koordinata.

Broj stepeni slobode kretanja materijalnog sistema je broj nezavisno promjenljivih koordinata koje potpuno određuju položaj svih tačaka tog sistema u prostoru. To znači da slobodno tijelo koje vrši opće kretanje ima šest stepeni slobode, tj. može da vrši šest nezavisnih kretanja, tri translacije duž osa nepokretnog koordinatnog sistema i tri nezavisne rotacije određene uglovima ( $\psi, \theta, \varphi$ ) pomicnog koordinatnog sistema. Konačne jednačine opštег kretanja slobodnog krutog tijela ili zakon opštег kretanja slobodnog krutog tijela generalno imaju slijedeći oblik:

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t) \quad (6.106)$$

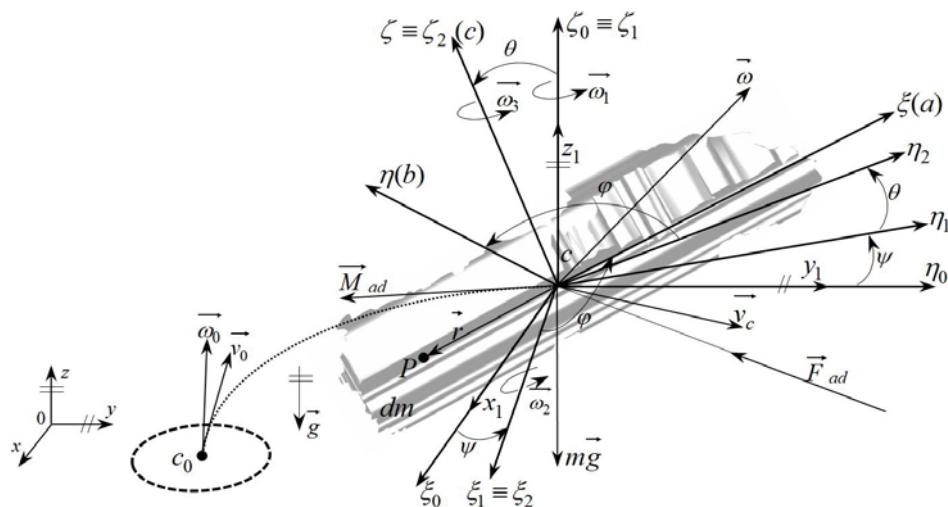
$$\psi = \psi(t) \quad \theta = \theta(t) \quad \varphi = \varphi(t) \quad (6.107)$$

Tri jednačine iz izraza (6.106) određuju translaciju centra mase tijela (fragmenta), dok zadnje tri jednačine iz izraza (6.107) određuju sferno kretanje oko centra mase tijela nepravilnog oblika (uglovi ( $\psi, \theta, \varphi$ ) pomicnog koordinatnog sistema). Pri kretanju slobodnog tijela svih šest općih koordinata mijenjaju se u funkciji vremena.

U razvijenom modelu kretanja fragmenta kroz atmosferu usvajaju se slijedeće pretpostavke:

- Fragment je kruto tijelo (veličina i oblik fragmenta ne mijenjaju se tokom vremena).
- Inercijalni (nepokretni) koordinatni sistem vezan je za Zemlju.
- Aerodinamička sila i moment koji djeluju na fragment određuju se na osnovu modela predstavljenog u poglavljju 6.3, gdje je fragment aproksimiran tro-osnim elipsoidom.
- Projekcija izložene površina fragmenta se određuje po metodologiji opisanoj u poglavljju 6.2, pri čemu je fragment aproksimiran troosnim elipsoidom sa poluosama  $a, b$  i  $c$ .
- Pokretni koordinatni sistem nalazi se u centru mase fragmenta (sl. 6.28) i njegove ose definisane su tako da se podudaraju sa glavnim osama inercije. Generalno, uvijek se može odrediti orientacija koordinatnog sistema vezanog za tijelo pri kojoj će centrifugalni momenti inercije biti nula. U tom slučaju tri međusobno okomite ose nazivaju se glavne ose inercije, a odgovarajući momenti inercije su glavni momenti inercije. Budući da fragment HE projektila nije simetrično već tijelo stohastičnog, nepravilnog oblika, koordinatni sistem kruto vezan za fragment u njegovom centru mase definisan je tako da se njegove ose podudaraju sa glavnim težišnim osama inercije za koje su centrifugalni momenti inercije jednakci nuli.

Na sl. 6.28 prikazani su shematski koordinatni sistem vezan za zemlju ( $xyz$ ) i pokretni sistem vezan za fragment ( $\xi\eta\zeta$ ) koji se kreće. Na slici su dati i vektori ukupne aerodinamičke sile  $\vec{F}_{ad}$  i momenta  $\vec{M}_{ad}$ , sile gravitacije  $\vec{mg}$ , kao i vektori ugaone brzine  $\vec{\omega}$  u početnom i u proizvoljnem trenutku, te uglovi:  $\psi$  (ugao precesije),  $\theta$  (ugao nutacije) i  $\varphi$  (ugao sopstvene rotacije). Ovi uglovi određuju sferno kretanje oko centra mase tijela, tj. definišu položaj tijela u odnosu na referentni koordinatni sistem vezan za Zemlju, u svakom trenutku kretanja.



Sl. 6.28 Koordinatni sistemi, te dinamički i kinematski parametri kod kretanja fragmenta

Diferencijalne jednačine translatorne komponente kretanja u koordinatnom sistemu kruto vezanom za tijelo čije kretanje se razmatra u općem slučaju se postavljaju korištenjem zakona o kretanju centra mase tijela:

$$m\vec{a}_c = m \frac{d\vec{V}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i , \quad (6.108)$$

gdje su:  $\vec{F}_i$  - spoljašnje sile, m - masa tijela,  $\vec{a}$  i  $\vec{V}$  ubrzanje i brzina centra mase tijela.

Od spoljašnjih sila na fragment djeluju aerodinamička sila i sila gravitacije, pa se prethodni izraz može predstaviti kao:

$$m\vec{a}_c = \vec{F}_{ad} + m\vec{g} \quad (6.109)$$

Diferencijalne jednačine obrtanja tijela oko centra mase dobijaju se korištenjem zakona o promjeni momenta količine kretanja:

$$\frac{d\vec{L}_c}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i \quad (6.110)$$

Ovdje je  $\vec{M}$  - vektor momenta sile, a  $\vec{L}$  - vektor momenta količine kretanja u pokretnom koordinatnom sistemu vezanim za tijelo.

Prvo će se, na osnovu izraza (6.109), izvesti izrazi za ugaone brzine i uglove  $\psi$ ,  $\theta$  i  $\varphi$  koji definišu orijentaciju tijela u prostoru (u odnosu na nepokretni koordinatni sistem), a nakon toga će se izvesti i izrazi za određivanje translatorne brzine i koordinata tijela (trajektorije) u prostoru.

Na fragment djeluje aerodinamički moment  $\vec{M}_{ad}$ , pa se izraz (6.110) može napisati kao:

$$\frac{d\vec{L}_c}{dt} = \vec{M}_{ad} \quad (6.111)$$

Vektor momenta količine kretanja  $\vec{L}_c$  za masu m koja se nalazi na udaljenosti  $\vec{r}$  u odnosu na centar mase dat je izrazom:

$$\vec{L}_c = \int_m \left[ \vec{r} \times \vec{v} dm \right] \quad (6.112)$$

U izrazu (6.112)  $\vec{r}$  je radius vektor proizvoljne tačke na tijelu (tačka P na sl. 6.28):

$$\vec{r} = \vec{CP} = [\xi, \eta, \zeta]_{\xi\eta\zeta} \quad (6.113)$$

Kao što se vidi iz (6.113), vektor  $\vec{r}$  je dat preko koordinata pokretnog koordinatnog sistema  $0\xi\eta\zeta$  (sl. 6.28), kruto vezanog za fragment koji se kreće.

Vektor brzine iz izraza (6.112) može se predstaviti kao suma vektora brzine centra mase i vektora brzine oko centra mase za dato tijelo:

$$\vec{v} = \vec{v}_c + \vec{v}_p = \vec{v}_c + [\vec{\omega} \times \vec{r}] \quad (6.114)$$

Takođe, ugaonu brzinu (u dva koordinatna sistema, nepokretnom  $0xyz$  i pokretnom  $0\xi\eta\zeta$ ) možemo predstaviti preko izraza:

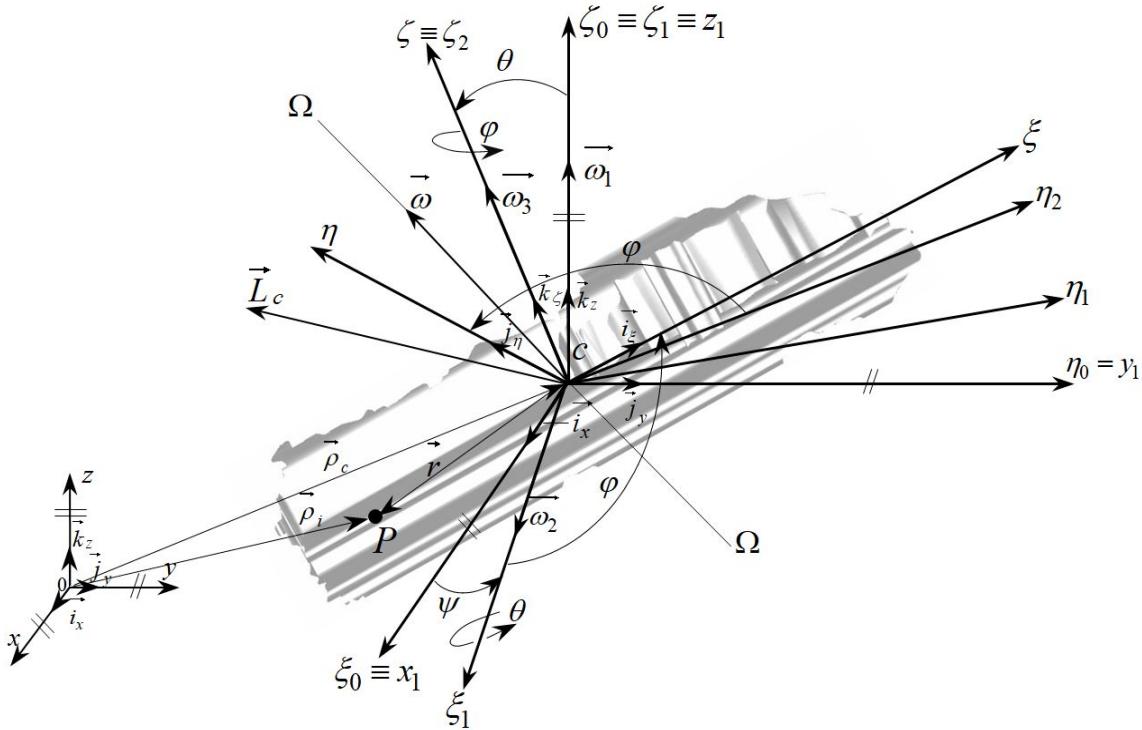
$$|\vec{\omega}| = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} = \sqrt{\omega_\xi^2 + \omega_\eta^2 + \omega_\zeta^2} \quad (6.115)$$

$$\vec{\omega} = \omega_x \vec{i}_x + \omega_y \vec{j}_y + \omega_z \vec{k}_z = \omega_\xi \vec{i}_\xi + \omega_\eta \vec{j}_\eta + \omega_\zeta \vec{k}_\zeta \quad (6.116)$$

Koristeći izraze (6.112) i (6.114) vrijedi:

$$\vec{L}_c = \int_m \left[ \vec{r} \times (\vec{v}_c + [\vec{\omega} \times \vec{r}]) \right] dm = \int_m \left[ \vec{r} \times \vec{v}_c \right] dm + \int_m \left[ \vec{r} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}] \right] dm \quad (6.117)$$

Na sl. 6.29 predstavljeni su kinematski parametri koji figuriraju u modelu. Na slici 6.29 figuriraju nepokretni koordinatni sistem vezan za Zemlju ( $0xyz$ ), kao i pokretni koordinatni sistem  $\theta\xi\eta\zeta$  kruto vezan za tijelo. Predstavljeni su i uglovi  $\psi$ ,  $\theta$  i  $\varphi$ , kao i komponente vektora ugaone brzine tijela. Trenutna obrtna osa tijela predstavljena je na sl. 6.29 kao  $\Omega-\Omega$ . Vektor momenta količine  $\vec{L}_c$  kretanja takođe je prikazan na slici.



Sl. 6.29 Shematski prikaz kinematskih parametara koji figuriraju u fizikalnom modelu

Prvi član na desnoj strani izraza (6.117) je jednak nuli:

$$\int_m [\vec{r} \times \vec{v}_c] dm = \sum_i (\vec{\rho}_i - \vec{\rho}_c) \times \vec{v}_c m_i = \sum_i (\vec{\rho}_i \times \vec{v}_c) m_i - \sum_i (\vec{\rho}_c \times \vec{v}_c) m_i = 0 \quad \text{jer je} \\ \sum_i (\vec{\rho}_i \times \vec{v}_c) m_i = \sum_i ((\vec{\rho}_i m_i) \times \vec{v}_c) = m \vec{\rho}_c \times \vec{v}_c \quad (6.118)$$

gdje su  $\vec{\rho}_i$  i  $\vec{\rho}_c$  radijus vektori tačke  $P$  i centra mase tijela  $C$  (sl. 6.29) respektivno, u odnosu na nepokretni koordinatni sistem  $0xyz$  vezan za tlo.

Budući da za pokretni koordinatni sistem  $\theta\xi\eta\zeta$  (sl. 6.29) važi:

$$[\vec{\omega} \times \vec{r}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_\xi & \omega_\eta & \omega_\zeta \\ \xi & \eta & \zeta \end{vmatrix} = (\zeta \omega_\eta - \eta \omega_\zeta) \vec{i} + (\xi \omega_\zeta - \zeta \omega_\xi) \vec{j} + (\eta \omega_\xi - \xi \omega_\eta) \vec{k}, \quad (6.119)$$

vrijedi:

$$[\vec{r} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}]] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \xi & \eta & \zeta \\ \zeta \omega_\eta - \eta \omega_\zeta & \xi \omega_\zeta - \zeta \omega_\xi & \eta \omega_\xi - \xi \omega_\eta \end{vmatrix} \quad (6.120)$$

Izraz (6.120) u razvijenom obliku je:

$$[\vec{r} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}]] = (\eta^2 \omega_\xi - \eta \xi \omega_\eta - \xi \zeta \omega_\zeta + \zeta^2 \omega_\xi) \vec{i}_\xi + (\zeta^2 \omega_\eta - \zeta \eta \omega_\zeta - \xi \eta \omega_\xi + \xi^2 \omega_\eta) \vec{j}_\eta + (\xi^2 \omega_\zeta - \xi \zeta \omega_\xi - \zeta \eta \omega_\eta + \eta^2 \omega_\zeta) \vec{k}_\zeta. \quad (6.121)$$

Može se napisati, na osnovu izraza (6.120):

$$\vec{L}_c = (I_\xi \omega_\xi - I_{\xi\eta} \omega_\eta - I_{\xi\zeta} \omega_\zeta) \vec{i}_\xi + (-I_{\xi\eta} \omega_\xi + I_\eta \omega_\eta - I_{\eta\zeta} \omega_\zeta) \vec{j}_\eta + (-I_{\xi\zeta} \omega_\xi - I_{\eta\zeta} \omega_\eta + I_\zeta \omega_\zeta) \vec{k}_\zeta, \quad (6.122)$$

ili u matričnoj formi, koristeći tenzor inercije  $I$ :

$$\vec{L}_c = \begin{bmatrix} I_{\xi\xi} & -I_{\xi\eta} & -I_{\xi\zeta} \\ -I_{\xi\eta} & I_{\eta\eta} & -I_{\eta\zeta} \\ -I_{\xi\zeta} & -I_{\eta\zeta} & I_{\zeta\zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{bmatrix} \quad (6.123)$$

U izrazu (6.123) su  $I_{\xi\xi}$ ,  $I_{\eta\eta}$  i  $I_{\zeta\zeta}$  – momenti inercije za glavne ose (ose  $\zeta$ ,  $\eta$  i  $\zeta$  na sl. 6.28 i 6.29) koordinatnog sistema kruto vezanog za tijelo, a  $I_{\xi\eta}$ ,  $I_{\eta\zeta}$  i  $I_{\xi\zeta}$  su centrifugalni momenti inercije.

Na osnovu izraza (6.122) promjena momenta količine kretanja može se predstaviti kao:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}_c}{dt} = & (I_\xi \dot{\omega}_\xi - I_{\xi\eta} \dot{\omega}_\eta - I_{\xi\zeta} \dot{\omega}_\zeta) \vec{i}_\xi + (I_\xi \omega_\xi - I_{\xi\eta} \omega_\eta - I_{\xi\zeta} \omega_\zeta) \frac{d\vec{i}_\xi}{dt} \\ & + (-I_{\xi\eta} \dot{\omega}_\xi + I_\eta \dot{\omega}_\eta - I_{\eta\zeta} \dot{\omega}_\zeta) \vec{j}_\eta + (-I_{\xi\eta} \omega_\xi + I_\eta \omega_\eta - I_{\eta\zeta} \omega_\zeta) \frac{d\vec{j}_\eta}{dt} \\ & + (-I_{\xi\zeta} \dot{\omega}_\xi - I_{\eta\zeta} \dot{\omega}_\eta + I_\zeta \dot{\omega}_\zeta) \vec{k}_\zeta + (-I_{\xi\zeta} \omega_\xi - I_{\eta\zeta} \omega_\eta + I_\zeta \omega_\zeta) \frac{d\vec{k}_\zeta}{dt} \end{aligned} \quad (6.124)$$

Ovdje su:

$$\frac{d\vec{i}_\xi}{dt} = [\vec{\omega} \times \vec{i}_\xi] \quad (6.125a)$$

$$\frac{d\vec{j}_\eta}{dt} = [\vec{\omega} \times \vec{j}_\eta] \quad (6.125b)$$

$$\frac{d\vec{k}_\zeta}{dt} = [\vec{\omega} \times \vec{k}_\zeta] \quad (6.125c)$$

Izraz (6.122) se može napisati i u slijedećem obliku:

$$\vec{L}_c = L_{c\xi} \vec{i}_\xi + L_{c\eta} \vec{j}_\eta + L_{c\zeta} \vec{k}_\zeta, \quad (6.126)$$

iz čega slijedi (nakon derivacije vektora momenta količine kretanja  $\vec{L}_c$ ):

$$\frac{d\vec{L}_c}{dt} = \dot{L}_{c\xi} \vec{i}_\xi + L_{c\xi} \frac{d\vec{i}_\xi}{dt} + \dot{L}_{c\eta} \vec{j}_\eta + L_{c\eta} \frac{d\vec{j}_\eta}{dt} + \dot{L}_{c\zeta} \vec{k}_\zeta + L_{c\zeta} \frac{d\vec{k}_\zeta}{dt} \quad (6.127)$$

Izraz (6.127) se može napisati nešto drugačije, ako se grupišu pojedini članovi, i to u slijedećem obliku:

$$\frac{d\vec{L}_c}{dt} = \dot{L}_{c\xi} \vec{i}_\xi + \dot{L}_{c\eta} \vec{j}_\eta + \dot{L}_{c\zeta} \vec{k}_\zeta + L_{c\xi} \frac{d\vec{i}_\xi}{dt} + L_{c\eta} \frac{d\vec{j}_\eta}{dt} + L_{c\zeta} \frac{d\vec{k}_\zeta}{dt} \quad (6.128)$$

Ovaj izraz se može napisati u opštem obliku, gdje se mogu lakše prepoznati pojedini članovi i kako oni utiču na promjenu momenta količine kretanja:

$$\frac{d\vec{L}_c}{dt} \Bigg|_{\text{fiksni koord. sist.}}^{\text{ukupna promjena}} = \frac{\delta \vec{L}_c}{\delta t} \Bigg|_{\text{pokretni koord. sist.}}^{\text{lok. promjena}} + [\vec{\omega} \times \vec{L}_c] \Bigg|_{\text{pokretni koord. sist.}}^{\text{promjena } \vec{L}_c \text{ zbog rotacije}} \quad (6.129)$$

Izraz na lijevoj strani (6.129) predstavlja promjenu momenta količine kretanja "viđenu" iz fiksnog koordinatnog sistema  $Oxyz$ , a prvi izraz na desnoj strani (6.129) predstavlja promjenu momenta količine kretanja "viđenu" iz pokretnog koordinatnog sistema  $O\xi\eta\zeta$ . Drugi izraz na desnoj strani (6.129) nastaje uslijed rotacije tijela.

Primjenom izraza (6.111), te izraza (6.124) - (6.129) na simetrična tijela (za koje su centrifugalni momenti inercije jednaki nuli) vrijede izrazi (za koordinatni sistem  $0\xi\eta\zeta$  kruto vezan za fragment):

$$I_\xi \dot{\omega}_\xi + [\vec{\omega} \times \vec{L}_c]_\xi = M_{ad\xi} \quad (6.130a)$$

$$I_\eta \dot{\omega}_\eta + [\vec{\omega} \times \vec{L}_c]_\eta = M_{ad\eta} \quad (6.130b)$$

$$I_\zeta \dot{\omega}_\zeta + [\vec{\omega} \times \vec{L}_c]_\zeta = M_{ad\zeta} \quad (6.130c)$$

Budući da je:

$$[\vec{\omega} \times \vec{L}_c]_\xi = \omega_\eta \omega_\zeta (I_\zeta - I_\eta) \quad (6.131a)$$

$$[\vec{\omega} \times \vec{L}_c]_\eta = \omega_\xi \omega_\zeta (I_\xi - I_\zeta) \quad (6.131b)$$

$$[\vec{\omega} \times \vec{L}_c]_\zeta = \omega_\xi \omega_\eta (I_\eta - I_\xi) \quad (6.131c)$$

Iz (6.130 i 6.131) slijedi:

$$\dot{\omega}_\xi = \frac{1}{I_\xi} [M_{ad\xi} - \omega_\eta \omega_\zeta (I_\zeta - I_\eta)] \quad (6.132a)$$

$$\dot{\omega}_\eta = \frac{1}{I_\eta} [M_{ad\eta} - \omega_\xi \omega_\zeta (I_\xi - I_\zeta)] \quad (6.132b)$$

$$\dot{\omega}_\zeta = \frac{1}{I_\zeta} [M_{ad\zeta} - \omega_\xi \omega_\eta (I_\eta - I_\xi)] \quad (6.132c)$$

Momenti inercije u izrazu (6.132) za elipsoid (kojim se aproksimira fragment nepravilnog oblika u modelu) koji, pretpostavlja se, ima uniformnu gustinu, određuju se slijedećim izrazima:

$$I_\xi = I_{\xi\xi} = \frac{m}{5} (b^2 + c^2), \quad I_\eta = I_{\eta\eta} = \frac{m}{5} (a^2 + c^2), \quad I_\zeta = I_{\zeta\zeta} = \frac{m}{5} (a^2 + b^2) \quad (6.133)$$

Ovdje su (izraz 6.133)  $a$ ,  $b$  i  $c$  - poluose troosnog elipsoida koji predstavlja fragment, a  $m$  masa tijela (fragmenta). Kada su ose  $\xi, \eta, \zeta$  pokretnog koord. sistema  $0\xi\eta\zeta$ , kruto vezanog za fragment, ujedno i glavne ose inercije tada vrijedi da su centrif. momenti inercije nula, pa se može pisati:

$$I_{\xi\eta} = I_{\eta\zeta} = I_{\zeta\xi} = 0 \quad (6.134)$$

Prva rotacija tijela je precesija ugaonom brzinom  $\vec{\omega}_1$  oko fiksne ose (sl. 6.29). Nutacija je ugaonom brzinom  $\vec{\omega}_2$  oko pokretne (čvorne) ose i treća rotacija je sopstvena rotacija oko pomicne ose ugaonom brzinom  $\vec{\omega}_3$ . Tri rotacije se mogu zamjeniti jednom ugaonom brzinom  $\vec{\omega}$ :

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 + \vec{\omega}_3, \quad (6.135)$$

pri čemu pravac ukupne ug. brzine definiše pravac trenutne obrtne ose ( $\mathcal{Q}\cdot\mathcal{Q}$  na sl. 6.29).

U izrazu (6.135) su:

$$\omega_1 = \dot{\psi}, \quad \omega_2 = \dot{\theta}, \quad \omega_3 = \dot{\phi}, \quad (6.136)$$

Iz (6.135) i (6.136) vrijedi:

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{k}_z + \dot{\theta} \vec{i}_\xi + \dot{\phi} \vec{k}_\zeta \quad (6.137)$$

Projekcije ugaone brzine na ose pokretnog koordinatnog sistema  $0\xi\eta\zeta$  određene su izrazima:

$$\omega_\xi = \omega_1 \sin \theta \sin \varphi + \omega_2 \cos \varphi = \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi \quad (6.138a)$$

$$\omega_\eta = \omega_1 \sin \theta \cos \varphi - \omega_2 \sin \varphi = \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi \quad (6.138b)$$

$$\omega_\zeta = \omega_1 \cos \theta + \omega_3 = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi} \quad (6.138c)$$

Iz izraza (6.138) mogu se supstitucijom odrediti izvodi uglova  $\psi$ ,  $\theta$  i  $\varphi$ :

$$\dot{\psi} = \left( \frac{1}{\sin \theta} \right) (\omega_\xi \sin \varphi + \omega_\eta \cos \varphi) \quad (6.139a)$$

$$\dot{\theta} = \left( \frac{1}{\cos \varphi} \right) (\omega_\xi - \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi) \quad (6.139b)$$

$$\ddot{\varphi} = \omega_\zeta - \dot{\psi} \cos \theta \quad (6.139c)$$

Diferenciranjem izraza (6.138) dobija se:

$$\dot{\omega}_\xi = \ddot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi + \dot{\psi} \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi + \ddot{\theta} \cos \varphi - \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \varphi \quad (6.140a)$$

$$\dot{\omega}_\eta = \ddot{\psi} \sin \theta \cos \varphi + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi - \dot{\psi} \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi - \ddot{\theta} \sin \varphi - \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \varphi \quad (6.140b)$$

$$\dot{\omega}_\zeta = \ddot{\psi} \cos \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta + \ddot{\varphi} \quad (6.140c)$$

Izrazi iz (6.140) se mogu napisati u skraćenom obliku:

$$\ddot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \ddot{\theta} \cos \varphi = a_1 + b_1 = d_1 \quad (6.141a)$$

$$\ddot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \ddot{\theta} \sin \varphi = a_2 + b_2 = d_2 \quad (6.141b)$$

$$\ddot{\psi} \cos \theta + \ddot{\varphi} = a_3 + b_3 = d_3 \quad (6.141c)$$

Ovdje su:

$$a_1 = \dot{\omega}_\xi \quad (6.142a)$$

$$a_2 = \dot{\omega}_\eta \quad (6.142b)$$

$$a_3 = \dot{\omega}_\zeta \quad (6.142c)$$

$$b_1 = \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \varphi - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi - \dot{\psi} \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi \quad (6.142d)$$

$$b_2 = \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi + \dot{\psi} \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi \quad (6.142e)$$

$$b_3 = \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \quad (6.142f)$$

Ako se izraz (6.141a) pomnoži sa  $\sin \varphi$ , a (6.141b) sa  $\cos \varphi$  i ako se ta dva nova izraza sabiju:

$$\ddot{\psi} (\sin \theta \sin^2 \varphi + \sin \theta \cos^2 \varphi) = d_1 \sin \varphi + d_2 \cos \varphi \quad (6.143)$$

Iz ovoga je dvostruki izvod ugla precesije  $\psi$  jednak:

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{\sin \theta} (d_1 \sin \varphi + d_2 \cos \varphi) \quad (6.144)$$

Iz (6.141a) je ugao nutacije:

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{(\cos \varphi)} (d_1 - \ddot{\psi} \sin \theta \sin \varphi), \quad (6.145)$$

a iz (6.141c) je ugao sopstvene rotacije:

$$\ddot{\varphi} = d_3 - \ddot{\psi} \cos \theta \quad (6.146)$$

Slijedi izvođenje zakona kretanja centra mase fragmenta. Projektovanjem jednačine (6.109) na ose inercijalnog (fiksnog) koordinatnog sistema  $0xyz$  (sl. 6.28 i 6.29) dobijaju se izrazi:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_c &= F_{ad_x} \\ m\ddot{y}_c &= F_{ad_y} \\ m\ddot{z}_c &= F_{ad_z} - mg \end{aligned} \quad (6.147)$$

Kako bi dobili vrijednost aerodinamičke sile  $\vec{F}_{ad}$ , projektovane na koordinatni sistem  $Oxyz$ , koristi se transformacijska matrica  $R$  koja se dobije množenjem pojedinih matrica koje definišu rotaciju tijela oko pojedinih osa.

Ova matrica se može napisati u obliku:

$$R = R_\psi R_\theta R_\phi = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.148)$$

Množenjem prve dvije matrice dobija se:

$$R = R_\psi R_\theta R_\phi = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \cos\theta & \sin\psi \sin\theta \\ \sin\psi & \cos\psi \cos\theta & -\cos\psi \sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.149)$$

Konačno je transformacijska matrica  $R$ :

$$R = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \cos\theta \sin\varphi & -\cos\psi \sin\varphi - \sin\psi \cos\theta \cos\varphi & \sin\psi \sin\theta \\ \sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \cos\theta \sin\varphi & -\sin\psi \sin\varphi + \cos\psi \cos\theta \cos\varphi & -\cos\psi \sin\theta \\ \sin\theta \sin\varphi & \sin\theta \cos\varphi & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (6.150)$$

Sada se za aerodinamičku silu može napisati:

$$\begin{bmatrix} F_{ad_x} \\ F_{ad_y} \\ F_{ad_z} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} F_{ad_\xi} \\ F_{ad_\eta} \\ F_{ad_\zeta} \end{bmatrix} \quad (6.151)$$

Koristeći izraze (6.150) i (6.151) dobija se konačno:

$$\begin{bmatrix} F_{ad_x} \\ F_{ad_y} \\ F_{ad_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \cos\theta \sin\varphi)F_{ad_\xi} & (-\cos\psi \sin\varphi - \sin\psi \cos\theta \cos\varphi)F_{ad_\eta} & (\sin\psi \sin\theta)F_{ad_\zeta} \\ (\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \cos\theta \sin\varphi)F_{ad_\xi} & (-\sin\psi \sin\varphi + \cos\psi \cos\theta \cos\varphi)F_{ad_\eta} & (-\cos\psi \sin\theta)F_{ad_\zeta} \\ (\sin\theta \sin\varphi)F_{ad_\xi} & (\sin\theta \cos\varphi)F_{ad_\eta} & (\cos\theta)F_{ad_\zeta} \end{bmatrix} \quad (6.152)$$

Slično se za aerodinamički moment može napisati:

$$\begin{bmatrix} M_{ad_x} \\ M_{ad_y} \\ M_{ad_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \cos\theta \sin\varphi)M_{ad_\xi} & (-\cos\psi \sin\varphi - \sin\psi \cos\theta \cos\varphi)M_{ad_\eta} & (\sin\psi \sin\theta)M_{ad_\zeta} \\ (\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \cos\theta \sin\varphi)M_{ad_\xi} & (-\sin\psi \sin\varphi + \cos\psi \cos\theta \cos\varphi)M_{ad_\eta} & (-\cos\psi \sin\theta)M_{ad_\zeta} \\ (\sin\theta \sin\varphi)M_{ad_\xi} & (\sin\theta \cos\varphi)M_{ad_\eta} & (\cos\theta)M_{ad_\zeta} \end{bmatrix} \quad (6.153)$$

#### 6.4.2.1 Program za procjenu elemenata putanje fragmenata

Izrazi za opći slučaj kretanja tijela (model sa šest stepeni slobode kretanja), izvedeni u prethodnom dijelu, zbog svoje složenosti implementirani su u posebno razvijenom računarskom programu, napisanom u MatLabu. Ovaj program omogućava proračun svih važnijih elemenata putanje fragmenata: trajektorija, promjena translatorne i ugaone brzine fragmenta, promjena kinetičke energije, te procjena orijentacije fragmenata u prostoru.

Glavni dio programa poziva ulazni dokument, poseban podprogram u kojem se definišu početni geometrijsko-inercijalni i kinematski parametri. Nakon toga, program poziva drugi podprogram u kojem se koristi MatLab-ov solver ODE45 (modifikovana verzija Runge Kutta metode <sup>[258]</sup>) za rješavanje sistema diferencijalnih jednačina kretanja fragmenta, a izlaz podprograma je vektor koji predstavlja trenutno dinamičko stanje kretanja krutog tijela.

Ovaj podprogram u toku proračuna poziva dalje drugi podprogram koji sadrži funkciju koja na osnovu razvijenih modela (poglavlja 6.2 i 6.3) procjenjuje vrijednost aerodinamičke sile i momenta i projekcije izložene površine (u ravni okomitoj na vektor brzine) za date početne uvjete, u svakom trenutku kretanja. Izlaz ove druge funkcije su aerodinamički moment i sila i

projekcija izložene površine tijela, a opcionalno se kao izlaz može dati i koeficijent otpora tijela jer su poznate vrijednosti aerodinamičke sile, izložene površine i brzine tijela.

Radi jasnije vizuelizacije kretanja fragmenta u prostoru, orijentacije fragmenta su u programu definisane pomoću apsolutnih uglova ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) oko koordinatnih osa translatornog koordinatnog sistema vezanog u centru inercije. Veza ovih uglova sa prethodno definisanim uglovima je data ukupnom matricom rotacije  $R_t$  oko osa translatornog koordinatnog sistema:

$$R_t = R_\gamma R_\beta R_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (6.154)$$

gdje ugao  $\alpha$  predstavlja rotaciju oko ose  $x$  (sl. 6.30, ugao valjanja), ugao  $\beta$  rotaciju oko ose  $y$  (sl. 6.30, ugao propinjanja), a ugao  $\gamma$  rotaciju oko ose  $z$  (sl. 6.30, ugao skretanja). Ukupna matrica rotacije preko uglova  $(\psi, \theta, \varphi)$  pomičnog koordinatnog sistema ranije defnisanih, kruto vezanog za tijelo, i ukupna matrica rotacije preko apsolutnih uglova  $(\alpha, \beta, \gamma)$  oko koordinatnih osa translatornog koordinatnog sistema vezanog u centru inercije je jednaka, odnosno daje istu orijentaciju tijela - što daje zatvoren sistem jednačina ( $R = R_t$ ).

Vezano za izraz (6.154), činjenica je da se ista orijentacija tijela može dobiti različitim kombinacijama uglova zakretanja oko različitih osa. Ove ose mogu biti pomične ili nepomične. Ukoliko se izaberu pomične ose (npr. Euler-ov pristup), onda imamo dodatne članove u dinamičkim jednačinama, ali ako se koriste nepomične ose onda su momenti inercije promjenljivi. Dinamičke jednačine kretanja se postavljaju za koordinatni sistem kruto vezan za tijelo. Položaj ovog koordinatnog sistema u odnosu na translatorni koordinatni sistem se definiše Euler-ovim uglovima. Rješenje sistema diferencijalnih jednačina, kao što su ugaone brzine i uglovi, se dobija u koordinatnom sistemu vezanom za tijelo. Sve ove kinematičke veličine se mogu koordinatnim transformacijama izraziti i u translatornom koordinatnom sistemu, što je i učinjeno. Razlog zašto su dinamičke jednačine postavljene za koord. sistem kruto vezan za tijelo jeste da se momenti inercije zadrže konstantnima. U suprotnom, momenti inercije bi bili promjenljive vremenske funkcije, što je u principu teže za rješavanje.

U programu je korišten adaptivni vremenski korak. Korak je u programu definisan na osnovu dva kriterija: procjenjenog dometa i početne brzine fragmenta, te na osnovu toga da vremenski interval treba biti značajno manji od vremena jedne pune rotacije fragmenta (zavisno od početne ugaone brzine). Od ova dva kriterija bira se onaj sa manjim vremenskim korakom.

Program na kraju proračuna iscrtava 3D plot trajektorije, te ispisuje rezultate (vrijednosti koordinata centra mase tijela, komponente translatorne i ugaone brzine i njihov ukupni intenzitet, orijentacija tijela u odnosu na fiksni koordinatni sistem te vrijednosti udjela translatorne i rotacione kinetičke energije) u poseban MS Excel dokument. Takođe, 3D plotovi trajektorija se mogu sačuvati kao poseban dokument (Figure u MatLab-u) i kasnije se mogu ponovo otvoriti.

Kada se radi proračun više trajektorija (za jedan ili više fragmenata), rezultati se upisuju u isti Excel dokument ali sukcesivno u naredne listove (eng. Sheet) radi preglednosti.

U ulaznom podprogramu početne uslove predstavljaju:

- *Geometrijsko-inercijalni parametri fragmenta.* Momenti inercije tijela (fragmenta) se određuju pomoću izraza (6.133). Da bi analitički odredili masu i momente inercije fragmenta (aproksimiranog troosnim elipsoidom) potrebne su, kao ulazni parametri, samo vrijednosti poluosa troosnog elipsoida  $a, b$  i  $c$ .

Formula za zapreminu elipsoida je:

$$V_{elipsoid} = \frac{4}{3}abc\pi, \quad (6.155)$$

gdje su  $a, b$  i  $c$  poluose elipsoida.

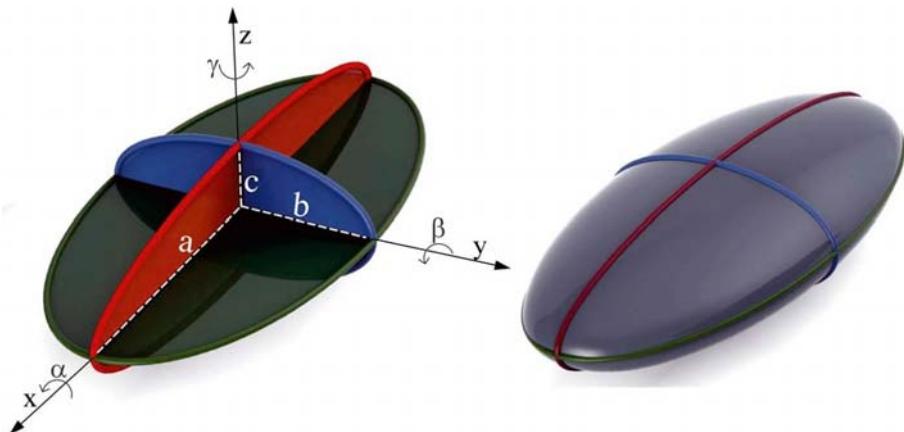
Masa elipsoida je:

$$m_{elipsoid} = \frac{4}{3} \rho abc \pi , \quad (6.156)$$

gdje je  $\rho$  - gustina materijala elipsoida (čelik - za fragmente sa tijela HE projektila).

- *Početni položaj tijela.* Koordinate fragmenta daju se u odnosu na nepokretni koordinatni sistem  $0xyz$ , vezan za tlo (sl. 6.28). Za realne fragmente (HE projektila) ove koordinate odgovaraće koordinatama centara različitih segmenta tijela projektila (u odnosu na koordinatni sistem vezan za tlo - najčešće u vrhu upaljača projektila).

*Početna orijentacija tijela.* Početni položaj tijela daje se, takođe, u odnosu na koordinatni sistem  $0xyz$ . Početna orijentacija fragmenta može znatno uticati na trajektoriju fragmenta.



Sl. 6.30 Početni nulti položaj elipsoidnog tijela u Matlab-ovom programu za proračun trajektorije tijela nepravilnih oblika

Na sl. 6.30 prikazan je odabrani početni nulti (referentni) položaj tijela u Matlab-ovom programu za proračun trajektorije fragmenata. Početni nulti (referentni) položaj je specijalni slučaj početnog položaja, pri kojem su uglovi  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  i  $\gamma_0$  jednaki nuli. Općenito, početni položaj je proizvoljni položaj, sa proizvoljnim uglovima prema početnoj orijentaciji fragmenta. U modelu i programu je sila gravitacije usmjerena u negativnom smjeru ose  $z$ . U programu je arbitrarno odabранo da je najduža stranica elipsoida (i fragmenta) u pravcu  $x$  ose (sl. 6.30).

- *Početni elevacioni ugao.* Elevacioni ugao se, generalno, u modelu definiše kao ugao između horizontalne komponente brzine  $\vec{v}_{xy} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$ , intenziteta  $v_{xy} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  i vektora brzine  $\vec{v}$ , i to na sljedeći način:  $\alpha_{elev} = \arccos(v_{xy} / v)$ .

U programu je data mogućnost da se brzina zada ili preko komponenti brzina ili da se zadaju uglovi vektora brzina (i njen intenzitet) u odnosu na koordinatne ose. Postavljanjem da je npr.  $\beta_v = 90^\circ$  (ugao između vektora brzine i ose  $y$ ), elevacioni ugao se definiše kao ugao između vektora brzine i ose  $x$ . Ako komponenta brzine  $v_y$  nije nula na početku, onda ni ugao  $\beta_v$  neće biti  $90^\circ$ . Tad se brzina zadaje preko sve tri komponente ili preko uglova i intenziteta brzine.

- *Početna translatorična brzina.* Vrijednost početne translatorne brzine fragmenata određuje se metodom Gurney-a, zavisno od segmenta projektila (različiti maseni odnos  $C/M$ ) i tipa eksplozivnog punjenja (gustina i det. brzina). U programu se zadaju vrijednosti intenziteta početne brzine.
- *Početna ugaona brzina.* Vrijednosti početne ugaone brzine moraju se pretpostaviti jer njihove vrijednosti mogu jako varirati, a već je rečeno da je u literaturi teško naći

upotrebljive podatke o vrijednosti početne ugaone brzine fragmenata. Prema nekim istraživanjima početne ugaone brzine fragmenata ne prelaze vrijednost od 50 obr/s<sup>[19]</sup>, a u nekim se spominje vrijednost i do 3650 obr/s<sup>[249]</sup>. Budući da su istraživanja iz reference [19] (centar TNO, Holandija) više orijentisana na eksperimente (a u referenci [249] se spominju simulacije, bez navođenja detalja), maksimalna vrijednost od 50 obr/s (314,16 rad/s) je vjerovatno bliža realnom slučaju i uzima se u modelu kao mjerodavan red veličine početne ugaone brzine.

Izlazni podaci programa, napisanog u MatLabu, zapisuju se u posebnu datoteku (.xlsx format) koju je moguće obrađivati i analizirati. Izlazne podatke predstavljaju:

- vrijeme leta fragmenta,
- koordinate centra mase fragmenta (trajektorija),
- komponente translatorne brzine fragmenta i njen intenzitet,
- orijentacija fragmenta u toku leta (uglovi  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$ ),
- komponente ugaone brzine fragmenta i njen intenzitet,
- translatorna i rotaciona kinetička energija, te ukupna kinetička energija fragmenta.

Izlazne podatke programa moguće je printati u različitom formatu, i to se može definisati unutar programa. Takođe, program omogućava i interaktivno crtanje grafikona u MatLab okruženju (3D plotanje trajektorija). Program pri tome zadržava prethodni plot i na njega dodaje novi, bez otvaranja novog plota (osim ako je to prvo pokretanje programa nakon otvaranja Matlaba). Dakle, mogu se mijenjati početni uslovi i pokretati program, a Matlab uvijek dodaje trajektorije na istu sliku. Naravno, ovi izlazni dijagrami se mogu modificirati po volji korisnika programa.

Na slici 6.31 dat je primjer izlaznog dokumenta (MS Excel) sa dijelom rezultata proračuna koji se dobiju na osnovu programa u MatLab-u.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	dt	tvec	xcv	vxcv	ycv	vvcv	zcv	vczv	alphav	omxv	betav	omvy	gammav	omzv	Ekrot	Ektr	Ek	om_mag	vc_mag
2	0.0005	0	0	996.1947	0	0	0.2	87.15574	45	314.16	45	314.16	45	314.16	2.027156	29011.79	29013.82	544.1411	1000
3	0	0.0005	0.496815	990.9734	0.000168	0.656083	0.24317	85.53169	53.99999	314.1572	53.9999	314.1518	54.00017	314.171	2.079203	28702.65	28704.73	544.1411	994.6579
4	0	0.001	0.990936	985.5222	0.000625	1.131447	0.285567	84.12235	62.99986	314.1517	62.99958	314.145	63.00069	314.1834	2.028042	28383.16	28385.19	544.1411	989.1066
5	0	0.0015	1.482376	980.2802	0.001256	1.34861	0.327384	83.25445	71.99954	314.1448	71.9991	314.1393	72.00161	314.2004	1.87824	28080	28081.88	544.1438	983.8101
6	0	0.002	1.971228	975.1185	0.001933	1.329555	0.368924	82.98448	80.99899	314.1344	80.99827	314.1175	81.00274	314.191	1.665925	27785.88	27787.55	544.1197	978.6442
7	0	0.0025	2.457483	969.8999	0.002577	1.253984	0.410422	83.03619	89.9981	314.1232	89.99658	314.0832	90.0033	314.1703	1.450532	27491.64	27493.09	544.0815	973.4487
8	0	0.003	2.941137	964.7338	0.003197	1.233052	0.451961	83.09365	98.99701	314.1201	98.99402	314.0579	99.00368	314.1772	1.297319	27201.96	27203.26	544.0691	968.3065
9	0	0.0035	3.422247	959.7354	0.003813	1.230138	0.493467	82.84152	107.9958	314.1139	107.99008	314.0358	108.0042	314.1697	1.256477	26921.68	26922.93	544.0484	963.3049
10	0	0.004	3.900875	954.763	0.004406	1.104939	0.534699	81.99122	116.9943	314.1011	116.9871	314.0281	117.004	314.134	1.345924	26641.42	26642.76	544.016	958.2777

Sl. 6.31 Izlazni dokument sa rezultatima proračuna

Sumarno govoreći, opisani model za procjenu elemenata putanje (i program u MatLab-u kojim se računaju traženi parametri) ima nekoliko značajnih prednosti.

Prije svega, model je parametarski, te se interaktivno (u programu) mogu mijenjati pojedini parametri (dimenzije fragmenta, početni uslovi).

Dalje, program završava proračun mnogo brže nego što bi to bio slučaj koristeći 6DOF u CFD programima (npr. u Ansys Fluentu). Naime, 6DOF simulacije tijela nepravilnih oblika u CFD programima (npr. istraživanja Murmana<sup>[225,228]</sup>), iako predstavljaju potencijalno najtačniju metodu za procjenu trajektorije tijela nepravilnih oblika, zahtjevaju računare vrhunskih performansi (veliki broj procesora) koji nisu dostupni većini istraživačkih centara (posebno u zemljama u razvoju) i odgovarajući softver.

Takođe, u CFD programu obično ne postoje gotovi moduli za ispisivanje rezultata (brzine, trajektorija, orijentacija tijela), dobijenih u proračunu, pa je potrebno vladati programskim jezicima (npr. C, u slučaju Fluent-a) da bi se mogle napraviti dodatne skripte, pomoću kojih bi program ispisivao tražene parametre koji se kasnije mogu obrađivati. Poseban problem su potrebni računari sa veoma velikim brojem procesora za računanje ovakvih simulacija. U okviru ovog rada pokušano je izvršiti numeričku simulaciju kretanja fragmenta kroz atmosferu, koristeći solver 6DOF u Ansys Fluentu. Iako je korišten računar relativno dobrih performansi

(logički procesor AMD Ryzen 7 sa 8 jezgri/16 logičkih jezgri), nije bilo moguće napraviti čak niti odgovarajuću mrežu, a kamoli izvršiti simulaciju kretanja.

Takođe, model razvijen u radu, u svakom trenutku kretanja proračunava realnu vrijednost projekcije izložene površine tijela (fragmenta aproksimiranog elipsoidom), okomito na vektor brzine (poglavlje 6.2), za razliku od drugih modela gdje se referentna površina uzima ili kao konstantna (često neka srednja vrijednost) ili se određuje statističkim metodama (slučajna prostorna orientacija).

Dodatna, značajna, prednost modela je i to što ne zahtjeva bazu aerodinamičkih koeficijenata (koja je inače veoma problematična zbog različitih oblika fragmenata) jer u sebi sadrži zaseban model za procjenu aerodinamičke sile i momenta (poglavlje 6.3) samo na osnovu oblika (dimenzija) fragmenta i vektora početne brzine.

#### **6.4.3 Analiza elemenata putanje fragmenata koristeći generalizovani model kretanja fragmenta**

Na osnovu razvijenog modela za estimaciju trajektorije tijela nepravilnog oblika (poglavlje 6.4.2) izvršeni su proračuni trajektorija i elemenata putanje fragmenta za kompletну trajektoriju fragmenata i za kraće udaljenosti do centra eksplozije, sa variranim geometrijsko-inercijalnim parametrima fragmenata i početnim kinematskim uslovima za dati fragment.

Procjena elemenata putanje fragmenata na cijeloj trajektoriji može biti od značaja prilikom analize sigurnosti struktura od potencijalnih nesretnih slučajeva koji uključuju eksplozivne naprave (npr. eksplozija vojnih skladišta, potencijalne eksplozije kod deminiranja i sl.). Naravno, program se može upotrijebiti i u civilne svrhe (procjena dinamike leta sekundarnih fragmenata nastalih dejstvom jakih oluja, procjena elemenata putanje meteoroida, itd). S druge strane, procjena elemenata putanje fragmenata na kraćim udaljenostima (do 50m) značajna je radi procjene zone efikasnosti HE projektila.

##### **6.4.3.1 Procjena elemenata kompletne putanje fragmenata**

Izvršen je proračun trajektorija pri različitim elevacionim uglovima, za fragment mase 58g (dimenzije poluosa aproksimacionog elipsoida su bile:  $a=34\text{mm}$ ,  $b=8,65\text{mm}$  i  $c=6\text{mm}$ ; dimenzije fragmenta koji se koristio u numeričkim CFD simulacijama) i fragment mase 8g (dimenzije poluosa aproksimacionog elipsoida su bile:  $a=10\text{mm}$ ,  $b=6\text{mm}$  i  $c=4\text{mm}$ ). Prvi fragment (mase 58g) je fragment koji ima relativno veliki odnos dimenzija:  $a/c=5,6$  i  $b/c=1,4$ , pa je elipsoid kojim se aproksimira dati fragment dosta izdužen.

S druge strane fragment mase 8g, ima odnos stranica  $a/c=2,5$  i  $b/c=1,5$ . Naime, u tabeli 6.1 dati su podaci o dimenzijama (dostupnih) fragmenata nastalih detonacijom projektila 130mm HE M79, gdje se vidi da se kod realnih fragmenata odnosi maksimalnih dimenzija (u tri okomita pravca) kreću od 2-3,5 za odnos  $a/c$  i od 1,2-2,2 za  $b/c$ . S tim u vezi, fragment od 8g predstavlja geometrijski reprezentativniji primjerak fragmenata. S druge strane, fragment od 58g predstavlja (ekstreman) slučaj pri kojem je fragment u jednom položaju ekstremno vitak, a u drugom predstavlja zatupljeno tijelo.

Početni elevacioni ugao je definisan na osnovu uglova vektora brzina (i njenog intenziteta) u odnosu na koordinatne ose. Postavljeno je da je  $\beta_v=90^\circ$  (ugao između vektora brzine i ose  $y$ ), pa je elevacioni ugao u ovoj analizi definisan kao ugao između vektora brzine i koordinatne ose  $x$ .

Ukupna početna brzina u svakom pojedinačnom slučaju u ovoj analizi bila je ista i iznosila je 1000 m/s. Ova početna brzina odgovara npr. srednjoj vrijednosti početne brzine bočnog snopa fragmenata kod projektila 130mm HE M79.

Početna visina fragmenta je u ovom slučaju bila  $z_0 = 0,2\text{m}$ , simulirajući položaj fragmenta na određenom segmentu tijela projektila koji je detonirao prilikom udara u tlo. Treba spomenuti da

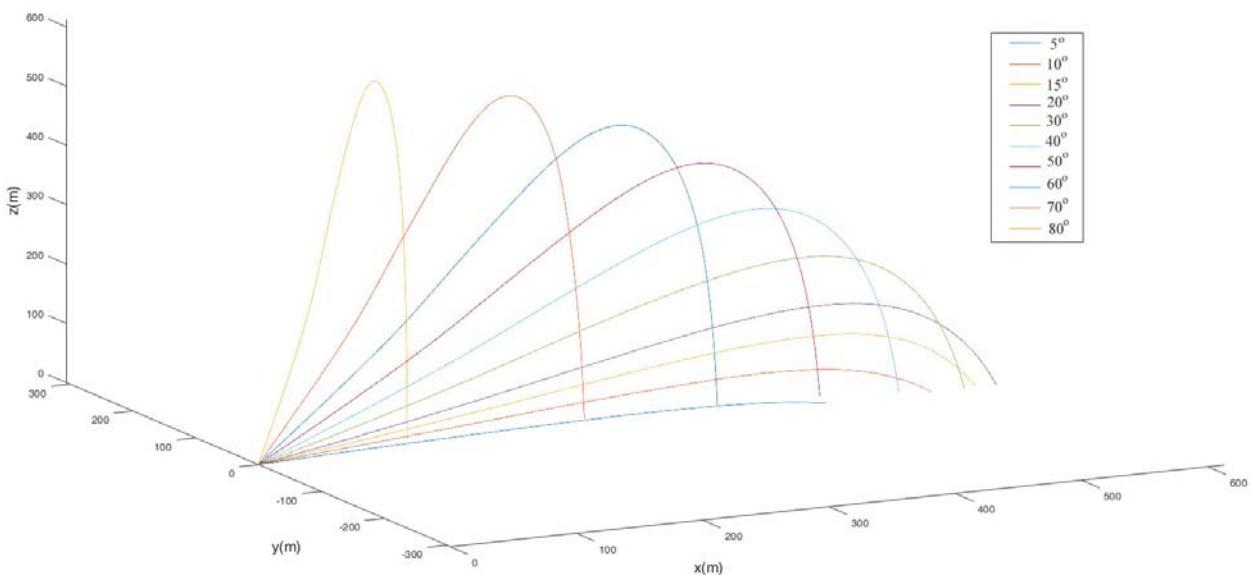
projektil može detonirati na tlu (predni detonacioni upaljač), u vazduhu (blizinski ili tempirni upaljač) ili udarom u neku građevinu (prednji detonacioni upaljač), pa se, zavisno od toga, i domet fragmenata može značajno mijenjati.

Početna orijentacija fragmenata, tj. apsolutni uglovi  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  i  $\gamma_0$  su imali vrijednosti  $45^\circ$  u ovoj analizi. Vrijednosti uglova  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  i  $\gamma_0$  date su proizvoljno jer oni mogu imati bilo koju vrijednost na početku kretanja. Naravno, idealizirani slučaj u kojem su ovi uglovi nula na početku kretanja rijetko se kada mogu pojaviti u realnoj situaciji. Što se tiče vrijednosti početne ugaone brzine za svaki elevacioni ugao, pretpostavljen je da u ovoj analizi svaka komponenta ugaone brzine iznosi  $50 \text{ obr/s}$  ( $314,16 \text{ rad/s}$ ), sličnog reda vrijednosti kao početne ugaone brzine koje se spominju u eksperimentalnim istraživanjima [19]. Gravitaciono ubrzanje za našu (Sarajevo) geografsku širinu ( $43,8^\circ\text{N}$ ) i nadmorskú visinu (518m) iznosi  $9,80352 \text{ m/s}^2$  [254].

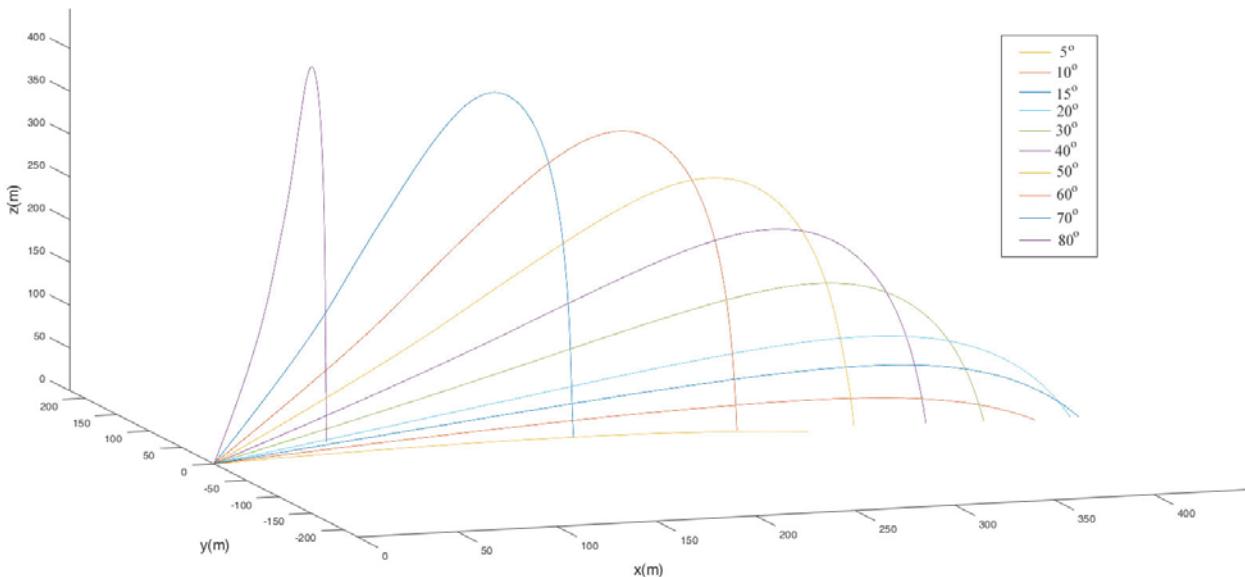
Izvršen je proračun trajektorija za slijedeće početne elevacione uglove  $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $70^\circ$  i  $80^\circ$ . Kao što je rečeno, proračun i analiza kompletnih trajektorija fragmenata mogu se koristiti kod analize sigurnosti od dejstva fragmenata - npr. analiza sigurnosti lokacija oko skladišta municije (uslijed potencijalne eksplozije projektila) ili radi opasnosti prilikom deminiranja većih količina ubojnih sredstava, pri čemu je moguće odrediti obvojnici (kriva koja povezuje maksimume funkcija) - "sigurnosnu" krivu koja obuhvata sve moguće trajektorije fragmenata u prostoru, za date početne uslove. Drugim riječima, ovaj proračun se može koristiti kad god je potrebno procjeniti maksimalni domet fragmenata oko lokacija gdje se nalaze eksplozivna sredstva.

Proračun putanja fragmenata mase 58g i 8g, za date početne uvjete, u programu traje 1-20 minuta, zavisno od početnih uvjeta. Za iste početne uvjete, za fragment veće mase je i domet veći pa i proračun traje duže. Takođe, kada se radi o masivnijem fragmentu, za slabiji računar je nešto zahtjevnije vršiti obradu podataka jer se u pojedinim slučajevima (kod većih elevacionih uglova i dužeg vremena leta) radi o preko 50000 tačaka (za date slučajeve fragmenata) na trajektoriji. Kod fragmenata veće mase ovaj broj tačaka je još veći. Veliki broj tačaka u analizi dobija se jer je vremenski korak u proračunu bio reda  $10^{-4} \text{ s}$  (radi veće tačnosti proračuna).

Na sl. 6.32 dati su 3D plotovi trajektorija (iscrtani u MatLab programu) fragmenata mase 58g za različite početne uglove elevacije, pri definisanim početnim uslovima. Na sl. 6.33 dati su 3D plotovi trajektorija fragmenata mase 8g, takođe za različite početne uglove elevacije i gore navedene početne uslove.



Sl. 6.32 3D plotovi trajektorija fragmenata mase 58g za različite početne uglove elevacije



Sl. 6.33 3D plotovi trajektorija fragmenata mase 8g za različite početne uglove elevacije

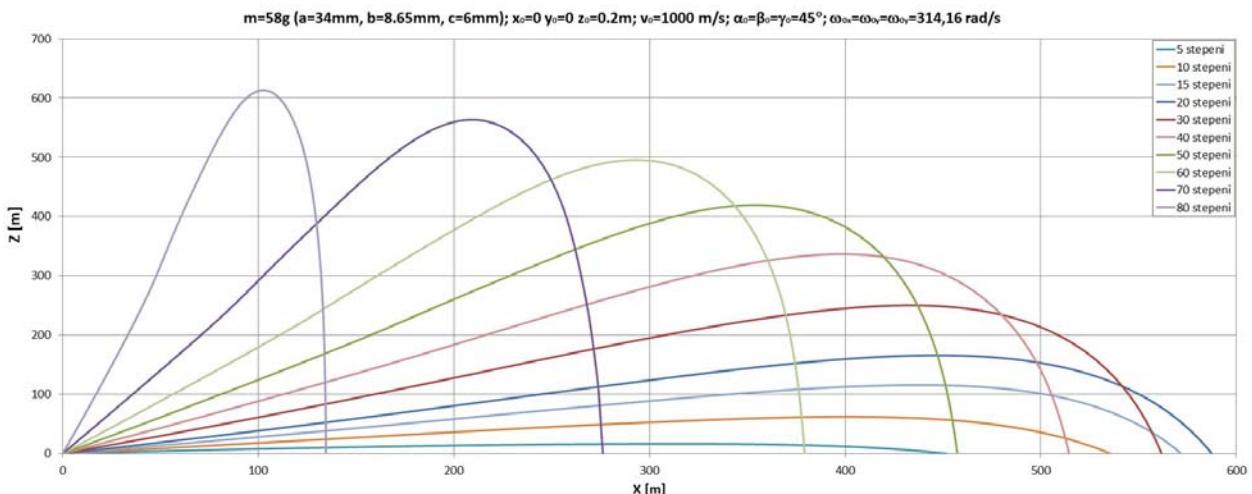
Ove 3D plotove moguće je u MatLab okruženju modificirati (mijenjati nazive osa i dijagrama, dodati legendu, modificirati ose, boje krivih i sl). Takođe, kao što je ranije rečeno, ovi plotovi se mogu sačuvati kao slike (u raznim formatima: .tiff, .jpeg, .png i sl.) ili kao .fig tip dokumenta koji se kasnije može opet otvoriti u MatLab-u.

Kako bi se ove 3D trajektorije centra mase fragmenata jasnije predstavile, na sl. 6.34 i 6.35 date su trajektorije u ravni  $x-z$  za iste fragmente (mase 58g i 8g).

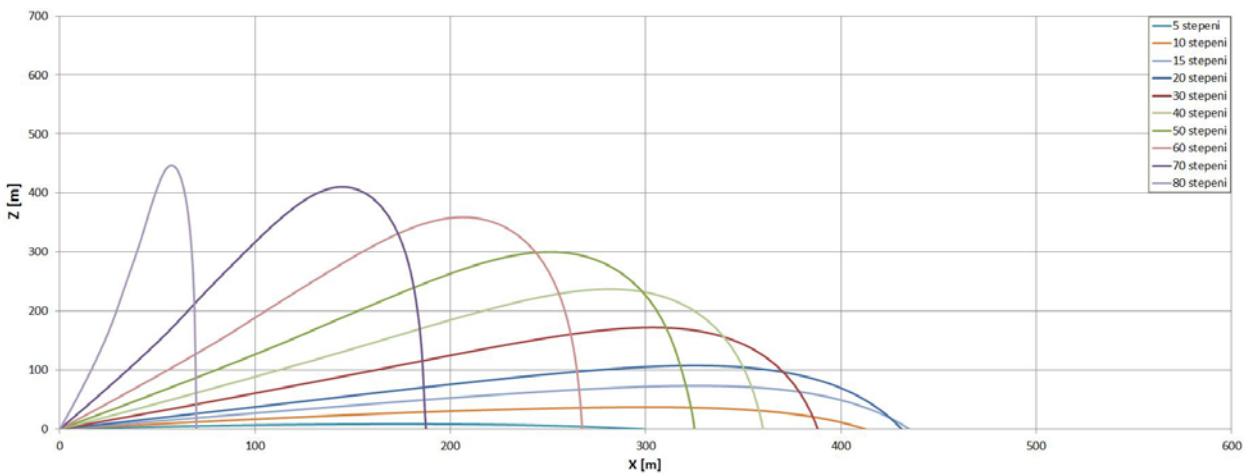
Dijagrami su urađeni u istoj skali. Ove trajektorije su predstavljene u programu MS Excel, na osnovu podataka dobijenih iz MatLab programa.

Kao što se vidi iz slika, fragment manje mase, za iste početne uvjete, ima generalno manji domet. Najveći domet za fragment mase 58g je dobioen pri poč. elev. uglu od  $20^\circ$  i iznosi oko 587m. Najveći domet za fragment mase 8g je dobioen pri poč. elev. uglu od  $15^\circ$  i iznosi oko 435m.

Crull i Swisdak spominju u svom radu<sup>[147]</sup> maksimalne domete fragmenata od 472m do 591m, koristeći program TRAJ (program za proračun trajektorija fragmenata (2DOF) koji je razvio P. Montanaro<sup>[260]</sup> na osnovu modela F. Porzela<sup>[259]</sup>).



Sl. 6.34 Trajektorije fragmenata mase 58g (u ravni  $x-z$ ) za različite početne uglove elevacije fragmenata



Sl. 6.35 Trajektorije fragmenta mase 8g (u ravni x-z) za različite početne uglove elevacije

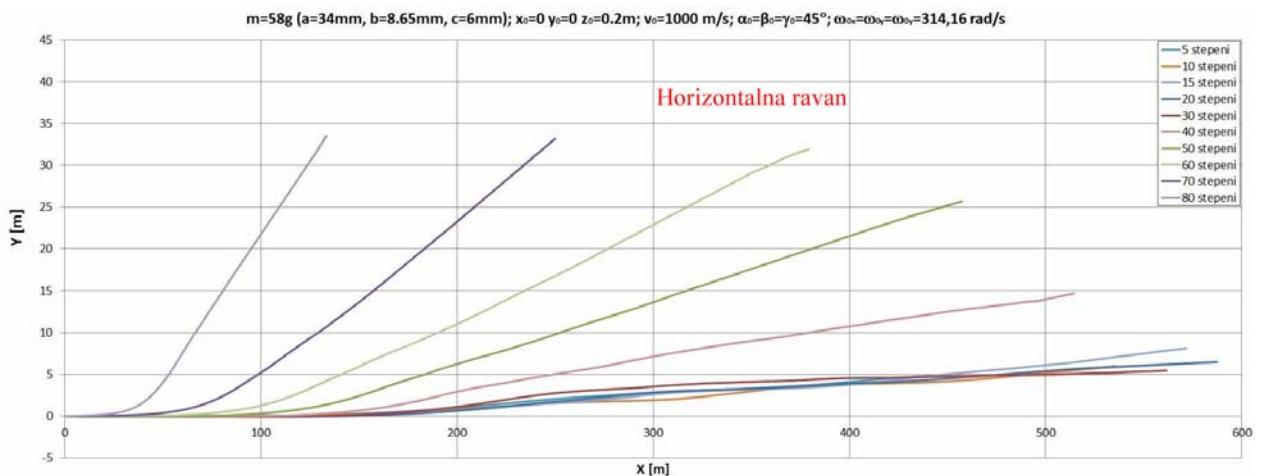
Sa sl. 6.34 i 6.35 se vidi da je najveće vrijeme leta fragment mase 58g imao pri poč. elev. uglu od  $80^\circ$ , i iznosilo je oko 23,5s. Za fragment mase 8g je, takođe, najveće vrijeme leta bilo pri poč. elev. uglu od  $80^\circ$ , i to 20,3s. Najmanje vrijeme leta bilo je, naravno, za oba fragmenta pri elev. uglu od  $5^\circ$ , i iznosilo je 3,2s za fragment mase 58g i 1,6s za fragment mase 8g.

Najveća visina leta je za oba fragmenta zabilježena, takođe, pri poč. elev. uglu od  $80^\circ$  i bila je 613m za fragment od 58g, i 447m za fragment od 8g. Maksimalne visine leta kod razantnih putanja fragmenta, pri elev. uglu od  $5^\circ$ , bile su 16,7m kod fragmenta od 58g, i 8,7m kod fragmenta od 8g.

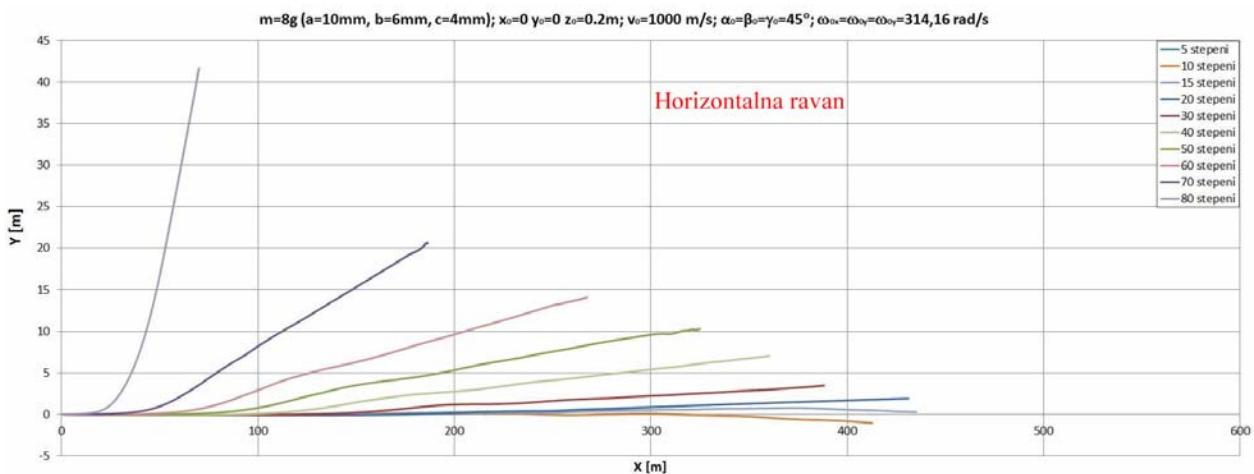
Kako bi se prikazalo bočno skretanje kod trajektorija fragmenata mase 58g i 8g, na slikama 6.36 i 6.37 (ista skala) prikazano je horizontalno skretanje fragmenta u x-y ravni. Kod fragmenta mase 58g, najveće bočno skretanje iznosi 33,5m, i to pri elev. uglu od  $80^\circ$ , a najmanje iznosi 4,9m pri elev. uglu od  $5^\circ$ . Za fragment mase 8g, najveće bočno skretanje iznosi 41,6m, takođe pri elev. uglu od  $80^\circ$ .

Najveće skretanje pojavljuje se, dakle, pri većim elevacionim uglovima zbog toga što se, za iste ostale uvjete, u tom slučaju fragment najduže kreće i ima vremena da više skrene u horizontalnoj ravni (bočna sila djeluje duže).

Skretanje je u ovom slučaju, generalno, uzrokovano određenom nesimetrijom orientacije fragmenta (uglovi  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  i  $\gamma_0$  su svi imali vrijednost  $45^\circ$ ) u odnosu na pravac vektora brzine u početnom trenutku kretanja fragmenta.



Sl. 6.36 Bočno skretanje (u ravni x-y) fragmenta mase 58g za različite početne uglove elevacije fragmenta



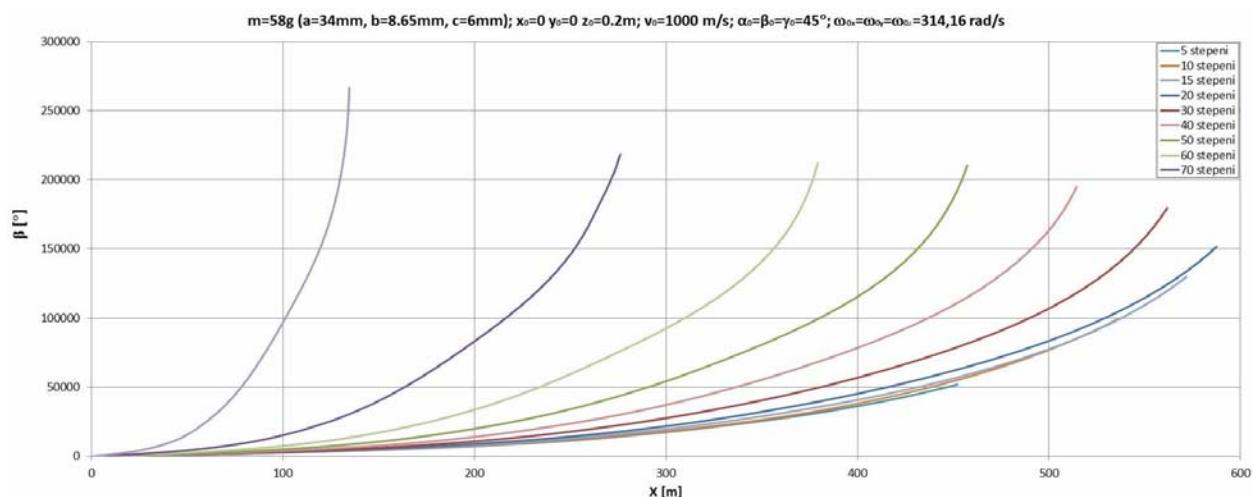
Kako bi se procjenila orijentacija ovih fragmenata (i broj obrtaja) tokom leta, na sl. 6.38 i 6.39 (ista skala) data je promjena ugla propinjanja  $\beta$  (rotacija oko ose  $y$ , sl. 6.83) u funkciji udaljenosti.

Promjena ugla valjanja  $\alpha$  i ugla skretanja  $\gamma$  je veoma slična promjeni ugla  $\beta$  (početne vrijednosti ovih uglova su bile iste pa su slične i njihove promjene u letu), te se uglovi  $\alpha$  i  $\gamma$  nisu posebno predstavljali na dodatnim dijagramima.

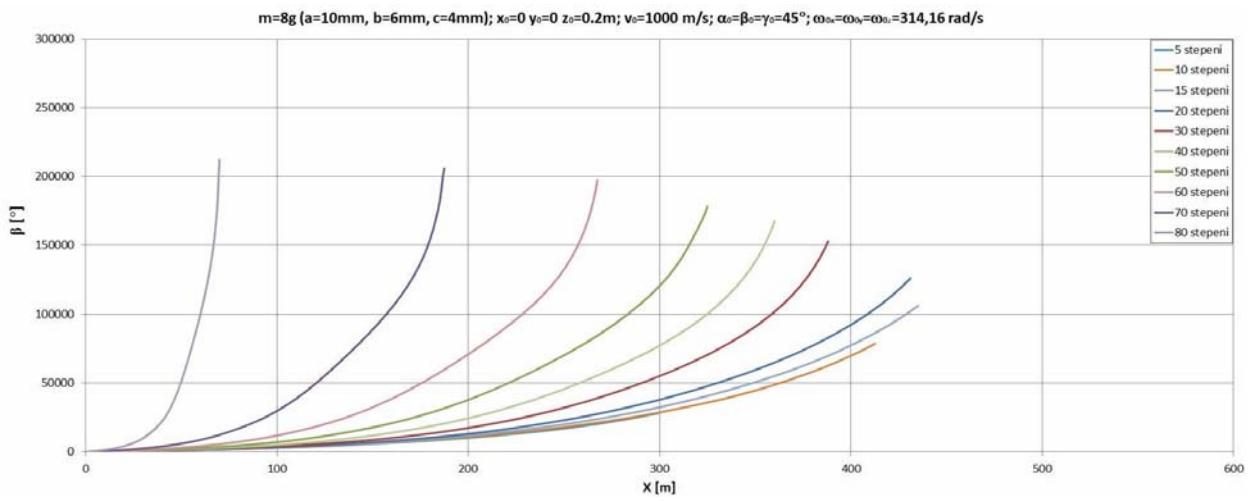
Posmatrajući vrijednosti ugla propinjanja  $\beta$  može se uočiti da je kod fragmenta 58g njegova najveća vrijednost iznosila  $266490^\circ$  (ili puna 740 obrtaja fragmenta tokom cijelog leta) pri početnom elevacionom uglu od  $80^\circ$ . Pri tom elevacionom uglu fragment napravi i 780 obrtaja oko ose  $x$  i 772 obrtaja oko ose  $z$ . Za date elevacione uglove, najmanja vrijednost ugla propinjanja  $\beta$  bila je  $43256^\circ$ , ili punih 144 obrtaja fragmenta mase 58g tokom cijelog leta, i to za početni elevacioni ugao od  $5^\circ$ .

Kod fragmenta mase 8g, situacija je slična - pri poč. elev. uglu od  $80^\circ$  fragment u toku leta napravi 588 punih obrtaja (oko ose  $y$ ), a pri poč. elev. uglu od  $5^\circ$  ovaj fragment napravi 77 punih obrtaja (oko ose  $y$ ) dok ne udari u tlo.

Može se, općenito, reći da će u ovom slučaju redovno postojati ugaona brzina fragmenata i da je vrijeme leta relativno kratko da bi fragment zauzeo stabilnu orijentaciju u toku leta kroz atmosferu.



Sl. 6.38 Promjena ugla propinjanja ( $\beta$ ) tokom kretanja fragmenta mase 58g za razl. elevacije

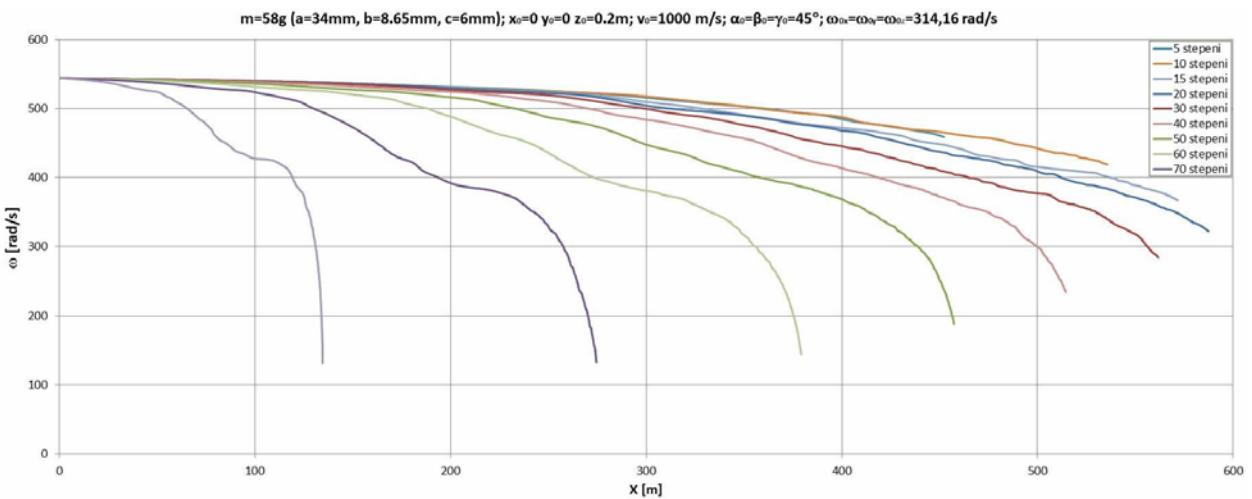


Sl. 6.39 Promjena ugla propinjanja ( $\beta$ ) tokom kretanja fragmenta mase 8g za razl. elevacije

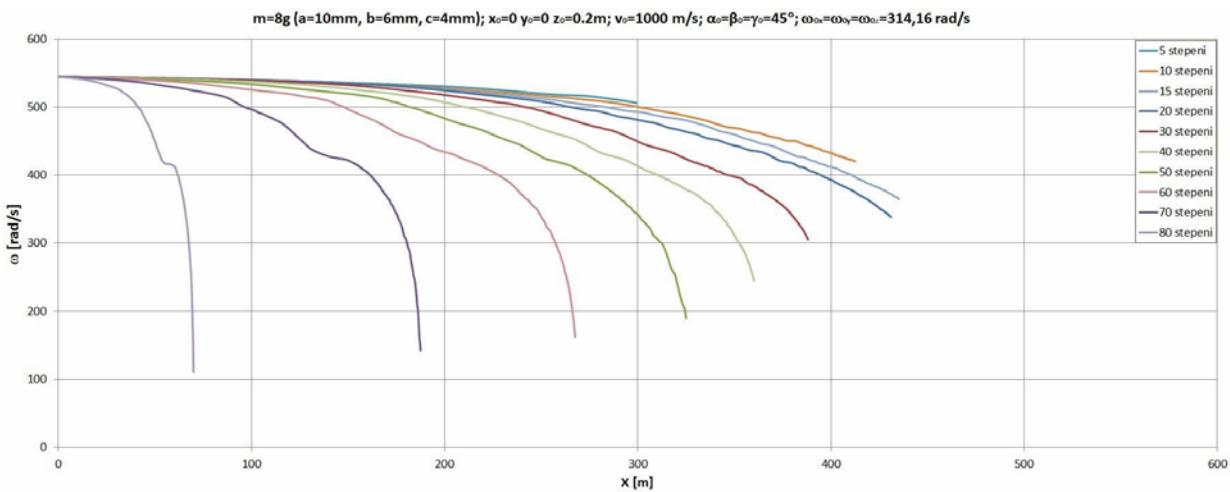
Na sl. 6.40 i 6.41 date su promjene intenziteta ugaone brzine fragmenata mase 58g i 8g. Budući da su komponente ugaone brzine iznosile po 314,16 rad/s (50 obr/s), intenzitet početne ugaone brzine je iznosio 544,14 rad/s. Tokom vremena intenzitet ugaone brzine opada. Budući da za veće elevacione uglove fragment leti duže, za te slučajevе i intenzitet ugaone brzine fragmenata više opadne. Tako se za fragment mase 58g, pri elev. uglu od  $80^\circ$ , intenzitet ugaone brzine smanjio na 131,4 rad/s, a za fragment mase 8g se, za isti elev. ugao, smanjio na 110,8 rad/s.

U ovoj analizi fragment ima određenu početnu ugaonu brzinu. Ako bi se radilo o idealiziranom slučaju gdje bi početne ugaone brzine bile jednakе nuli (što se ne događa u realnom slučaju), tada bi i fragment imao veći domet. U realnoj situaciji, međutim, fragmenti uvijek imaju neku početnu ugaonu brzinu, pa tokom kretanja fragmenti prolaze kontinuirano kroz razne orientacije sa većim ili manjim izloženim površinama, te im je i manji domet nego u idealiziranom slučaju kada ne bi bilo početne ugaone brzine, posebno ako bi se radilo o početnoj orientaciji sa minimalnom izloženom površinom.

Primjećuje se da krive promjene ugaone brzine (na slikama 6.40 i 6.41) nisu kontinualno opadajuće već lokalno vrijednost ugaone brzine brže ili sporije opada. Naime, lokalni gradijenti ugaone brzine zavise od trenutne orientacije fragmenta, tako da za određene orientacije aerodinamički moment može imati relativno velike projekcije u negativnom pravcu ugaone brzine, što znači da je za te orientacije relativno visoka i negativna projekcija ugaonog ubrzanja (usporenje) na trenutnu osu obrtanja.



Sl. 6.40 Promjena intenziteta ugaone brzine fragmenta mase 58g za razl. elevacije

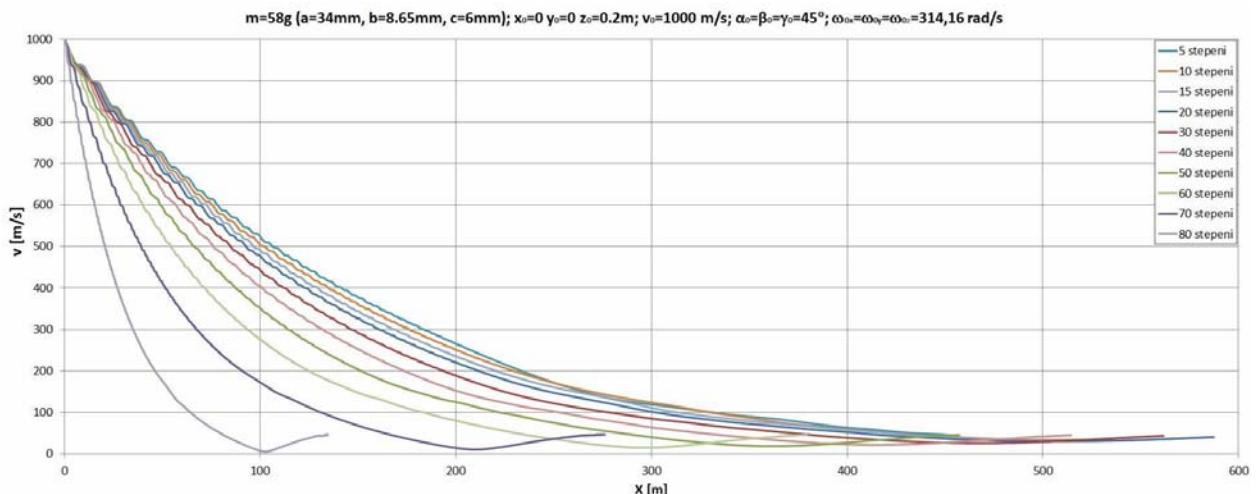


Sl. 6.41 Promjena intenziteta ugaone brzine fragmeta mase 8g za razl. elevacije

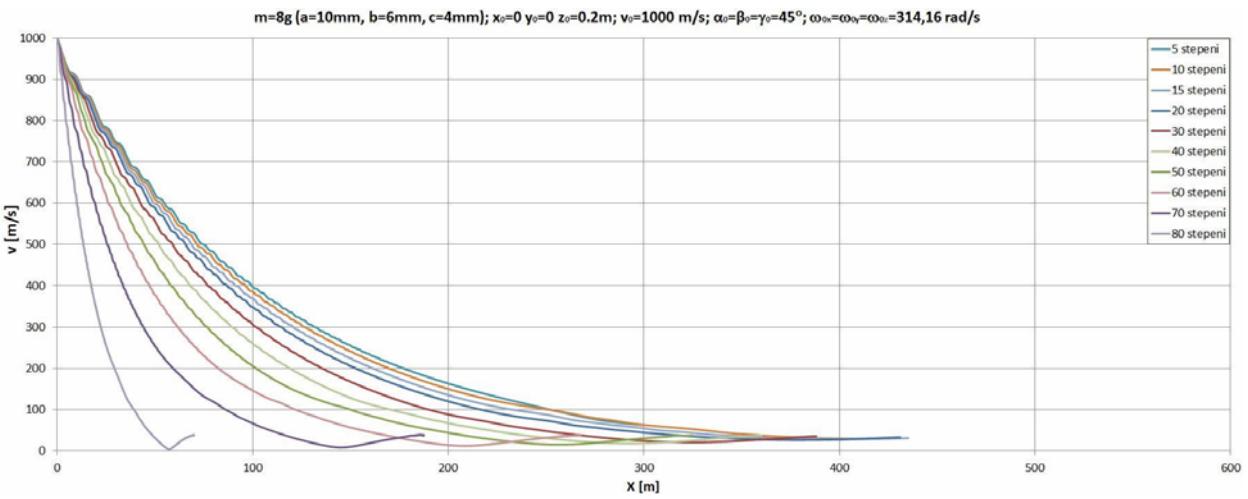
Slično važi i za translatornu brzinu fragmenata. S tim u vezi, na slikama 6.42 i 6.43 date su promjene intenziteta translatorne brzine fragmenata mase 58g i 8g tokom leta kroz atmosferu, pri različitim početnim elevacionim uglovima. I ovdje se primjećuje kako krive translatorne brzine nisu kontinualno opadajuće već postoje različiti gradijenti brzine koji uzrokuju "valoviti" pad brzine. I u ovom slučaju se, naravno, radi o efektu koji nastaje uslijed kontinuirane rotacije fragmenta tokom njegovog kretanja. Kod fragmeta mase 58g i 8g, za date elevacione uglove, brzina opadne sa početne vrijednosti 1000 m/s do oko 30-60 m/s prilikom udara u tlo.

Krve brzine u funkciji udaljenosti (sl. 6.42 i 6.43) pri većim elevacionim uglovima dostižu svoj minimum u određenoj tački, pa se nakon toga brzina fragmenata opet malo povećava uslijed djelovanja gravitacione sile. To se dešava na silaznom dijelu putanje gdje tijelo kojem se već dosta smanjila brzina naglo dobije na brzini zbog dejstva sile gravitacije, i to se dešava sve dok se brzina ne izjednači sa terminalnom brzinom za dato tijelo. Generalno, tijelo dostiže terminalnu brzinu kada je sila gravitacije jednaka aerodinamičkoj sili otpora. Tada je ukupna sila koja djeluje na tijelo jednaka nuli, pa je i ubrzanje jednako nuli, tj. brzina postaje konstantna.

Ovaj efekat poznat je i kod HE artiljerijskih projektila koji se ispaljuju pod velikim polaznim uglovima. Kada su nagibi putanje mali, što je slučaj npr. kod malo položenih putanja protivoklopnih i streljačkih projektila, kod kojih su početne brzine obično jako velike, brzina ne stigne do svog minimuma prije pada na tlu, i ona stalno opada<sup>[72]</sup>. Slično se dešava i sa fragmentima koji imaju razantne putanje (male poč. elev. uglove) kao što se vidi na sl. 6.42 i 6.43.

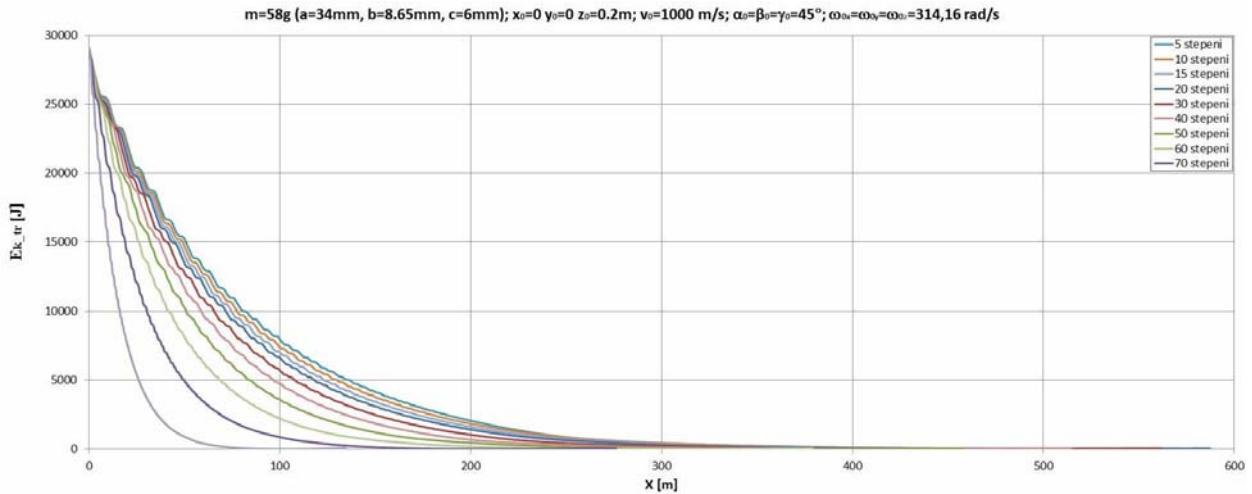


Sl. 6.42 Promjena intenziteta translatorne brzine fragmeta mase 58g pri razl. elev. uglovima

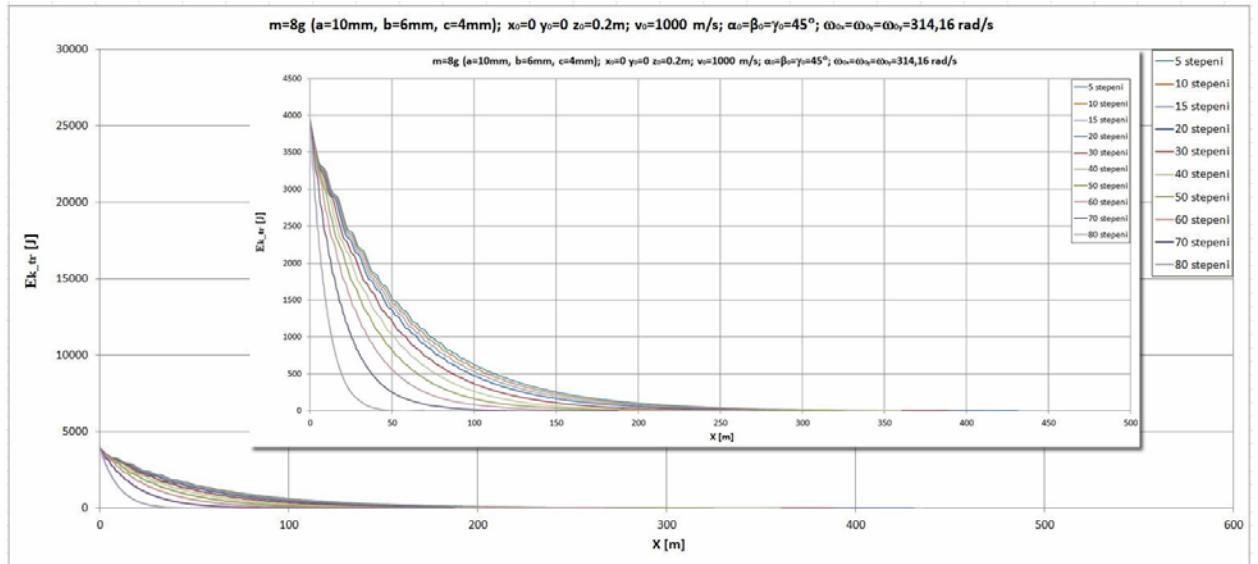


Sl. 6.43 Promjena intenziteta translatorne brzine fragmeta mase 8g pri razl. elev. uglovima

Na slikama 6.44 i 6.45 dat je prikaz pada translatorne kinetičke energije kod fragmenata mase 58g i 8g.



Sl. 6.44 Promjena translatorne kinetičke energije fragmeta mase 58g



Sl. 6.45 Promjena translatorne kinetičke energije fragmeta mase 8g

Dijagrami su u istoj skali, ali zbog velike razlike u nivou kinetičke energije (radi razlike u masi fragmenata), dijagram na sl. 6.45 se nešto slabije vidi. Zato je na sl. 6.45 sa gornje desne strane dodat isti dijagram ali u odgovarajućoj skali kako bi se bolje vidjele krive.

Translatorna kinetička energija je određena kao polovina proizvoda mase fragmenata i kvadrata intenziteta translatorne brzine. Početna translatorna kinetička energija za fragment mase 58g, za datu početnu translatornu brzinu od 1000 m/s, iznosila je 29 kJ, a u slučaju fragmenta mase 8g, početna translatorna kinetička energija je iznosila 3,9 kJ.

Vrijednosti translatorne kinetičke energije za fragment od 58g, prilikom udara u tlo, iznose 40-60J za date elevacione uglove. Ova energija nije dovoljna da onesposobi ljudske ciljeve (koja iznosi 80J, prema NATO standardu), ali je zanimljivo da parče ove mase (i oblika) čak i na udaljenosti od preko 500m može imati značajnu kinetičku energiju.

Vrijednosti translatorne kinetičke energije za fragment od 8g, prilikom udara u tlo, iznose od 3-16J za date elevacione uglove.

Ako se razmatraju udaljenosti od 50m od centra detonacije, značajne sa stajališta procjene smrtonosne zone HE projektila, onda se translatorne kinetičke energije fragmenta mase 58g na toj udaljenosti kreću od 15kJ (za elev. ugao  $5^\circ$ ) do oko 13,3 kJ (za elev. ugao  $20^\circ$ ). Kod parčeta mase 8g, translatorne kinetičke energije na udaljenosti 50m od centra eksplozije su od 1,5 kJ (za elev. ugao  $5^\circ$ ) do oko 1,3 kJ (za elev. ugao  $20^\circ$ ).

Dakle, otprilike 10 puta je veća translatorna kinetička energija fragmenta mase 58g nego u slučaju fragmenta mase 8g na udaljenosti od 50m od centra eksplozije. U oba slučaja fragmenti na ovoj udaljenosti imaju više nego dovoljno kinetičku energiju da onesposobe ljudsku metu.

U analizi je izvršena i procjena rotacione kinetičke energije fragmenata radi uvida u njen intenzitet u odnosu na intenzitet translatorne kinetičke energije. Kinetička energija fragmenta je određena kao polovina proizvoda momenta inercije tijela (korišteni su momenti inercije u koordinatnom sistemu vezanom za tijelo, koji su konstantni - za ose  $\xi$ ,  $\eta$  i  $\zeta$  i kvadrata intenziteta ugaone brzine tijela).

Na slikama 6.46 i 6.47 dat je prikaz pada rotacione kinetičke energije kod fragmenata mase 58g i 8g. Dijagrami su u istoj skali, i zbog velike razlike u nivou kinetičke energije dijagram na sl. 6.47 se slabije vidi, slično kao kod transl. kin. energije. Zato je i na sl. 6.47 dodat isti dijagram u odgovarajućoj skali kako bi se vidjela promjena rot. kin. energije, kao i krive rotacione kinetičke energije za prvih 10m putanja gdje se vidi pobliže oscilovanje vrijednosti rotacione kinetičke energije.

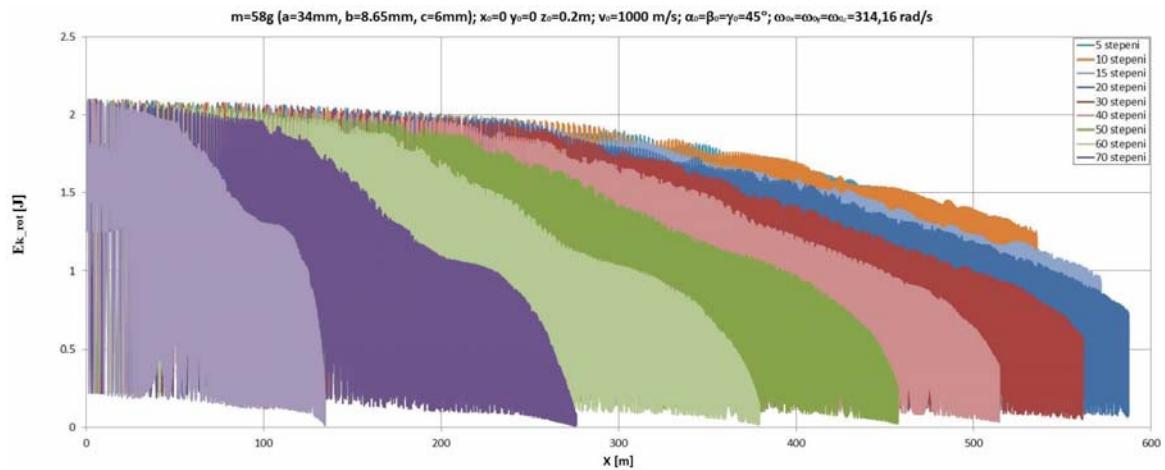
Početna rotaciona kinetička energija za fragment mase 58g, za datu početnu ugaonu brzinu od 544,14 rad/s, iznosila je 2J, a u slučaju fragmenta mase 8g iznosila je 0,03 J. Vrijednosti rotacione kinetičke energije za fragment od 58g, prilikom udara u tlo, iznose od 0,04J - 1,1J za date elevacione uglove. S druge strane, vrijednosti rotacione kinetičke energije za fragment od 8g, prilikom udara u tlo, iznose od 0,00099J - 0,026J za date elevacione uglove.

Kao što se može vidjeti iz rezultata (sl. 6.46 i 6.47), translatorna kinetička energija fragmenta je mnogo veća nego rotaciona komponenta kinetičke energije. Tako je translatorna kinetička energija fragmenta mase 58g, za date početne uslove, 14312 puta veća od rotacione komponente kin. energije na početku kretanja, a na kraju kretanja veća oko 32 puta (za elev. ugao od  $15^\circ$ ) do 692 puta (za elev. ugao od  $80^\circ$ ).

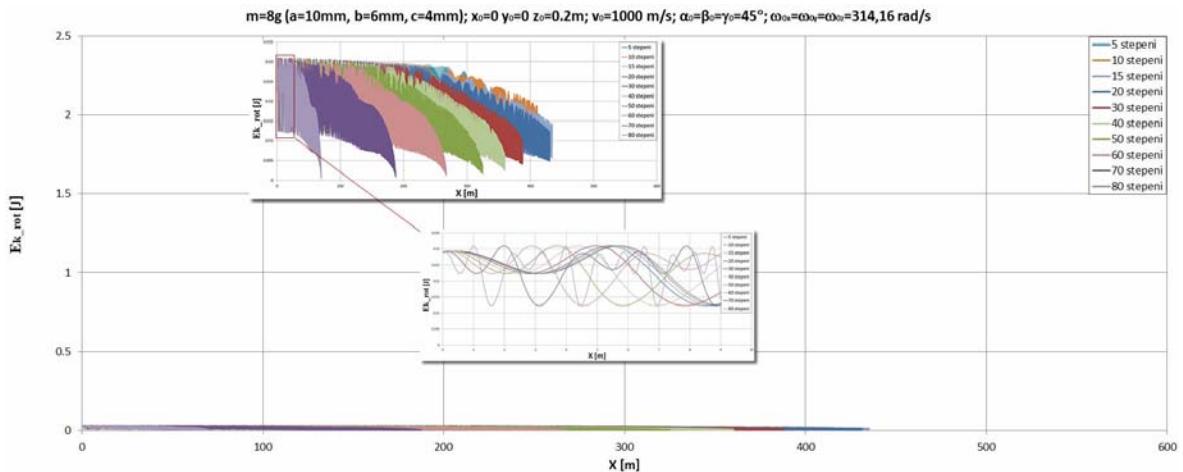
S druge strane, translatorna kinetička energija fragmenta mase 8g je, za date početne uslove, čak 136311 puta veća od rotacione kinetičke energije na početku kretanja, a na kraju kretanja je veća oko 230 puta (za elev. ugao od  $15^\circ$ ) do 5681 puta (za elev. ugao od  $80^\circ$ ).

Očito je da fragmenti manje mase, pod istim početnim uslovima, imaju dosta veću translatornu od rotacione komponente kinetičke energije, u poređenju sa fragmentima veće mase.

Što se tiče kinetičke energije tijela (fragmenta) pokazuje se dominatnost kinetičke energije translacije dok je kinetička energija rotacije fragmenta zanemariva.

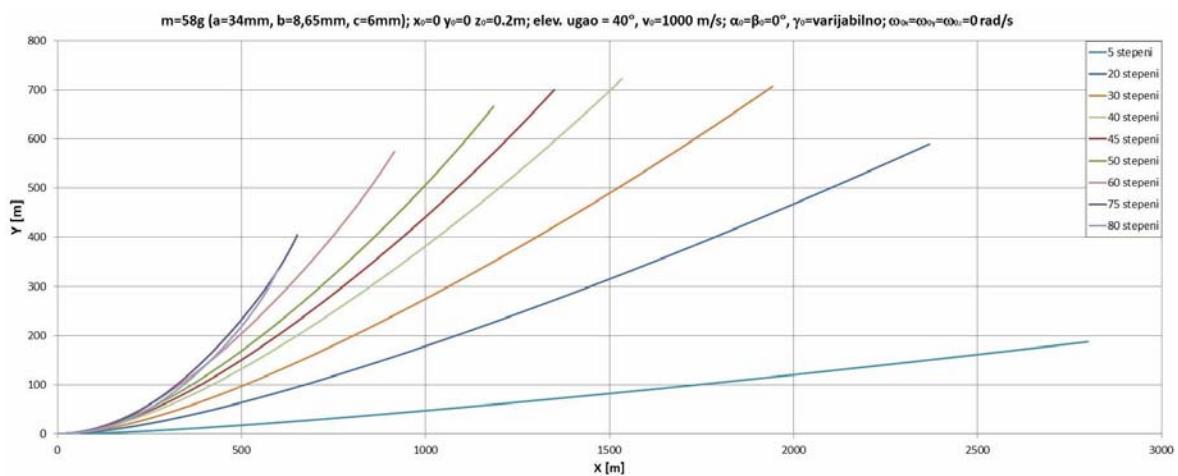


Sl. 6.46 Promjena rotacione kinetičke energije fragmenta mase 58g



Sl. 6.47 Promjena rotacione kinetičke energije fragmenta mase 8g

Izvršena je i procjena uticaja orijentacije tijela (sl. 6.48) na bočno skretanje (u horizontalnoj ravni xy) fragmenta. U analizi je korišten fragment mase 58g, istih dimenzija. S tim u vezi, izvršen je proračun trajektorija (sl. 6.48) za slučaj konstantnog elevacionog ugla (u ovom slučaju arbitrarno izabranog  $40^\circ$ ), pri čemu je početna visina bila 0,2m iznad tla, početna brzina 1000 m/s, a početna ugaona brzina nula (idealiziran slučaj).



Sl. 6.48 Bočno skretanje za slučaj različitog početnog položaja fragmenta (različiti uglovi  $\gamma$ )

U ovoj analizi fragment je u početnom trenutku zaokrenut (u odnosu na početni referentni položaj) za ugao (skretanja)  $\gamma_0$  čije vrijednosti su iznosile:  $5^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  i  $80^\circ$  (u odnosu na osu  $z$ ). Početni uglovi valjanja  $\alpha_0$  i propinjanja  $\beta_0$  su bili jednaki nuli.

Kao što se vidi sa sl. 6.48, u svim slučajevima (različite vrijednosti početnog ugla  $\gamma_0$ ) primjećuje se značajno bočno skretanje tijela u horizontalnoj ravni.

Za slučaj kada je npr.  $\gamma_0=80^\circ$ , pri maksimalnom dometu od oko 600m, za date početne uvjete, maksimalno bočno skretanje fragmenta je oko 336m (bočno skretanje je oko 56% vrijednosti dometa). Kada je  $\gamma_0=75^\circ$ , pri dometu od oko 651m, maksimalno bočno skretanje fragmenta je oko 404m (bočno skretanje oko 62% vrijednosti dometa).

U slučaju  $\gamma_0=60^\circ$ , pri maksimalnom dometu od oko 915m, maksimalno bočno skretanje je bilo oko 574m (oko 63% dometa). Kada je  $\gamma_0=40^\circ$ , pri maksimalnom dometu od oko 1533m, maksimalno bočno skretanje je oko 722m (oko 47% dometa).

U slučaju  $\gamma_0=20^\circ$ , pri maksimalnom dometu od oko 2370m, maksimalno bočno skretanje je oko 590m (oko 25% dometa). A u slučaju kada je  $\gamma_0=5^\circ$ , pri maksimalnom dometu od oko 2800m, maksimalno bočno skretanje je oko 187m (oko 7% dometa).

Dijagram na sl. 6.48 je zanimljiv, takođe, jer se ovdje radi o fenomenu sličnom onom opisanom u poglavlju 4.3.3.3 (procjena koeficijenta sile uzgona za slučaj fragmenta). Naime, u ovom slučaju (kada se orientacija tijela mijenja tako što se rotira samo oko ose  $z$ ) pojavljuje se značajna bočna sila koja djeluje na sličan način kao sila uzgona, ali u horizontalnoj ravni (ravan  $x-y$ ) - dakle, uzrokuje skretanje fragmenta po pravcu.

Bočna sila u ovom slučaju ima svoj maksimum, takođe, oko ugla skretanja  $\gamma=40^\circ$ , slično kao što i sila uzgona (poglavlje 4.3.3.3) ima svoj maksimum za napadni ugao između  $40^\circ$  i  $50^\circ$  (kao što je prikazano za realni fragment na sl. 4.47). Što je početni ugao skretanja  $\gamma_0$  bliži nuli ili  $90^\circ$ , tada je skretanje tijela najmanje (sl. 6.48).

#### 6.4.3.2 Procjena elemenata putanje fragmenata na kraćim udaljenostima

U borbenoj upotrebi visoko-eksplozivnih projektila, sa stajališta procjene parametara smrtonosne zone ovih projektila, važno je procjeniti potrebne elemente putanje fragmenata pri dometima do 50m. S tim u vezi, u radu je izvršeno nekoliko analiza sa fragmentom mase 8g, dimenzija  $a=10\text{mm}$ ,  $b=6\text{mm}$  i  $c=4\text{mm}$ .

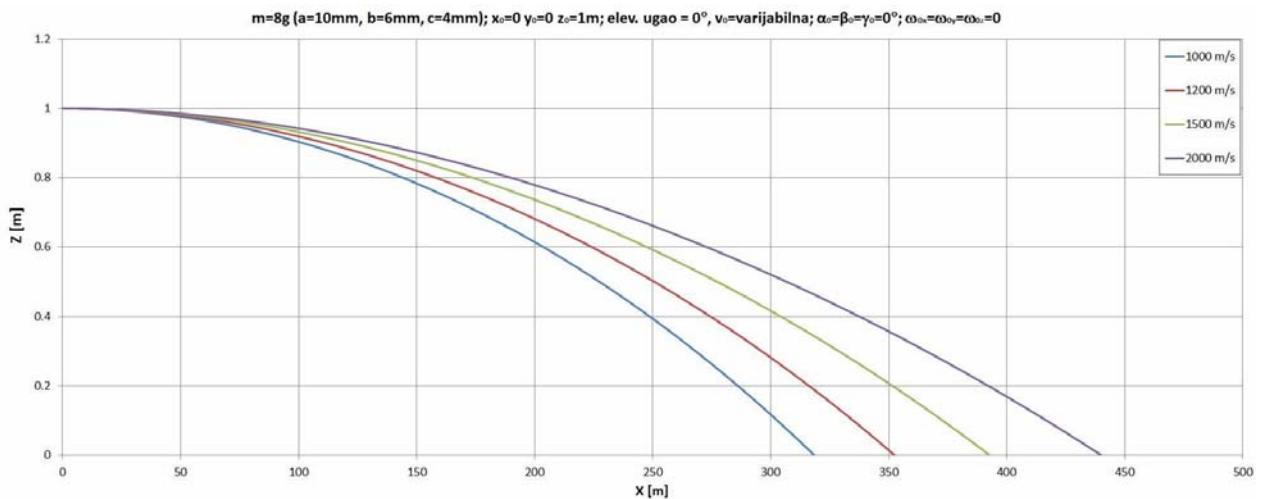
Prva analiza uključivala je uticaj početne brzine na elemente putanje fragmenata i njegovu kinetičku energiju. U ovoj analizi, pretpostavljeni su slijedeći početni uslovi:

- Početna visina fragmenta je izabrana arbitratno,  $z_0 = 1\text{m}$ .
- Početni elevacioni ugao fragmenata je bio jednak nuli.
- Vektor početne translatorne brzine je postavljen u pozitivnom smjeru ose  $x$  (sl. 6.30).
- Početna ugaona brzina je bila jednaka nuli. Ovo je idealizirani slučaj, ali koristan (radi izolovanja uticaja ugaone brzine na kretanje) za potrebe ove analize.
- Početna orientacija fragmenta, tj. početni apsolutni uglovi  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  i  $\gamma_0$  su imali vrijednosti  $0^\circ$ , što znači da je fragment bio u referentnom početnom položaju. I ovo je idealizacija jer rijetko kada ovi uglovi mogu biti jednak nuli u realnoj situaciji.

Izvršen je proračun trajektorija fragmenata za slijedeće početne ugaone brzine:

- $1000 \text{ m/s}$ ,
- $1200 \text{ m/s}$ ,
- $1500 \text{ m/s}$ , i
- $2000 \text{ m/s}$ .

Trajektorije fragmenata, urađene u MatLab programu, prikazane su na sl. 6.49.

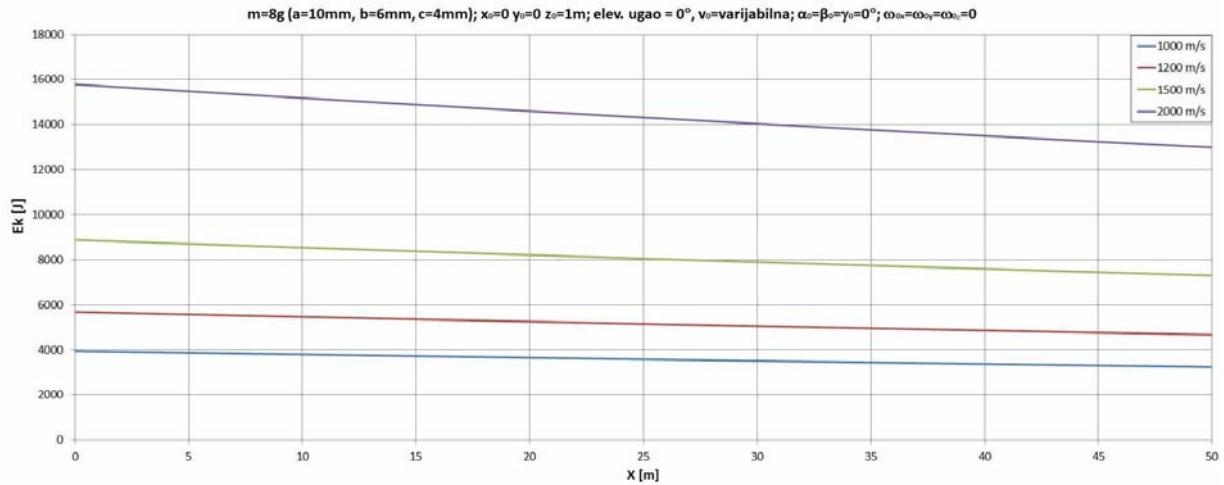


Sl. 6.49 Trajektorije fragmenta mase 8g pri različitim poč. brzinama, za date početne uslove

Na sl. 6.50 prikazan je dijagram promjene kinetičke energije datog fragmenta (mase 8g), za različite početne translatorne brzine, i to do udaljenosti od 50m. Dijagrami na sl. 6.49 i 6.50 pokazuju da početna brzina fragmenta značajno utiče na njegov domet, a pogotovo na nivo kinetičke energiju koju fragment ima.

Tako npr. za isti fragment (mase 8g), pri poč. transl. brzini od 1000 m/s (npr. fragmenti sa projektila 130mm HE M79), fragment za date početne uslove ima domet oko 318m i kinetičku energiju prilikom udara u tlo oko 1,1 kJ.

S druge strane, taj isti fragment, ukoliko ima početnu brzinu 200 m/s (npr. fragmenti sa bojeve glave raketnog projektila 128mm HE M87 - Komp. B imaju sličnu brzinu), ima domet oko 440m (28% veći), a kinetička energija prilikom udara u tlo mu iznosi 2,8 kJ (61% veća nego u slučaju poč. brzine od 1000 m/s). Ovaj fragment, za date početne brzine (i date početne uslove), na udaljenosti 50m sigurno će onesposobiti nezaštićeni ljudski cilj.



Sl. 6.50 Promjena kinetičke energije fragmenta mase 8g pri različitim poč. brzinama, za udaljenost do 50m

Druga analiza odnosila se na procjenu nivoa kinetičke energije fragmenata različite mase ali istog oblika (samo skaliranih dimenzija). Kao referentni fragment izabran je opet fragment mase 8g, dimenzija  $a=10\text{mm}$ ,  $b=6\text{mm}$  i  $c=4\text{mm}$ . Odnos stranica ovog fragmenta je  $a/c=2,5$  i  $b/c=1,5$ . Ovom fragmentu su u analizi skalirane stranice tako da su geometrijski odnosi  $a/c$  i  $b/c$  ostali isti u svim slučajevima. Na taj način dobijeni su fragmenti koji imaju isti oblik, ali različitu masu. Skale su odabrane tako da fragmenti budu u odgovarajućoj masenoj grupi (tabela 6.6).

Tabela 6.6 Fragmenti skaliranih dimenzija, istog oblika, ali različite mase

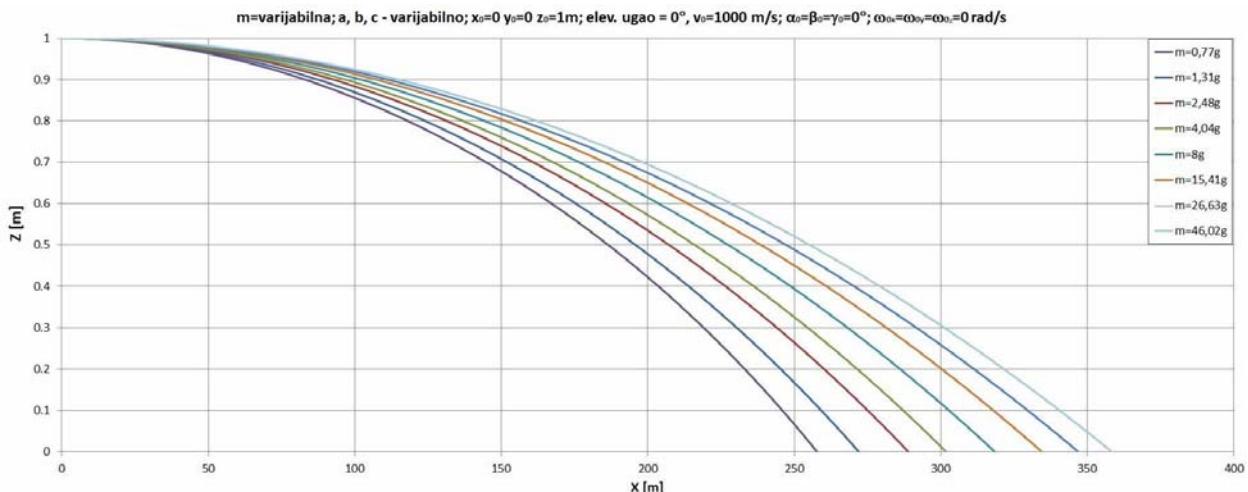
dimenzijske stranice			masa (g)	mas. grupa	a/c	b/c
a	b	c				
4,6	2,76	1,84	0,77	0,5 - 1g	2,5	1,5
5,5	3,3	2,2	1,31	1 - 2g	2,5	1,5
6,8	4,08	2,72	2,48	2 - 3g	2,5	1,5
8	4,8	3,2	4,04	3 - 5g	2,5	1,5
10	6	4	8,01	5 - 10g	2,5	1,5
12,5	7,5	5	15,41	10 - 20g	2,5	1,5
15	9	6	26,63	20 - 30g	2,5	1,5
18	10,8	7,2	46,02	30 - 50g	2,5	1,5

U ovoj analizi prepostavljeni su slijedeći početni uslovi:

- Početna visina fragmenata je bila  $z_0 = 1\text{m}$ .
- Početni elevacioni ugao fragmenata je bio jednak nuli.
- Vektor početne translatorne brzine je postavljen u pozitivnom smjeru ose  $x$  (sl. 6.30).
- Početna ugaona brzina je bila jednaka nuli.
- Početna orientacija fragmenta, tj. početni apsolutni uglovi  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  i  $\gamma_0$  su imali vrijednosti  $0^\circ$ , što znači da je fragment bio u referentnom početnom položaju.

U tabeli 6.6 su date dimenzije (i njihovi odnosi) i mase fragmenata koji su korišteni u spomenutoj analizi.

Na sl. 6.51 prikazane su trajektorije ovih skaliranih fragmenata, prikazane u  $x$ - $z$  ravni, za date početne uslove. Kao što je i logično, fragmenti veće mase, za iste početne uvjete, imaju veći domet.



Sl. 6.51 Trajektorije skaliranih fragmenta (istog oblika ali različite mase i zapremine), za date poč. uslove

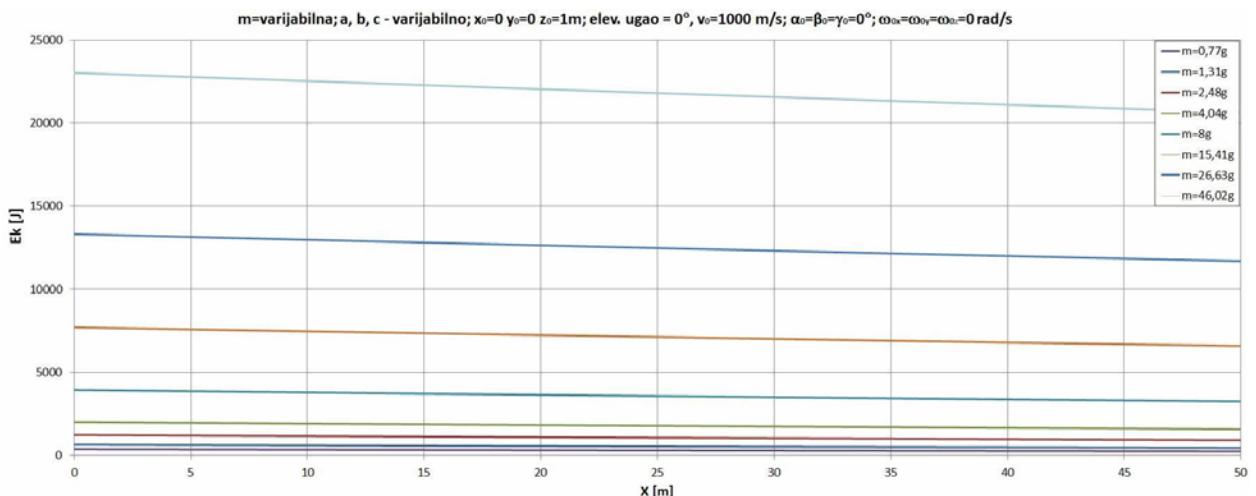
Na sl. 6.52 dat je dijagram promjene kinetičke energije fragmenata u funkciji puta za različite (skalirane) dimenzije i mase fragmenata, pri datim početnim uslovima, za domet do 50m.

Kinetička energija je važan parametar prilikom procjene smrtonosne zone HE projektila jer je kriterijem onesposobljavajuće kinetičke energije fragmenta definisana vrijednost kinetičke energije potrebna da se onesposobi borac na terenu. Kao što je ranije rečeno, trenutno u zemljama NATO saveza važi kriterij koji navodi vrijednost kinetičke energije od 80J, potrebne za onesposobljavanje ljudskih ciljeva.

Fragmenti HE projektila imaju velike početne brzine (najčešće reda 2-5 Ma), tako da i fragmenti manjih masa imaju dovoljno kinetičke energije da onesposobe ljudske ciljeve na terenu. To se jasno vidi na dijagramu na sl. 6.104 gdje se može uočiti da npr. fragment mase 46,02g (sl. 6.104) ima početnu kinetičku energiju 23 kJ, a na 50m je njeno nivo oko 20,6 kJ (pad od oko 10%).

S druge strane, i fragmenti veoma male mase imaju značajne kinetičke energije, i mogu nanijeti oštećenja mekim ciljevima, a što se ne navodi često u literaturi. Tako npr. fragment mase 0,77g (sl. 6.104), koji jedva da se može i vidjeti kada se drži u ruci, ima početnu kinetičku energiju 384J, a na 50m je njeno nivo opao na oko 250J (pad od oko 35%).

Ova energija od 250J je dovoljna da onesposobi nezaštićen ljudski cilj. I zaista, u ratnim izvještajima (npr. tokom rata u BiH) se mogu naći informacije kako je fragment veličine zrna riže probio vitalan organ (npr. srce) u tijelu i doveo do smrti.



Sl. 6.52 Dijagram promjene kinetičke energije fragmenata u funkciji puta za različite mase fragmenata, pri datim početnim uslovima, za domet do 50m

Treća analiza koja je izvršena, sa ciljem procjene elemenata putanje fragmenata na kraćim udaljenostima, je slučaj pri kojem fragment u početnom trenutku ima različite izložene površine (orientacije). Slična analiza spominjala se ranije kod procjene kompletne trajektorije fragmenta mase 58g za različite početne uglove skretanja  $\gamma_0$  (sl. 6.48), ali u ovom slučaju je variran početni ugao propinjanja  $\beta_0$  (kojim se tijelo iz početnog referentnog položaja rotira oko ose  $y$ , sl. 6.30).

Promjenom početnog ugla  $\beta_0$ , za ostale iste početne uvjete, varira se početna orijentacija i izložena površina fragmenta u početku kretanja. Početne vrijednosti ugla  $\beta_0$  koje su korištene u ovoj analizi su bile:  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  i  $90^\circ$ .

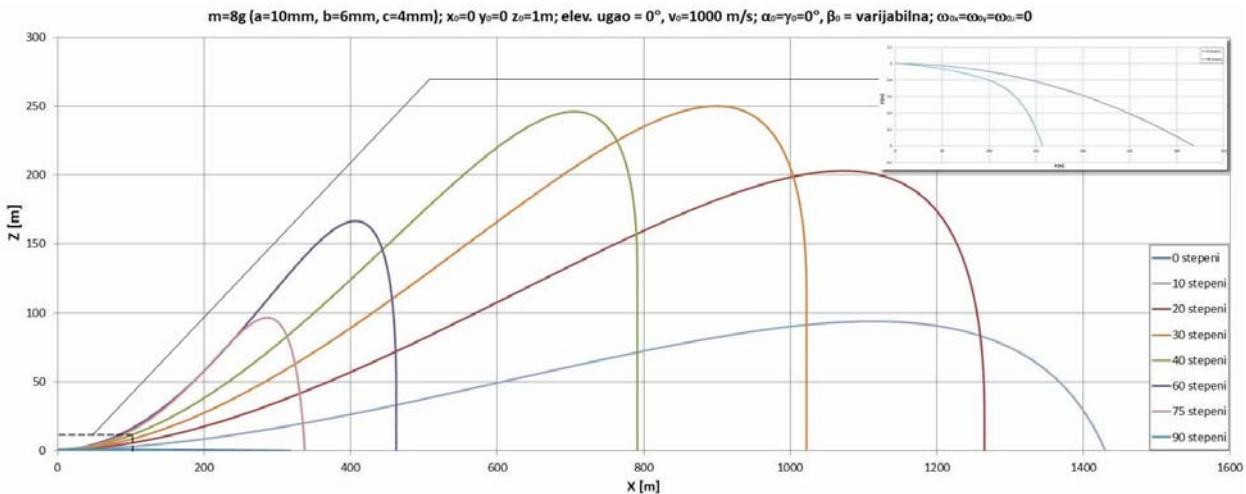
Pretpostavljeni su slijedeći početni uslovi:

- Početna visina fragmenata je bila  $z_0 = 1\text{m}$ .
- Početni elevacioni ugao fragmenata je bio jednak nuli, a vektor početne translatorne brzine je postavljen u pozitivnom smjeru ose  $x$  (sl. 6.30).
- Početna ugaona brzina je bila jednaka nuli.
- Početni uglovi valjanja  $\alpha_0$  i skretanja  $\gamma_0$  (sl. 6.30) su imali vrijednosti  $0^\circ$ .

Na sl. 6.53 date su trajektorije fragmenata pri različitim početnim orijentacijama (varijacija ugla  $\beta_0$ ), prikazane u  $x$ - $z$  ravni, za date početne uslove.

Ovdje se radi o zanimljivom fenomenu, gdje se javlja značajna sila uzgona, slično kao kod nagnutih krila aviona koji se kreće velikom brzinom (s tim da su brzine fragmenata znatno veće). Naime, budući da je početni elevacioni ugao bio jednak nuli i da je vektor početne translatorne brzine bio postavljen u pozitivnom smjeru ose  $x$ , fragment u slučaju kada je ugao  $\beta_0$  bio različit od  $0^\circ$  ili  $90^\circ$ , ima u početnom dijelu putanje fazu "uzleta" (sl. 6.53), i iako je krenuo svoj let sa

visine od 1m, pri početnom ugлу  $\beta_0 = 40^\circ$  fragment se popeo čak do visine od oko 250m, a pri  $\beta_0 = 20^\circ$  fragment je imao i relativno veliki domet - oko 1265m.



Sl. 6.53 Trajektorije fragmenata pri različitim početnim uglovima propinjanja  $\beta_0$

Kada su uglovi propinjanja  $\beta_0 = 0^\circ$  i  $\beta_0 = 90^\circ$ , fragment ima manje domete (sl. 6.53) jer, za date početne uslove, nema uzgona (u početnoj fazi se kreće ili minimalnom ili maksimalnom izloženom površinom). Tako je, pri ovim početnim uvjetima, fragment kod kojeg je orientacija u početnom dijelu putanje bila takva da je  $\beta_0 = 90^\circ$ , imao domet tek oko 157m, dok je, s druge strane, u slučaju kada je npr.  $\beta_0 = 10^\circ$  domet fragmenta bio 1430m.

Dakle, pri istoj brzini i za isti fragment, domet teoretski može biti veći i do 9 puta, zavisno od početne orijentacije fragmenta HE projektila.

Treba napomenuti da će se ovakvi početni uvjeti rijetko kada desiti u realnom slučaju jer se radi o idealizaciji (poč. ugaone brzine, poč. elevacioni ugao i poč. uglovi  $\alpha_0$  i  $\gamma_0$  su bili jednaki nuli). Međutim, fragment teoretski može u doći u neki sličan položaj, pri kojem će dati parametri imati niske vrijednosti, i pri kojem može doći do određenog podizanja fragmenta tokom leta i povećanja njegovog dometa.

Na kraju ovog poglavlja dat je, u nedostatku drugih referenci i eksperimentalnih podataka, pregled (tabela 6.7) maksimalnih mogućih dometa fragmenata, dobijenih upotrebom (Crull, Swisdak<sup>[147]</sup>) programa TRAJ (Montanaro<sup>[260]</sup>), za različitu HE municiju (artiljerijske, minobacačke i raketne HE projektile, te avio-bombe i ručne bombe).

Maksimalni domet (tabela 6.7) izračunat je u ovom slučaju samo za fragmente najveće mase, pri čemu je masa dobijena Mott-ovom metodom za procjenu masene distribucije – kada se iz izraza (5.1) postavi uslov da je kumulativni broj fragmenata  $N(m)=1$ .

Treba, takođe, napomenuti da spomenuti program TRAJ<sup>[260]</sup> koristi pojednostavljeni model kretanja fragmenata HE projektila, sa dva stepena slobode (2D; kretanje u jednoj ravni), i bazira se na jednačini kretanja u otpornoj sredini (gdje se prepostavlja da je sila proporcionalna kvadratu brzine). Oblik fragmenta se u ovom programu (TRAJ) opisuje tzv. faktorom oblika (odnos zapremine fragmenta prema zapremini zamišljenog paralelepiped-a koji ograničava fragment) i dimenzijom fragmenta u pravcu kretanja ili izloženom površinom u pravcu kretanja (ne obadvoje).

Spomenuti program nije dostupan za javnu upotrebu. Takođe, u literaturi se ne navode poređenja rezultata dobijenih na osnovu ovog modela sa eksperimentalnim podacima ili numeričkim simulacijama za fragmente.

Tabela 6.7 Maksimalni dometi fragmenata različite municije dobijeni u programu TRAJ<sup>[147]</sup>

Tip HE municije	Maksimalni domet fragmenata (m)	
	U horizontalnom pravcu	U vertikalnom pravcu
25mm HE M792	230	182
30mm HEI PGU-13/B	250	194
40mm HE Mk2	334	258
57mm HE M306	327	252
75mm HE M48	519	395
76mm HE M352	531	394
90mm HE M71	596	463
105mm HE M1	591	455
107 mm M3A1	493	391
120mm HE M356	649	493
152mm HE-T, M657	813	626
155mm HE M107	786	605
155mm HE M795	823	633
175mm M437	824	630
203mm HE M106	1002	744
60mm HE M49A3	329	261
60mm HE M49A5	309	246
81mm HE M372A1	396	315
81mm HE M374	376	301
81mm HE M56	371	294
70mm HE M222	419	332
110mm HE M8	574	451
Avio bomba (907kg) HE M66A2	1100	870
Avio bomba (907kg) HE MK84	1183	930
Avio bomba BLU-109	1490	1146
Avio bomba BLU-110	1031	800
Avio bomba (454kg) HE MK83	1002	783
Avio bomba (227kg) HE MK82	968	750
Avio bomba (113kg) HE MK81	871	685
Avio bomba (45kg) HE MK1	564	454
Bomba (9kg) M41	641	484
Bomba (1,8kg) M81	415	317

---

## POGLAVLJE

# 7

## PREDVIĐANJE PARAMETARA EFIKASNOSTI HE PROJEKTILA

### 7.1 Uvod

Jedan od ciljeva doktorske disertacije bio je definisanje fizikalnog modela koji omogućava početnu procjenu parametara prostorne efikasnosti HE projektila protiv mekih ciljeva, bez potrebe za korištenjem skupih fragmentacionih testova u Areni u početnoj fazi dizajna, što u konačnici konstruktorima municije omogućava više informacija za manje potrošenog novca i vremena.

Na osnovu analitičkih, numeričkih i CAD metoda, kao rezultat istraživanja u doktorskoj disertaciji, definisan je model za procjenu efikasnosti HE projektila. Ovaj model čini nekoliko cjelina:

1. CAD modeliranje (HE projektila),
2. procjena masene distribucije fragmenata,
3. predviđanje početne brzine fragmenata,
4. proračun elemenata putanje fragmenata,
5. procjena radiusa i površine zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva.

Prve četiri cjeline modela za procjenu efikasnosti HE projektila opisane su detaljno u prethodnim poglavljima, pa je u ovom dijelu dat samo kratki osvrt na njih. Više riječi o njima u konkretnom primjeru (verifikacije modela) biće dato u nastavku.

O računarski podržanom dizajniranju (CAD) HE projektila bilo je riječi u poglavlju 3.1.1, gdje je navedeno da su, na osnovu tehničke dokumentacije, softverski modelirani projektili: 105mm HE M1, 122mm HE OF-462, 122mm HE M76 i 130mm HE M79.

U CAD softveru su određeni maseni (mase tijela i eksploziva i maseni odnos  $C/M$ ), kao i geometrijski parametri projektila (odnos  $t/d$ ), i oni su predstavljeni u tabeli 3.2.

CAD metodom se vrši i podjela 3D modela projektila na cilindrične segmente, pri čemu novi segmenti trebaju biti tamo gdje je oštar prelaz geometrije ili gdje se značajnije mijenja debljina stjenke.

Geometrijski parametar  $t/d$  je određen izrazima (3.1 – 3.3), uz korištenje podataka o zapremini tijela i eksplozivnog punjenja, dobijenih u CAD softveru.

CAD modeli HE projektila koriste se za proračun početne brzine HE projektila, kao i za definisanje početnih uslova (početne koordinate fragmenata, u zavisnosti od njihovog položaja na tijelu projektila) u generalizovanom modelu mehanike leta fragmenata (6DOF model). Takođe, ovi modeli će se koristiti da se u realnom (1:1 razmjera) modelu arene procjeni, u

zavisnosti od proračunatih dometa fragmenata, da li fragmenti pojedinih masa mogu doseći panele Arene. Ovdje CAD model služi za proračun polarnih uglova koji figuriraju u izrazima za procjenu gustine efikasnih fragmenata.

Procjena masene distribucije fragmenata obrađena je u poglavlju 5.3, gdje je, uz optimizaciju Mott-ove konstante na osnovu dostupnih eksperimentalnih podataka za pojedine HE projektil, izvršena procjena ukupnog broja fragmenata, koristeći Mott-ovu metodu, za nekoliko tipova projektila. Dobijeni rezultati Mott-ovog modela za procjenu broja fragmenata koristiće se za procjenu gustine (efikasnih) fragmenata u prostoru.

Predviđanje početne brzine fragmenata obrađeno je u poglavlju 5.4, gdje je korištena metoda CAD modeliranja i analitički model Gurney-a koji početnu brzinu fragmenata definiše kao funkciju odnosa  $C/M$ , i Gurney-eve konstante koja se daje tabelarno, a određuje se eksperimentalno ili polu-empirijskim analitičkim metodama (Kamlet-Finger<sup>[147]</sup>, Cooper<sup>[4,120]</sup>).

Početna brzina fragmenata, određena metodom Gurney-a, za kvazi-cilindrične geometrije projektila (odnos mase tijela prema masi eksplozivnog punjenja  $M/C$  veći od 0,5 - najčešće slučaj kod HE projektila) predstavlja gornju granicu (maksimalnu) brzinu fragmenta, jer uvijek postoje gubici energije uslijed frakture tijela projektila i isticanja gasovitih detonacionih produkata. S druge strane, za veoma tanke stjenke projektila, gdje je  $M/C < 0,5$  (što je rijedak slučaj), početne brzine fragmenata nešto su veće nego što se dobiju primjenom metode Gurney<sup>[147]</sup>.

Detonacione brzine eksploziva (tabela 5.10) za date projektile određene su u programu EXPLO5, a vrijednost Gurney-eve konstante (tabela 5.10) na osnovu formule (3.12).

Slično istraživanju koje su vršili Crull i Swisdak<sup>[147]</sup> za američki DoDESB, segmenti projektila se aproksimiraju cilindričnim elementima i vektor početne brzine fragmenata je okomit na osu projektila. Ne uzima se u obzir širenje tijela projektila. Dobijeni podaci o početnim brzinama fragmenata koristit će se za proračun putanja fragmenata.

Za proračun elemenata balističke putanje fragmenata koristiće se generalizovani model za procjenu trajektorije fragmenata, prikazan detaljno u poglavlju 6.10. Ovim modelom izvršava se proračun svih relevantnih parametara potrebnih za estimaciju elemenata putanje fragmenata, koristeći razvijeni model za estimaciju aerodinamičke sile i momenta (poglavlje 6.8).

Pri tome se, za date početne uslove, uz geometrijsku parametrizaciju fragmenta, i programsku estimaciju vrijednosti aerodinamičkih sila i momenata, određuje, osim trajektorije i promjene translatorne i ugaone brzine te translatornog i ugaonog ubrzanja fragmenta, i orijentacija fragmenta u prostoru, u proizvoljnom trenutku.

Da bi se moglo pristupiti procjeni zone efikasnosti HE projektila, uz poznavanje prethodno navedenih parametara, potrebno je prvo odrediti gustinu efikasnih fragmenata na različitim udaljenostima od centra eksplozije.

## 7.2 Procjena gustine efikasnih fragmenata

Procjena efikasnosti HE projektila, bazira se, prvenstveno, na poznavanju funkcije gustine efikasnih fragmenata sa HE projektila u zavisnosti od udaljenosti od centra detonacije (sl. 2.14).

U modelu se prepostavlja da je raspored fragmenata u prostoru simetričan u odnosu na osu simetrije projektila.

Dosadašnji modeli istraživača širom svijeta kojima se definisala gistica efikasnih fragmenata u prostoru bazirani su većinom na rezultatima eksperimentalnih istraživanja u arenama, koja su, iako nezamjenljiva, dosta skupa, dugotrajna i potreban je rad većeg broja ljudi tokom eksperimenta. Da bi se procjenila gistica efikasnih fragmenata u prostoru, bez korištenja eksperimentalnih podataka u inicijalnoj fazi dizajna municije, kao osnova modela korištena je modifikacija metodologije prikazane u poglavlju 2.4.1, gdje je navedeno da se ukupni broj

fragmenata  $N_{uk}$  u prostoru može procjeniti sabiranjem broja fragmenata  $N_i$  po segmentima projektila:  $N_{uk} = \sum_{i=1}^n N_i$ , pri čemu je  $N_i = n_i S_{\Omega_i} / S_m$  (izraz 2.10), gdje je  $n_i$  - broj fragmenata koji udaraju metu površine  $S_m$ , a  $S_{\Omega_i}$  je površina dijela sfere koju odsjeca prostorni ugao u određenoj polarnoj zoni.

Metoda za procjenu gustine fragmenata, opisana u poglavlju 2.4.1, bazirana je na poznavanju (eksperimentalnim putem – preko testova u areni) parametra  $n_i$  – broja fragmenata koji udaraju u panele arene.

S druge strane, u disertaciji je bilo potrebno odrediti upravo broj fragmenata  $n_i$  u i-toj polarnoj zoni koji udaraju u metu, za poznati ukupni broj fragmenata  $N_i$  u i-toj polarnoj zoni, koristeći izraz:

$$n_i = N_i \frac{S_m}{S_{\Omega_i}} \quad (7.1)$$

Ukupni broj fragmenata  $N_i$  iz izraza (7.1) određuje se Mott-ovom metodom (poglavlje 5.3), u interakciji sa modelom za predviđanje parametara putanje fragmenata (poglavlje 6.10), pri čemu se uzimaju u obzir samo fragmenti određene mase – fragmenti koji, na osnovu rezultata modela za procjenu putanje fragmenata, dospjevaju do udaljenosti za koju se određuje gustina fragmenata.

Površina mete  $S_m$  iz izraza (7.1) uzima se arbitrarno, i ta površina može biti površina panela u polukružnoj areni, površina sektora u četvrtkružnoj areni, izložena površina stojećeg čovjeka ili bilo koja druga vrijednost. Odnos  $S_{\Omega_i}/S_m$  iz izraza (7.1) je odnos površine dijela sfere koju odsjeca prostorni ugao u određenoj polarnoj zoni sa površinom mete (npr. panel ili sektor arene). Iz poglavlja 2.4.1, opšti izraz za definisanje površine dijela sfere koju odsjecaju dva susjedna prostorna ugla za i-tu polarnu zonu je  $S_{\Omega_i} = 2\pi R_k^2 (\cos \theta_i - \cos \theta_{i+1})$ , gdje su uglovi  $\theta$  - uglovi koji definišu ugaonu širinu mete (npr. panel, sektor), gledajući od segmenata projektila.

Formula za određivanje broja fragmenata  $n_i$  u i-toj polarnoj zoni koji udaraju u metu površine  $S_m$  na udaljenosti  $R_k$ , može se predstaviti u obliku:

$$n_i = N_i \frac{S_m}{2\pi R_k^2 (\cos \theta_i - \cos \theta_{i+1})} \quad (7.2)$$

Kada se poznaje vrijednost broja fragmenata  $n_i$  u i-toj polarnoj zoni, može se pristupiti procjeni gustine fragmenata na određenoj udaljenosti od centra detonacije.

Naime, gustina fragmenata  $q_i$  na određenoj udaljenosti od centra detonacije (poglavlje 2.4.2), može se, generalno, izraziti kao  $q_i = n_i / S_m$ , pa se, uz izraz (7.2) gustina (svih) fragmenata  $q_i$  na određenoj udaljenosti od centra detonacije, i za i-tu polarnu zonu, može napisati u obliku:

$$q_i = \frac{N_i}{2\pi R_k^2 (\cos \theta_i - \cos \theta_{i+1})} \quad (7.3)$$

Cilj je bilo određivanje gustine *efikasnih* (energije veće od 80J) fragmenata  $q_{ef-i}$ , pa je potrebno izraz (7.3) predstaviti u slijedećem obliku:

$$q_{ef-i} = \frac{N_{ef-i}}{2\pi R_k^2 (\cos \theta_i - \cos \theta_{i+1})}, \quad (7.4)$$

gdje je sada  $N_{ef-i}$  - ukupni broj *efikasnih* fragmenata u određenoj polarnoj zoni  $i$  oko visoko-eksplozivnog projektila.

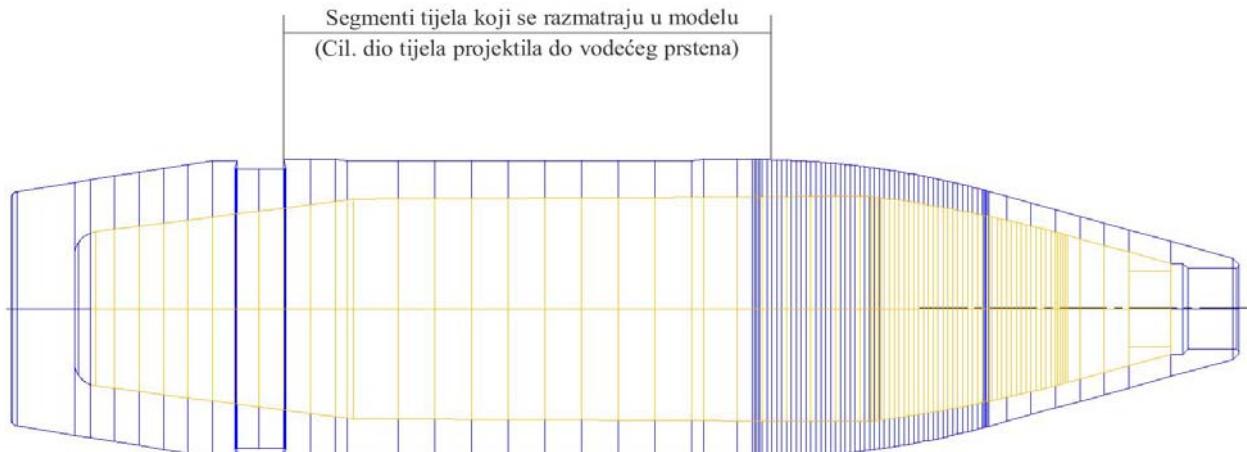
Ukupni broj *efikasnih* fragmenata  $N_{ef,i}$  iz izraza (7.4) određuje se, kao što je rečeno, uz pomoć modela za procjenu masene distribucije (Mott-ova metoda) i modela za predviđanje putanje fragmenata.

Naime, Mott-ovom metodom (izraz 5.1) se procjenjuje broj fragmenata određene masene grupe, kao i ukupni broj fragmenata  $N_i$  (izraz 5.2) za dati segment projektila (projektil se u CAD softveru dijeli na veći broj segmenata, sl. 7.1).

Kada je poznat ukupan broj fragmenata (i broj fragmenata po određenim masenim grupama, tj. broj fragmenata mase veće od mase  $m$ ) koji nastaju sa određenog segmenta HE projektila, simulacijama putanje fragmenata za različite masene grupe (i oblike fragmenata) određuje se trajektorija i pad brzine (i kinetičke energije) fragmenata za svaki segment projektila.

Pretpostavlja se, takođe, da je projektil u vertikalnom položaju (simulacija padnog ugla od  $90^\circ$ ). Na ovaj način se u konačnici dobija radijus zone efikasnosti projektila, a rezultati se mogu uporediti npr. sa rezultatima iz četvrtkružne arene (gustine fragmenata po sektorima).

Na sl. 7.1 dat je shematski prikaz podjele projektila 122mm HE OF-462 na segmente metodom CAD. U modelu se uzimaju u obzir samo fragmenti sa centralnog dijela projektila (bočni snop, sl. 7.1) do vodećeg prstena. Poznato je da je bočni snop fragmenata najdominantniji (sadrži najveći broj fragmenata, i u tom snopu su najveće brzine fragmenata za većinu projektila).



Sl. 7.1 Shematski prikaz podjele projektila 122mm HE OF-462 na kvazi-cilindrične segmente i prikaz bočnih segmenata koji proizvode dominantni snop fragmenata

Prednji snop fragmenata sadrži manji broj fragmenata nego bočni snop jer je maseni odnos  $C/M$  za prednji dio projektila dosta manji u odnosu na centralni dio projektila. Takođe, kod projektila koji dejstvuju pri udaru u tlo pri velikim upadnim uglovima (npr. minobacački projektili), prednji snop je najviše usmjeren u tlo i prema pretpostavci ne učestvuje značajno u efikasnosti (sl. 2.19).

Zadnji snop, s druge strane, sadrži veće fragmente, nastale rasprskavanjem donjeg dijela tijela projektila. Zbog veličine fragmenata i njihove usmjerenosti pretpostavlja se da fragmenti zadnjeg snopa, takođe, ne učestvuju značajno u efikasnosti HE projektila.

Slijedeći korak u modelu je da se, na osnovu dobijenih rezultata iz proračuna u programu za proračun trajektorije fragmenata (poglavlje 6.10), odredi koji fragmenti imaju kinetičku energiju veću od 80J (od fragmenata čiji domet je veći od udaljenosti za koju se razmatra gustina efikasnih fragmenata), potrebnu za onesposobljavanje ljudskih ciljeva (npr. vojnici na bojištu). U modelu je, kao što je rečeno, usvojen kriterij onesposobljavajuće kinetičke energije fragmenta 80J, prema američkom vojnom standardu DoD 6055.9 – STD<sup>[125,147]</sup> i AASTP-1 standardu<sup>[180]</sup>.

Kinetičku energiju fragmenta na određenoj udaljenosti moguće je odrediti, koristeći rezultate modela za procjenu trajektorije fragmenata, jer su poznate masa fragmenta i njegova translatorna brzina tokom leta u svakom trenutku.

Nakon što su poznate vrijednosti broja efikasnih fragmenata za određene segmente projektila na datoј udaljenosti, preko izraza (7.4) se određuje gustina efikasnih fragmenata na toj udaljenosti, za datu polarnu zonu oko projektila. Kada se odredi gustina efikasnih fragmenata za više tačaka (udaljenosti od centra detonacije) ova kriva ima eksponencijalno opadajući karakter.

### 7.3 Procjena radijusa zone efikasnosti HE projektila

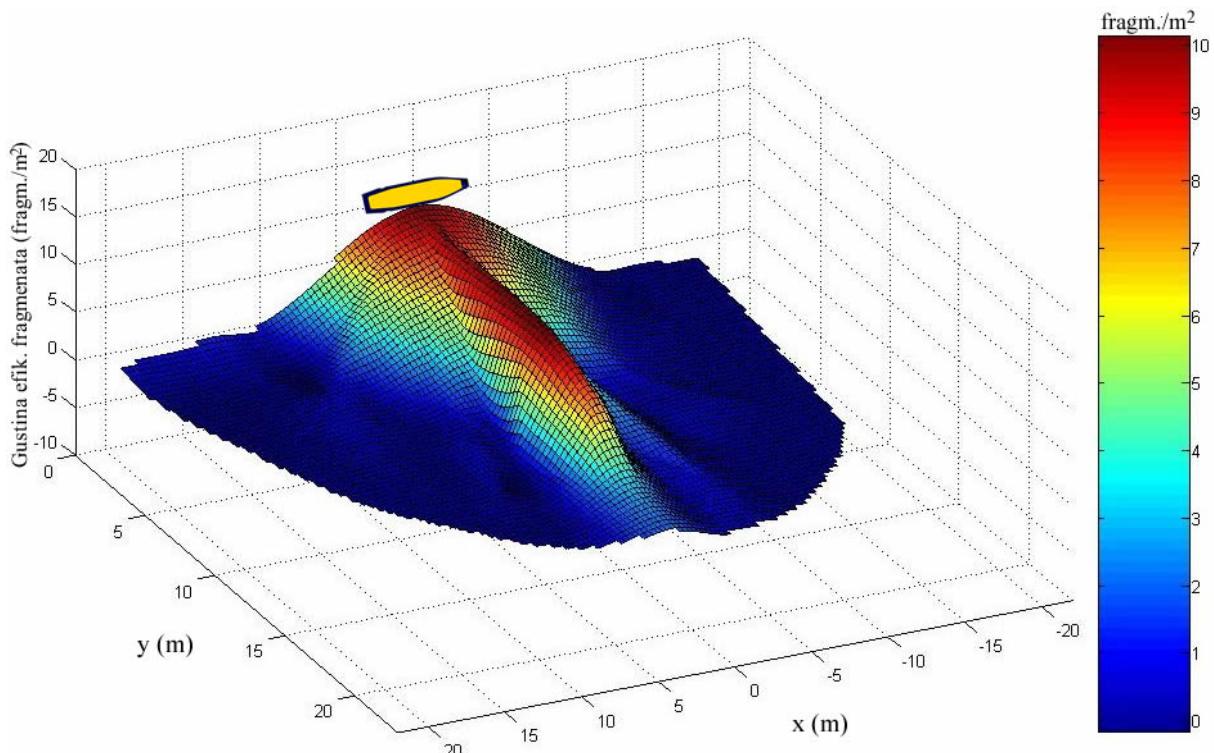
Na osnovu poznate vrijednosti gustine efikasnih fragmenata (poglavlje 7.2), moguće je odrediti radijus i površinu zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva. Zona efikasnosti HE projektila je definisana kao kružna površina (zona) unutar koje dejstvuju fragmenti energije veće od 80J i unutar koje je gustina efikasnih fragmenata veća od 1 fragment po  $m^2$  površine terena.

Granična kriva (kružnica) zone efikasnosti dobija se za uslov da je gustina efikasnih fragmenata jednaka 1 fragment/ $m^2$  - pretpostavlja se da stoeći borac, izložene površine  $1m^2$  prema centru eksplozije, prima minimalno jedan efikasnji fragment. Može se, prema potrebi, vršiti analiza i sa pretpostavkom da je gustina efikasnih fragmenata veća ili manja od 1 frag/ $m^2$ .

Prilikom procjene zone efikasnosti, slično kao i kod gustine fragmenata, pretpostavlja se da je projektil postavljen vertikalno u odnosu na tlo, sa upaljačem okrenutim prema zemlji. Na ovaj način dobija se maksimalna zona efikasnosti za dati projektil jer je poznato da se smanjenjem padnog ugla projektila, smanjuje i zona efikasnosti projektila<sup>[55]</sup>.

Radius zone efikasnog dejstva treba razlikovati od maksimalne udaljenosti pri kojoj nema više od jednog efikasnog fragmenta na površini od  $55,7m^2$  – parametar<sup>[147,180]</sup> koji se koristi u vojnim priručnicima NATO zemalja i koji označava na kojoj udaljenosti, statistički gledano, vjerovatnoća pogađanja čovjeka efikasnim fragmentom iznosi 1% (izraz 2.3c).

U našim ranijim istraživanjima<sup>[55]</sup> utvrđeno je da je, generalno, gustina efikasnih fragmenata opadajuća funkcija, idući od centra detonacije, i da je najveća gustina efikasnih fragmenata u bočnom snopu fragmenata (na sl. 7.2 se vidi dominantni bočni snop; radi vizuelizacije na dijagram je dodat model projektila sa vrhom okrenutim u odgovarajućem pravcu).

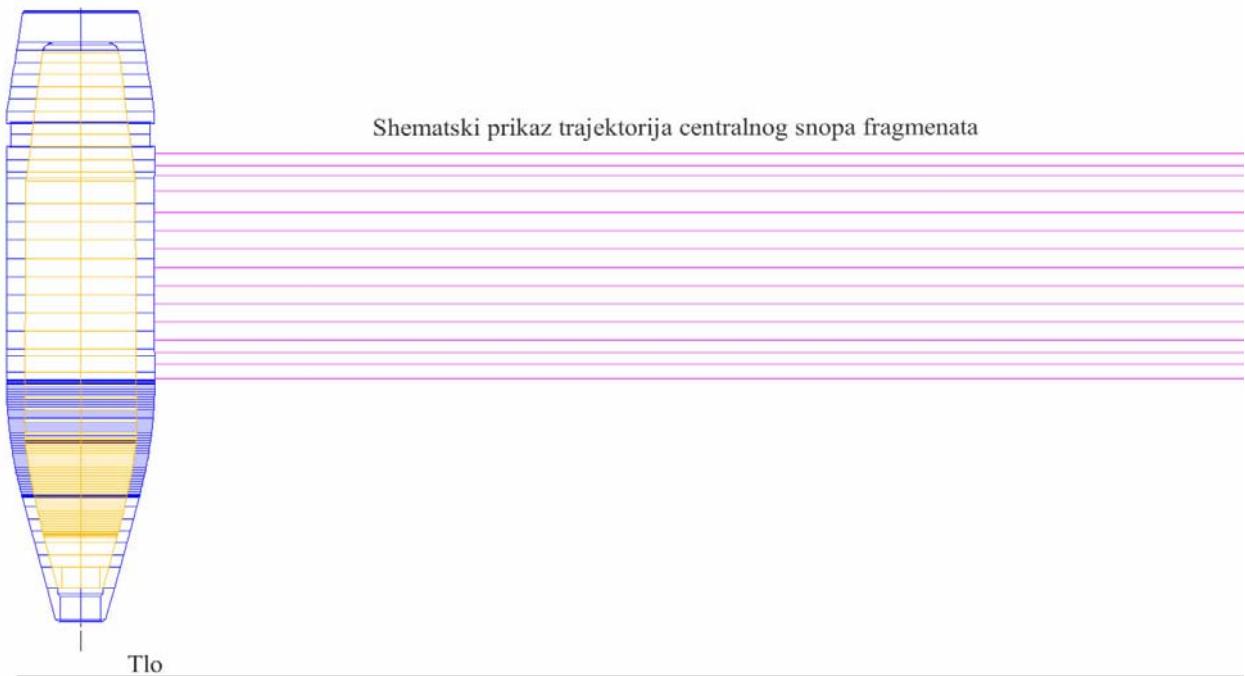


Sl. 7.2 Gustina efikasnih fragmenata za 122mm OF-462 za različite polarne zone oko projektila usmjerenog u pravcu ose x<sup>[55]</sup>

Radius zone efikasnosti se određuje tako što se najprije odrede gustine efikasnih fragmenata (poglavlje 7.2) za različite udaljenosti od centra detonacije projektila, nakon čega se koristi regresiona analiza kako bi se definisala kriva koja se najbolje slaže sa dobijenim podacima (najčešće je to eksponencijalna funkcija; potrebno je, naime, da koeficijent korelacije bude što bliže vrijednosti 1).

Regresiona analiza podataka o gustini efikasnih fragmenata, sa ciljem procjene radiusa zone efikasnosti HE projektila, vrši se softverskim putem (za tu svrhu pogodan je npr. MatLab). Nakon određivanja aproksimacione krive regresionom analizom, određuje se udaljenost pri kojoj je gustina efikasnih fragmenata jednaka  $1 \text{ frag/m}^2$ , čime je definisan radius zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva. Kada je poznat radius, poznata je i površina zone efikasnosti ( $A_{\text{ef}} = R_{\text{ef}}^2 \pi$ ).

Na sl. 7.3 dat je shematski prikaz (u razmjeri) 2D modela artiljerijskog projektila 122mm HE OF-462, podijeljenog na segmente. Crvenom bojom označene su shematski trajektorije bočnog (dominantnog) snopa fragmenata na početnom dijelu putanje. Ovakav položaj projektila pogodan je kako bi se rezultati mogli komparirati sa eksperimentalnim rezultatima iz četvrtkružne fragmentacijske arene (validacija modela).



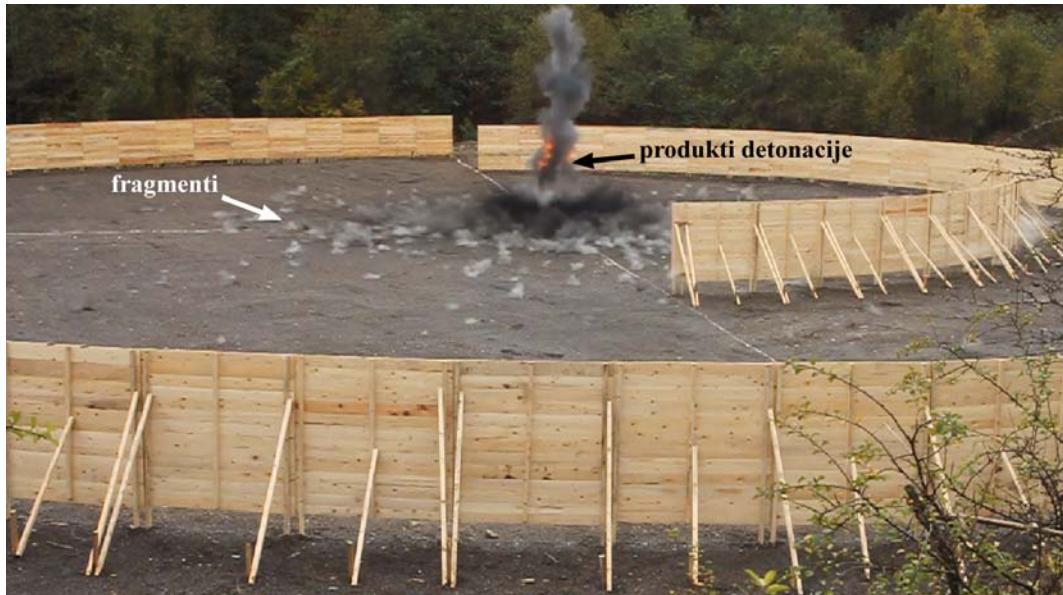
Sl. 7.3 Podjela projektila 122mm HE OF-462 na segmente i dominantni bočni snop fragmenata

U modelu se prepostavlja da je većina fragmenata prednjeg snopa za ovaj položaj projektila (položaj u koji se postavlja projektil u četvrtkružnoj areni) usmjerenja prema tlu.

Djelimična potvrda ove prepostavke može se vidjeti na sl. 7.4 koja prikazuje trenutak nakon fragmentacije HE projektila 122mm. Na sl. 7.4 prikazana je sekvenca video snimka udara fragmenata u sektore četvrtkružne arene nakon detonacije HE projektila na testnom poligonu tvornice Pretis Sarajevo. Snimak je načinjen digitalnom kamerom Canon 500D i objektivom Tamron 28-200mm sa udaljenosti od oko 100m od centra eksplozije.

Na sl. 7.4 se vidi kako, nakon eksplozije projektila, dosta fragmenata udara u tlo (fragmenti sa prednjeg dijela tijela projektila), a prisutni su i produkti detonacije koji se rapidno šire oko mesta eksplozije. Treba spomenuti da detonacioni pritisak za TNT, punjenje unutar projektila 122mm HE OF-462, iznosi 17,2 GPa i on je dovoljan za brzu dezintegraciju tijela projektila (pritisak detonacije mnogo je veći od zatezne čvrstoće čelika koji čini tijelo projektila) i fragmentaciju u veliki broj parčadi. Temperatura produkata detonacije iznosi oko 3040K, a

tokom detonacije razvije se oko 580 litara produkata detonacije po 1kg eksplozivnog punjenja. Proračun detonacionih parametara TNT punjenja (gustine  $1510 \text{ kg/m}^3$ ) za dati projektil izvršen je u programu EXPLO5.



Sl. 7.4 Sekvenca video snimka udara fragmenata u sektore četvrtkružne arene nakon detonacije HE projektila (Tvornica Pretis Sarajevo, 21. 20. 2014.)

Ovdje treba napomenuti i činjenicu koja se ponekad zanemaruje, a to je da karakter krive gustine efikasnih fragmenata u zavisnosti od udaljenosti (na osnovu čega se i određuje radijus zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva) dosta zavisi od podataka sa najbližeg sektora arene (prvi sektor na sl. 7.4).

Pretpostavlja se da zadnji snop fragmenata u položaju projektila prikazanom na sl. 7.3 ide uglavnom preko sektora četvrtkružne arene. U realnom slučaju ovo se može smatrati ispravnim jer se tijelo projektila širi nakon detonacije i fragmenti zadnjeg snopa za dati padni ugao ( $90^\circ$ ) vjerovatno započinju kretanje sa relativno velikim elevacionim uglovima (u odnosu na tlo).

U modelu se, stoga, zanemaruju prednji i zadnji snop fragmenata sa HE projektila pri procjeni radiusa i površine zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva.

Slijedi validacija modela na primjeru konkretnog proračuna parametara efikasnosti, prvo za artiljerijski projektil 122mm HE OF-462, a potom i za još nekoliko sličnih projektila.

#### 7.4 Proračun parametara zone efikasnosti HE projektila

Na osnovu razvijenog modela izvršena je procjena radiusa i površine zone efikasnosti za četiri artiljerijska projektila: 122mm HE OF-462, 122mm HE M76, 130mm HE M79 i 105mm HE M1. Rezultati su komparirani sa eksperimentalno dobijenim (test u četvrtkružnoj areni) vrijednostima radiusa efikasnosti datih projektila.

Kao primjer navešće se proračun (korak po korak) za projektil 122mm HE OF-462, pri čemu je korištena slijedeća procedura:

1. modeliranje geometrije projektila,
2. procjena masene distribucije fragmenata,
3. predviđanje početne brzine fragmenata,
4. proračun elemenata putanje fragmenata,
5. procjena gustine efikasnih fragmenata, i
6. procjena radiusa i površine efikasnosti projektila.

#### 7.4.1 Modeliranje geometrije projektila

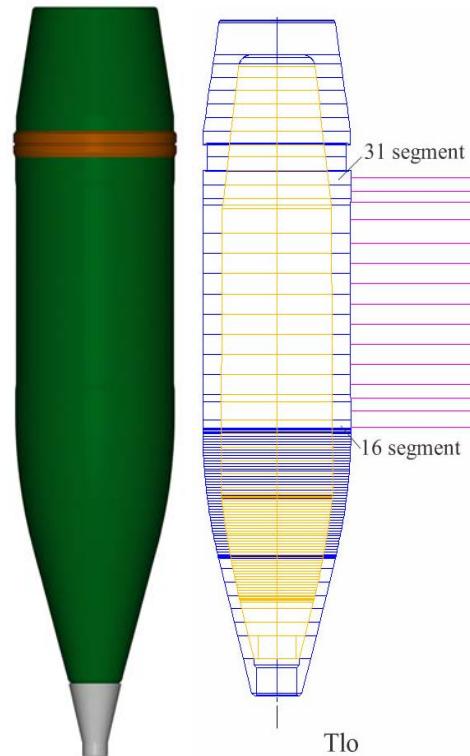
Projektil 122mm HE OF-462 modeliran je u CAD sistemu (Autodesk), koristeći postojeći crtež projektila sa dimenzijama (sl. 7.5).

U CAD sistemu su definisani parametri materijala tijela i eksplozivnog punjenja projektila, a na osnovu njih su određeni maseni i geometrijski parametri projektila.

Masa tijela projektila iznosi, prema crtežu i uzimajući gustinu čelika kao  $7850 \text{ kg/m}^3$ ,  $17,8 \text{ kg}$ , masa eksploziva je  $3,53 \text{ kg}$ , odnos mase eksploziva prema masi tijela  $C/M$  je  $0,219$  (podaci o ovim masama se nalaze i na prospektnim materijalima za dati projektil), a geometrijski odnos ekvivalentne debljine tijela prema ekvivalentnoj debljini eksplozivnog punjenja  $t/d$  je  $0,185$ .

Odnos  $t/d$  je određen analitički, tako što se najprije izračuna ekvivalentni prečnik eksploziva  $d$ :

$$d = \sqrt{\frac{4V_{\exp}}{\pi L_{\exp}}}$$



Sl. 7.5 3D model projektila 122mm HE OF-462 i centralni segmenti tijela koji se koriste u modelu

Ovdje su  $L_{\exp}$  - dužina eksplozivnog punjenja i  $V_{\exp}$  - zapremina eksplozivnog punjenja, oboje određeni na osnovu CAD modela projektila.

Srednja (tzv. ekvivalentna) debljina tijela projektila  $t$  dobijena je, ranije spomenutim, izrazom:

$$t = \frac{1}{2}(D - d),$$

gdje je  $D$  - srednji (ekvivalentni) prečnik projektila, određen izrazom:

$$D = \sqrt{\frac{4V_t}{\pi L_{\exp}} + d^2}$$

Ovdje je  $V_t$  - zapremina materijala tijela projektila u kojem se nalazi eksploziv (određena CAD metodom). Zapremina  $V_t$  se može odrediti i analitički, podjelom projektila na segmente i sabiranjem zapremina određenih segmenata.

Model projektila 122mm HE OF-462 je podijeljen na veći broj segmenata (sl. 7.5) za koje su određene karakteristike fragmentacije (masena distribucija fragmenata) koristeći Mott-ov metod.

Na slici 7.5 se vidi da se u obzir (u proračunu) uzimaju fragmenti sa centralnog (cilindričnog) dijela tijela (segmenti 16-31) do vodećeg prstena.

Ovaj metod je, kao što je ranije rečeno, sličan postupku koji su opisali Crull i Swisdak<sup>[147]</sup> za procjenu karakteristika primarnih fragmenata koji oficijelno koristi američki DDESB (Department of Defense Explosives Safety Board).

Segmenti tijela projektila su definisani tako da gdje god postoji prelaz geometrije - tu se nalazi novi segment tijela projektila (sl. 7.5).

#### 7.4.2 Procjena masene distribucije fragmenata

Za procjenu broja fragmenata  $N(m)$  na projektilu 122mm OF-462, za svaki cilindrični segment tijela, koristila se Mott-ova formula<sup>[1,147]</sup>:

$$N(m) = \left[ \frac{M}{(2\mu)} \right] e^{\left( \frac{m}{\mu} \right)^{1/2}},$$

pri čemu je podatak o masi tijela projektila  $M$  poznat na osnovu CAD modela projektila (ovaj podatak daje se i u protokolu ispitivanja u fragmentacijskoj jami ali i u prospektima municije).

Na osnovu gornjeg izraza (kada  $m \rightarrow 0$ ), dobija se, modelom, formula za ukupni broj fragmenata  $N_0$  koji se dobije fragmentacijom ovog projektila<sup>[1,147]</sup>:

$$N_0 = \frac{M}{2\mu}$$

Ovaj izraz se može koristiti i za procjenu ukupnog broja fragmenata sa određenih segmenata projektila pri čemu tada masa  $M$  odgovara masi datog segmenta.

Koristeći Mott-ovu formulu (kada je  $N = 1$ ), može se doći i do izraza za proračun mase najvećeg fragmenta<sup>[1,147]</sup>:

$$m_{f(\max)} = \left[ \sqrt{\mu} \ln \left( \frac{M}{2\mu} \right) \right]^2 \quad (7.5)$$

Karakteristični parametar  $\mu$  iz navedenih izraza određen je Mott-ovom formulom<sup>[1,147]</sup>:

$$\mu = B_M^2 t^{5/3} d^{2/3} \left( 1 + \frac{t}{d} \right)^2,$$

gdje je  $B_M$  - Mott-ova konstanta koja zavisi od materijala tijela projektila i eksplozivnog punjenja, dok su  $t$  - ekvivalentna debljina tijela projektila i  $d$  - ekvivalentni prečnik eksploziva koji su određeni ranije opisanom metodom (modeliranje geometrije projektila).

Budući da su za ovaj projektil bili dostupni podaci testiranja u jami, izvršena je i optimizacija Mott-ove konstante (za dati projektil), koristeći izraz<sup>[113]</sup>:

$$B_{M\_opt} = \sqrt{\frac{M}{2N_0 t^{5/3} d^{2/3} \left( 1 + \frac{t}{d} \right)^2}} \quad (7.6)$$

Za projektil 122mm OF-462 konstanta  $B_{M\_opt}$  je bila  $83,1 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ , a dobijena je na osnovu podataka o masenoj distribuciji za tri testa fragmentacije u jami (tabela 5.1).

Na ovaj način (optimizacijom Mott-ove konstante) slaganja između eksperimentalnih podataka dobijenih testom u jami i Mott-ovog modela su bolja nego upotrebom vrijednosti konstante  $B_M$  koja se navodi u literaturi (npr. podaci prikazani u tabeli 2.1).

Ukoliko se radi o analizi parametara novog projektila (npr. u preliminarnom procesu dizajna nove municije), predlaže se, ako nisu dostupni eksperimentalni podaci dobijeni rasprskavanjem datog projektila u jami, da se za dati kalibar projektila i odgovarajuće eksplozivno punjenje, usvoje vrijednosti usrednjene konstante  $B_{Msr}$  date u tabeli 5.1 za projektile istog (ili najbližeg) kalibra istog tipa municije i istog eksplozivnog punjenja.

Budući da ova konstanta nije ista niti za jedan projektil (čak i istog tipa) moguće je npr. koristiti metodu Monte Carlo da se metodom slučajnih brojeva definije vrijednost date konstante u odgovarajućem opsegu  $B_M$  koji je dobijen eksperimentalnim putem.

Kada su poznati svi neophodni parametri, prvo se određuje Mott-ov parametar masene distribucije  $\mu$  za dati projektil (122mm OF-462). Njegova vrijednost za ovaj projektil (za tri testa) je iznosila 1,72 g, pa prema Mott-ovom modelu srednja masa svih fragmenata (nakon fragmentacije ovog projektila) iznosi 3,44 g ( $m_{sr} = 2\mu$ ). Dakle, na osnovu modela moguće je izračunati srednju masu fragmenata koja se odlično slaže sa eksperimentalno dobijenim podacima za srednju masu fragmenata (tabela 5.1).

Slijedeći korak je da se primjeni Mott-ov metod na odabrane segmente projektila koji, prema pretpostavci, učestvuju u prodrima u metu, tj. za segmente 16 - 31 (sl. 7.5). U tabeli 7.1 dat je prikaz kumulativne raspodjele broja fragmenata za date segmente, koristeći Mottovu formulu za  $N(m)$ .

Tabela 7.1 pokazuje npr. da na cilindričnom segmentu br. 20 nastaje 113 fragmenata mase veće od 0,28 g, 87 fragmenata mase veće od 0,77 g, 67 fragmenata mase veće od 1,48 g, itd. Ovi podaci koristiće se prilikom procjene gustine efikasnih fragmenata. Srednje mase fragmenata u tabeli 7.1 (po masenim grupama) su dobijene na osnovu rezultata testova fragmentacije u jami, ali se one, ako nisu dostupni testni podaci, mogu definisati i na drugi način (npr. za masenu grupu 1-2 g, može se uzeti  $m_{sr} = 1,5$  g).

*Tabela 7.1 Kumulativni broj fragmenata (po masenim grupama) na pojedinim segmentima, dobijen metodom Mott-a*

Mas. grupa (g)	msr (g)	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
		394,2g	399,2g	554,2g	198,2g	586,1g	588,8g	591,5g	594,5g	597,1g	599,8g	602,5g	605,2g	844,5g	213,6g	454,6g	530,1g
do 0,5	0,28	76	77	107	38	113	114	114	115	116	116	117	117	164	41	88	103
0,5 do 1	0,77	58	59	82	29	87	87	88	88	88	89	89	90	125	31	67	78
1 do 2	1,48	45	45	63	22	67	67	68	68	68	68	69	69	97	24	52	60
2 do 3	2,42	35	35	49	17	52	52	52	53	53	53	53	53	74	18	40	47
3 do 5	3,92	25	25	35	12	37	37	38	38	38	38	38	38	54	13	29	34
5 do 10	7,11	15	15	21	7	22	22	22	22	22	22	22	23	32	8	17	20
10 do 15	11,04	9	9	12	4	13	13	13	13	13	13	13	13	19	4	10	12
15 do 20	17,36	4	4	6	2	7	7	7	7	7	7	7	7	10	2	5	6
20 do 30	26,69	2	2	3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	4	1	2	2
30 do 50	38,05	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	2	0	1	1
50 do 75	69,48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75 do 100	92,50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

#### 7.4.3 Predviđanje početne brzine fragmenata

Kada je, na osnovu Mott-ove metode, poznat broj fragmenata sa pojedinih segmenata projektila, određuje se početna brzina tih fragmenata, potrebna za proračun njihove trajektorije kroz atmosferu. Početne brzine fragmenata kod projektila 122mm OF-462 procjenjene su metodom Gurney-a:

$$v_M = \frac{\sqrt{2E}}{(M/C + 0,5)^{1/2}} \quad (7.7)$$

Kao što je rečeno u poglavlju 5.4,  $M$  i  $C$  su mase tijela projektila i eksploziva, respektivno, a  $\sqrt{2E}$  je Gurney-eva konstanta.

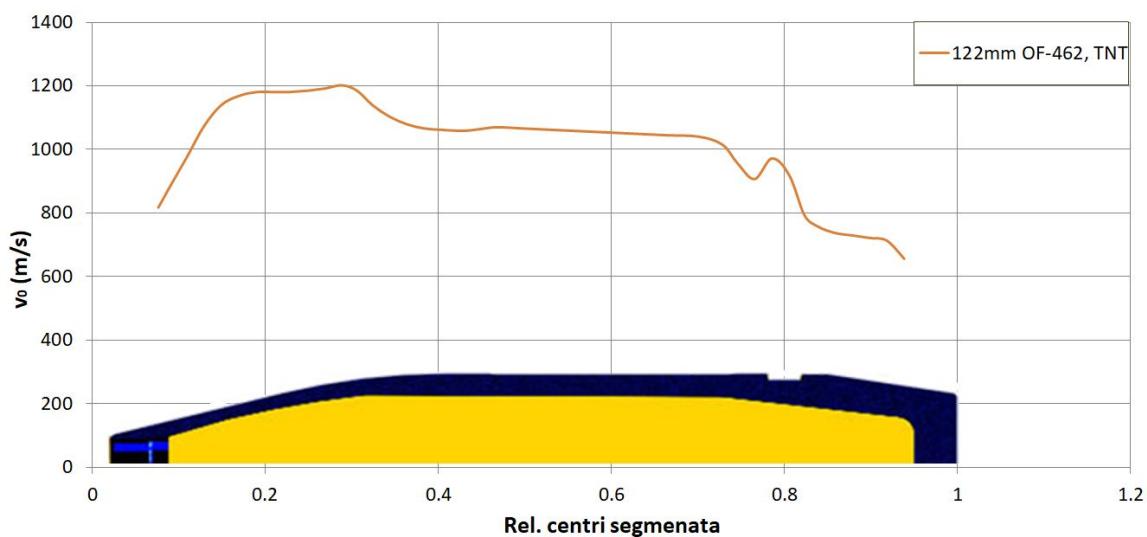
Detonaciona brzina  $D$  eksplozivnog punjenja TNT za projektil 122mm OF-462 koja iznosi 6550 m/s, određena je u programu EXPLO5, i to za gustinu punjenja (određena na osnovu tabličnog podatka o masi punjenja i zapremine punjenja određene u CAD sistemu – na osnovu crteža projektila) koja u datom projektilu iznosi 1510 kg/m<sup>3</sup>. Gurney-eva konstanta za ovo eksplozivno punjenje odredila se analitički na osnovu detonacione brzine eksploziva, korištenjem izraza  $\sqrt{2E} = 0,338D$ , i iznosi 2214 m/s.

U tabeli 7.2 su date vrijednosti početne brzine za segmente tijela projektila od 16 - 31. Početne brzine se za date segmente kreću od 1048 m/s do 888 m/s.

Tabela 7.2 Poč. brzine fragmenata sa različitih segmenata projektila 122mm HE OF-462  
(podaci se odnose na centralni dio projektila)

Segment	Zapremina segmenta, mm <sup>3</sup>	Masa segmenta, kg	Zapremina exploziva, mm <sup>3</sup>	Masa exploziva, kg	C/M	V <sub>0</sub> (Gurney)
16	50217,538	0,3942	65866,311	0,0995	0,252	1047,89
17	50849,104	0,3992	65709,602	0,0992	0,249	1040,98
18	70593,606	0,5542	90422,249	0,1365	0,246	1036,90
19	25245,119	0,1982	32688,215	0,0494	0,249	1041,91
20	74654,738	0,5860	97830,480	0,1477	0,252	1047,47
21	75005,493	0,5888	97479,724	0,1472	0,250	1043,63
22	75355,619	0,5915	97129,599	0,1467	0,248	1039,80
23	75705,115	0,5943	96780,103	0,1461	0,246	1036,00
24	76053,980	0,5970	96431,237	0,1456	0,244	1032,22
25	76402,216	0,5998	96083,002	0,1451	0,242	1028,46
26	76749,822	0,6025	95735,396	0,1446	0,240	1024,72
27	77096,798	0,6052	95388,420	0,1440	0,238	1021,00
28	107579,114	0,8445	131600,388	0,1987	0,235	1015,83
29	27207,936	0,2136	30725,397	0,0464	0,217	979,99
30	57913,720	0,4546	58831,683	0,0888	0,195	934,08
31	67535,021	0,5301	61317,252	0,0926	0,175	887,27

Na sl. 7.6 data je kriva početnih brzina fragmenata za projektil 122mm HE OF-462 u funkciji od položaja uzduž projektila (relativni centri segmenata na tijelu projektila). Kod ovog projektila je stjenka na centralnom dijelu tijela relativno debela (u odnosu npr. na projektil 122mm M76) pa su na ovim segmentima tijela početne brzine fragmenata nešto manje nego na pojedinim segmentima prednjeg dijela (sl. 7.6).



Sl. 7.6 Početne brzine fragmenata za projektil 122mm HE OF-462

Prednji dio projektila 122mm HE OF-462 ima nešto veće početne brzine, ali za pretpostavljeni položaj projektila (padni ugao 90°) veći dio ovog prednjeg snopa fragmenata, prema pretpostavci, završava u tlu (sl. 7.4) i (prema pretpostavci) ne dolazi do panela četvrtkružne arene. U modelu se pretpostavlja da nema rikoštetiranja fragmenata o tlo, što je razumna pretpostavka za zemljani teren ali se u urbanim uslovima mogu desiti rikoštetiranja o tlo, pogotovo ako je tlo veoma tvrdo (npr. granitne ploče).

S druge strane, na sl. 7.6 zadnji snop fragmenata ima dosta manje početne brzine. Pretpostavlja se da ni ovaj dio snopa fragmenata ne utiče na parametre efikasnosti projektila, iako fragmenti sa dna projektila mogu imati relativno veliki domet (neki autori izvještavaju o dometu fragmenata sa dna projektila od preko 3 km [147]).

#### 7.4.4 Proračun elemenata putanje fragmenata

Proračun trajektorije i promjene kinetičke energije fragmenata tokom kretanja kroz atmosferu određuje se na osnovu parametarskog modela (6DOF), predstavljenog detaljno u poglavlju 6.10.

Osnovni parametri fragmenata (dimenzije poluosa elipsoida kojim se aproksimira fragment) mogu se proizvoljno mijenjati u analizi. Na osnovu njihovih vrijednosti i vrijednosti početnih uslova (pravac vektora početne brzine, komponente početne translatorne i ugaone brzine, orijentacija i položaj fragmenata u odnosu na koordinatno ishodište), određuje se trajektorija fragmenata i promjena njegove kinetičke energije tokom leta kroz atmosferu.

Za proračun trajektorija fragmenata korišten je program u MatLabu, opisan takođe u poglavlju 6.10.

Sa stajališta procjene parametara efikansosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva, bilo je važno procjeniti elemente putanje fragmenata pri dometima do 40-50m. Sektori četvrtkružne arene tipa II (tabela 4.2) nalaze se npr. do 30m udaljeni od centra detonacije.

S tim u vezi, za projektil 122mm OF-462 izvršeni su proračuni elemenata putanje za fragmente koji kreću sa centara segmenata (sl. 7.5) na datom projektilu.

U proračunu se pokušalo što više približiti realnim uslovima koji se mogu pojavitи nakon detonacije fragmenata. Prepostavljeni su, stoga, slijedeći početni uslovi:

- Oblik fragmenata je definisan prema dimenzijama realnih fragmenata koji su bili dostupni u doktorskoj disertaciji. Naime, mjeranjem fragmenata (tj. mjeranjem maksimalnih dimenzija fragmenata u tri međusobno okomita pravca), nastalih detonacijom HE projektila - 130mm M79 (tabela 7.3), dobijene su srednje vrijednosti odnosa stranica  $a/b$  i  $a/c$  za realne fragmente. S tim u vezi, pri proračunu trajektorija su za svaku masenu grupu definisani oblici (dimenzije) fragmenata koji odgovaraju stvarnim odnosima  $a/b$  i  $a/c$  datim u tabeli 7.3. Pri tome se vodilo računa da mase fragmenata (u pojedinim masenim grupama) odgovaraju srednjim masama fragmenata dobijenim nakon fragmentacije ovog projektila u jami (tabela 7.3). U analizi se razmatraju fragmenti svih masenih grupa do 100g (tabela 7.3). Prepostavlja se da fragmenti mase iznad 100g ne utiču značajno u efikansosti HE projektila.

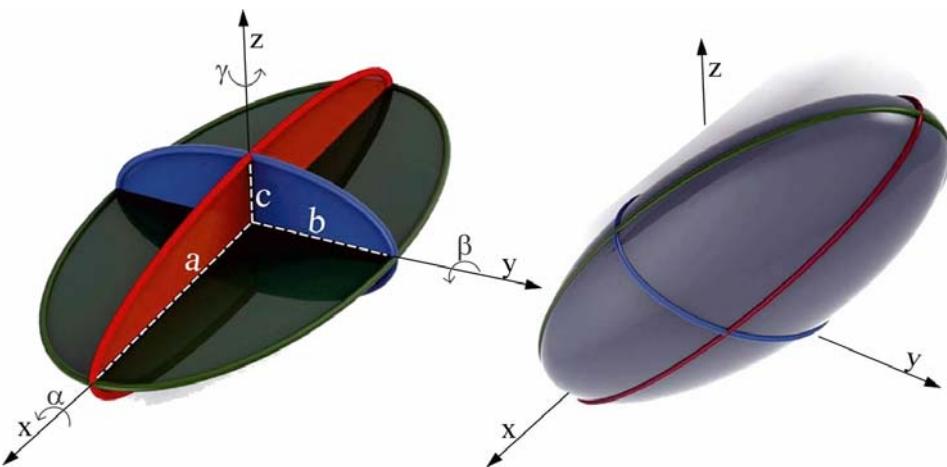
Za one masene grupe za koje nije bilo podataka o realnim dimenzijama fragmenata, prepostavljeno je da imaju iste dimenzije kao fragmenti najbliže masene grupe, kao što je prikazano u tabeli 7.3.

*Tabela 7.3 Dimenzije stranica fragmenata koji se koriste kod proračuna trajektorija*

Dimenzije stranica			Masa fragm. (g)	mas. grupa fragm.	Odnosi stranica	
a	b	c			a/b	a/c
2,93	2,59	1,14	0,28	< 0,5g	1,13	2,57
4,08	3,61	1,59	0,77	0,5 - 1g	1,13	2,57
5,36	3,60	2,33	1,48	1 - 2g	1,49	2,30
7,66	4,35	2,21	2,42	2 - 3g	1,76	3,47
9,62	4,50	2,76	3,92	3 - 5g	2,14	3,49
11,73	5,48	3,36	7,11	5 - 10g	1,84	3,01
13,59	6,35	3,89	11,04	10 - 15g	1,84	3,01
15,80	7,38	4,53	17,36	10 - 20g	1,79	2,89
18,23	8,52	5,22	26,69	20 - 30g	1,83	2,96
20,52	9,59	5,88	38,05	30 - 50g	2,23	3,28
25,08	11,72	7,19	69,48	50 - 75g	2,10	3,55
27,59	12,89	7,91	92,50	75 - 100g	2,10	3,55

U tabeli 4.2 su dati podaci dobijeni nakon fragmentacije projektila 122mm OF-462 u jami. Iz tabele 4.2 (i sl. 4.3) vidi se da ovaj projektil ima najveći broj fragmenata vrlo male mase ( $< 0,5\text{g}$ ), pa se pretpostavka o korištenju fragmenata mase manje od  $0,5\text{g}$  za potrebe proračuna trajektorija fragmenata pokazuje opravdanom. Osim toga, ovi fragmenti, iako imaju vrlo malu masu, imaju relativno visoku kinetičku energiju i mogu biti efikasni protiv nezaštićenih ljudskih ciljeva (za slučajeve kada im je  $E_k > 80\text{J}$ ).

- Početna visina fragmenata  $z_0$  odgovarala je položaju centra svakog segmenta posebno (segmenti 16 – 31, sl. 7.5) na cilindričnom dijelu projektila koji je postavljen vertikalno (vrhom prema dole) u odnosu na tlo (sa upaljačem). Nepomični koordinatni sistem je postavljen u vrhu upaljača, na tlu. Za svaki segment projektila izvršeni su proračuni trajektorija fragmenata svih masenih grupa (dimenzije fragmenata date su u tabeli 7.3) i procjenjeni nivoi njihove kinetičke energije na određenim udaljenosima od centra eksplozije.
- Prepostavlja se da je početni elevacioni ugao fragmenata bio jednak nuli u svakoj simulaciji. To je zbog toga što je projektil postavljen vertikalno u odnosu na tlo, pa se uzima da su vektori početne brzine fragmenata (koji su okomiti na osu projektila) cilindričnog dijela projektila bili paralelni tlu (ravni  $x$ - $y$  fiksnog koordinatnog sistema, sl. 7.7).

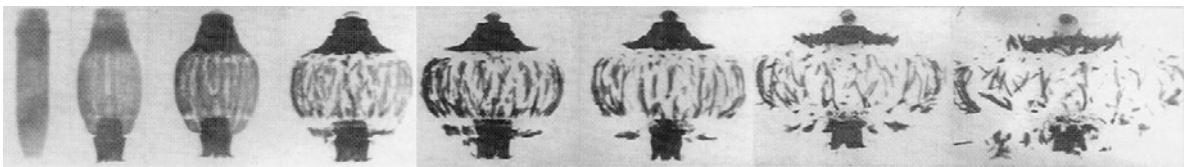


Sl. 7.7 Početna orijentacija fragmenata (vektor početne transl. brzine u pravcu x ose)

- Vektor početne translatorne brzine je postavljen u pozitivnom smjeru ose  $x$  (sl. 7.7). Intenziteti početne brzine dati su egzaktno za svaki segment projektila, prema vrijednostima dobijenim proračunom metodom Gurney-a (sl. 7.6, tabela 7.2).
- Početna ugaona brzina fragmenata može imati bilo koju vrijednost (generalno se prihvata da je red maksimalne vrijednosti intenziteta početne ugaone brzine reda oko  $50 \text{ obr/s}^{[19]}$ ). Na video snimcima, nastalih snimanjem procesa fragmentacije HE projektila brzim kamerama (nekoliko testova fragmentacije vršeno je u tvornici Pretis Sarajevo, pri čemu su korištene različite kamere da se proba uočiti brzina rotacije fragmenata i njegovo kretanje), može se uočiti generalni trend kretanja pojedinih fragmenata u prvoj fazi nakon detonacije projektila. Snimci pokazuju da fragmenti generalno rotiraju određenom ugaonom brzinom oko sve tri ose. Vrijednosti ugaonih brzina se ne mogu precizno odrediti jer se fragmenti kreću velikim brzinama i mogućnost procjene ugaonih brzina na osnovu video snimaka zavisi prije svega od brzine frejmova u sekundi koju kamera omogućava. Može se npr. desiti da se fragment okreće nekoliko puta dok se promjeni jedan frejm na kameri i da to onemogući pravilnu procjenu ugaone brzine tijela. Kamere nisu bile profesionalne ultra-brze kamere.

U modelu je pretpostavljeno da su sve komponente početne ugaone brzine iste i imaju vrijednost  $50 \text{ obr/s}$  ( $314,16 \text{ rad/s}$ ). To znači da je intenzitet početne ugaone brzine bio  $544,14 \text{ rad/s}$ .

- Početna orijentacija fragmenata (sl. 7.7) je takođe stohastičan parametar i, generalno, početni uglovi valjanja  $\alpha_0$ , propinjanja  $\beta_0$  i skretanja  $\gamma_0$  mogu poprimiti bilo koju vrijednost. Ono što je malo vjerovatno je da će fragment krenuti iz idealizirane orijentacije kada mu je npr. početna izložena površina (površina okomita u odnosu na pravac brzine) minimalna ( $\alpha_0 = \beta_0 = \gamma_0 = 0^\circ$ ) ili kada mu je početna izložena površina maksimalna ( $\alpha_0 = \gamma_0 = 0^\circ$ ,  $\beta_0 = 90^\circ$ ) - ove orijentacije (i uglovi) se odnose na date početne uslove kada je vektor početne brzine usmjeren u pozitivnom smjeru ose  $x$  (sl. 7.7). S ovim u vezi, na slici 7.8 dat je rendgenski snimak procesa detonacije HE projektila na kojem se vidi stvarni proces širenja tijela (u sekvencama) i nastajanje fragmenata. Može se uočiti da, nakon faze širenja tijela projektila, počinje fraktura tijela tako da se najprije pojavljuju uzdužne pukotine (paralelno osi projektila) u tijelu, a potom nastaju fragmenti. Takođe se vidi da su fragmenti cilindričnog dijela datog projektila relativno izduženi i svoje kretanje započinju u potpuno proizvoljnoj orijentaciji u odnosu na vektor početne brzine.

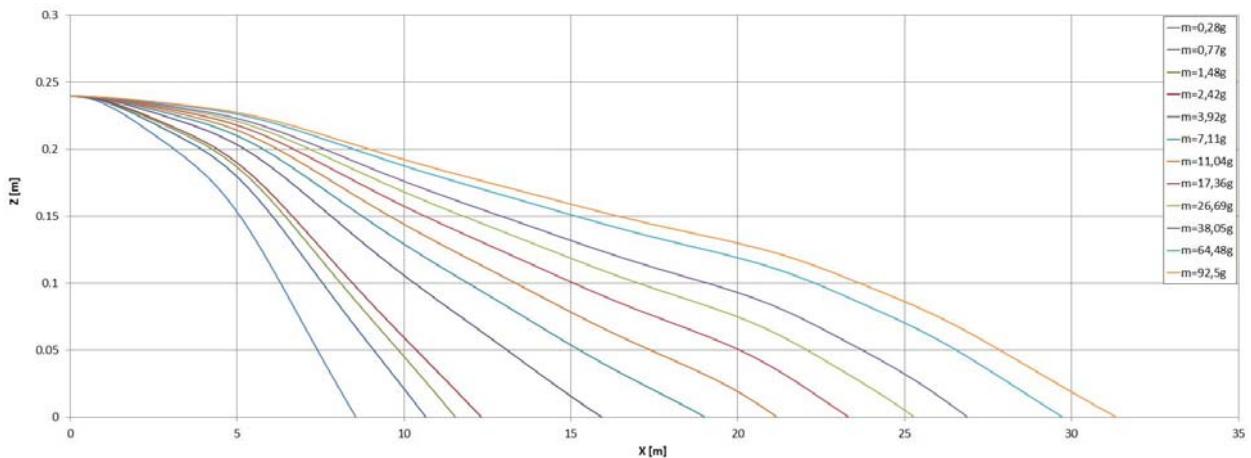


Sl. 7.8 Flash radiografija procesa fragmentacije HE projektila [1]

S tim u vezi, i u ovoj analizi se prepostavlja da fragmenti započinju svoje kretanje iz arbitrarne odabrane orijentacije, i odabранo je da su to uglovi  $\alpha_0 = \gamma_0 = \beta_0 = 45^\circ$  (sl. 7.7 desno). Treba napomenuti da  $\alpha_0$ ,  $\gamma_0$  i  $\beta_0$  ne predstavljaju uglove uzdužne ose fragmenta prema koordinatnim osama, tj. važi:  $\cos\alpha_0 + \cos\gamma_0 + \cos\beta_0 \neq 1$ . Pri ovoj orijentaciji izložena površina fragmenta na početku kretanja nije ni maksimalna ni minimalna već predstavlja stohastičnu (slučajnu) vrijednost izložene površine.

Nakon definisanja početnih geometrijsko-inercijalnih i kinematskih uslova, izvršena je analiza trajektorija i promjene kinetičke energije fragmenata koji nastaju detonacijom projektila 122mm HE OF-462.

Na sl. 7.9 dat je prikaz trajektorija fragmenata različite mase, oblika definisanog u tabeli 7.3, koji kretanje počinju sa segmenta br. 16 (sl. 7.5) na cilindričnom dijelu tijela projektila 122mm HE OF-462.

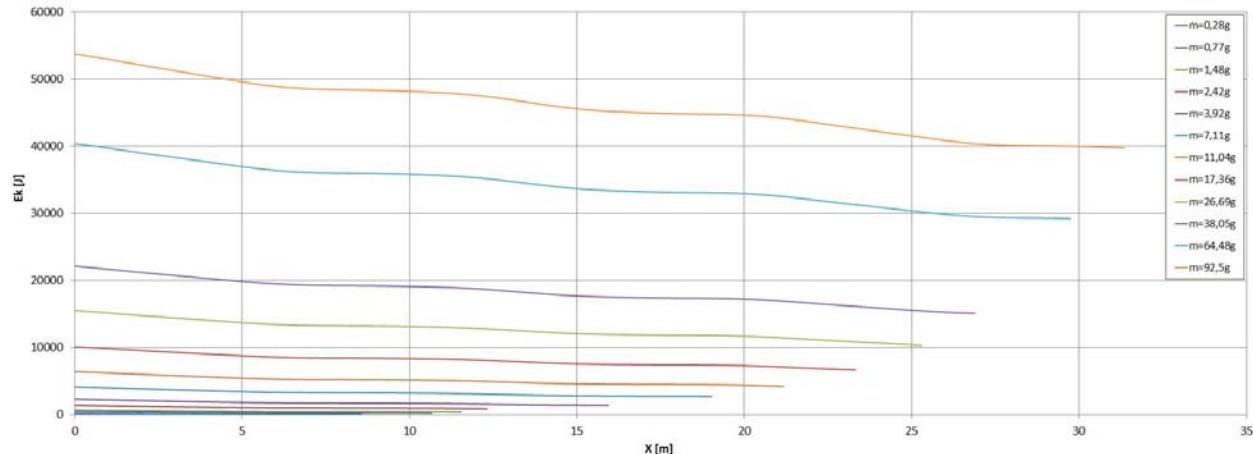


Sl. 7.9 Prikaz trajektorija fragmenata različite mase i oblika, koji kretanje započinju sa segmenta br. 16 na cilindričnom dijelu tijela projektila 122mm HE OF-462

Dijagram na sl. 7.9 je razvučen koliko je bilo moguće (bez žrtvovanja detalja) da bi se što bolje vidjele trajektorije, ali treba imati na umu da je u ovom slučaju maksimalna vrijednost na ordinati 0,25m, a na apscisi 35m.

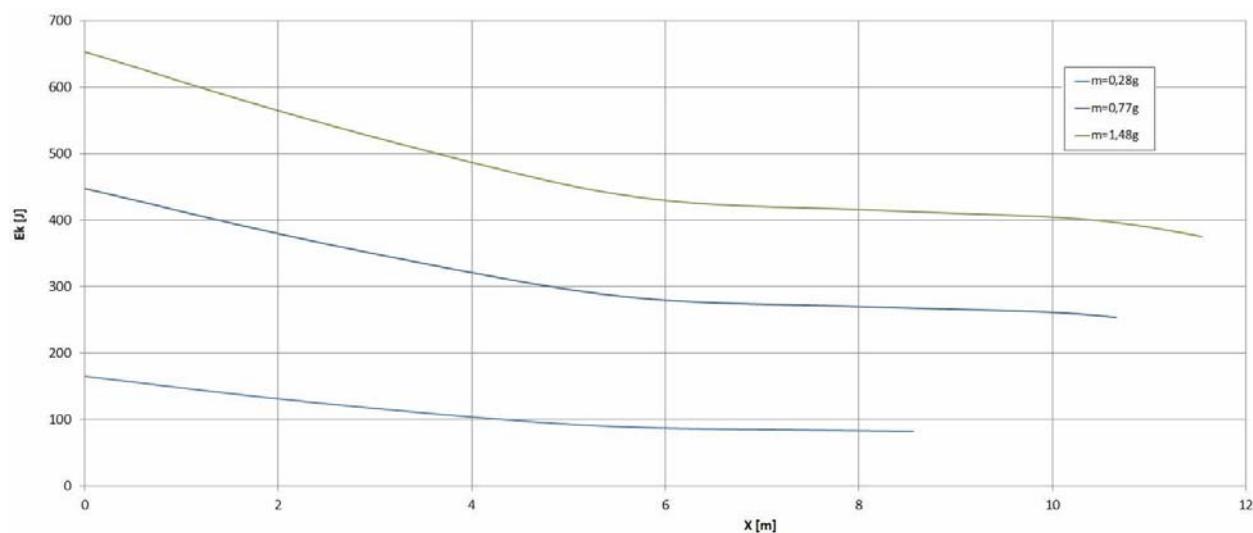
Na osnovu rezultata programa za proračun trajektorija fragmenata pojedinih masa i oblika, za date početne uvjete, moguće je izvršiti estimaciju o tome koji fragmenti mogu doseći određene udaljenosti, a na osnovu toga i podataka o broju fragmenata sa pojedinih segmenata projektila (Mott metoda) procjeniti kolika će biti gustina fragmenata u prostoru

Na sl. 7.10 prikazan je pad kinetičke energije fragmenata različite mase i oblika, koji kretanje započinju sa segmenta br. 16 na cilindričnom dijelu tijela projektila 122mm OF-462. Na dijagramu sa sl. 7.10 se vidi da fragmenti (posebno fragmenti većih masa) imaju veliku kinetičku energiju i da je ne gube značajno do udaljenosti od 30m. Krive promjene kinetičke energije fragmenata su blago "valovite" a ranije je objašnjeno (poglavlje 6.10) da se ovaj fenomen javlja radi kontinuirane rotacije fragmenata tokom njegovog kretanja kroz atmosferu.



Sl. 7.10 Pad kinetičke energije fragmenata različite mase i oblika, koji kretanje započinju sa segmenta br. 16 na cilindričnom dijelu tijela projektila 122mm HE OF-462

Kako bi se bolje vidjele krive pada kinetičke energije za fragmente manjih masa (do 2 g), ordinata i apscisa sa sl. 7.10 su skalirane i novi dijagram prikazan je na sl. 7.11. Na sl. 7.11 može se vidjeti da čak i fragment mase 0,28g ima kinetičku energiju dovoljnu za onesposobljavanje ljudskih ciljeva ( $> 80\text{J}$ ). Međutim, fragmenti manjih masa imaju i manji domet, što je posebno značajno za ovaj projektil. Naime, projektil 122mm HE OF-462 nakon fragmentacije ima veoma veliki broj fragmenata (oko 40% svih fragmenata) mase ispod 0,5g (tabela 4.2 i sl. 4.3), što može značajno uticati na efikasnost ovog projektila na većim udaljenostima jer fragmenti date masene grupe generalno imaju mali domet (sl. 7.9).



Sl. 7.11 Pad kinetičke energije fragmenata različite mase i oblika, koji kretanje započinju sa segmenta br. 16 na cilindričnom dijelu tijela projektila 122mm HE OF-462

Na osnovu rezultata o nivoima kinetičke energije fragmenata datih oblika, za date početne uvjete, moguće je, uz primjenu metode Mott-a, procjeniti gustinu efikasnih fragmenata na određenim udaljenostima od centra detonacije, a nakon toga i radiusa zone efikasnosti ovog projektila. Za projektil 122mm HE OF-462, kod kojeg je analizirano 16 segmenata na tijelu (16-31, sl. 7.5), i za date masene grupe (njih 12, tabela 7.3), izvršeno je ukupno 192 proračuna elemenata putanje fragmenata. Proračun trajektorija za date fragmente, pri ovako definisanim početnim uvjetima, traje vrlo kratko - oko 1s (početne koordinate  $z_0$  imaju malu vrijednost pa je vrijeme leta fragmenata kratko), pri čemu se za svaki segment projektila elementi putanje (12 trajektorija jer je 12 masenih grupa) zapisuju u jedan dokument (MS Excel) radi lakše analize (izlaz programa detaljnije je opisan u poglavlju 6.10).

#### 7.4.5 Procjena gustine efikasnih fragmenata

Gustina efikasnih fragmenata jedan je od važnijih parametara prostorne distribucije HE projektila. U poglavlju 7.2 dat je opis generalizovanog modela za procjenu gustine efikasnih fragmenata.

U modelu se pretpostavlja da je raspored fragmenata u prostoru simetričan (u odnosu na osu projektila), da nema rikošetiranja i da jedan fragment ne može prodirati kroz više sektora arene. U analizi nisu uzeti u obzir fragmenti mase veće od 100 g (koji, generalno, mogu doći do većih udaljenosti) jer je njihov broj relativno mali i nastaju većinom na zadnjem dijelu projektila.

Gustina efikasnih fragmenata  $q_{ef-i}$  određena je ranije prikazanim izrazom:

$$q_{ef-i} = \frac{N_{ef-i}}{2\pi R_k^2 (\cos \theta_i - \cos \theta_{i+1})}, \quad (7.4)$$

gdje je  $N_{ef-i}$  ukupni broj efikasnih fragmenata sa odabranih segmenata projektila (određen na osnovu Mott metode i modela za proračun putanje fragmenata), kinetičke energije veće od 80J, koji onesposobljava ljudsku metu.

Naime, prilikom procjene gustine efikasnih fragmenata za određene projektile, korišteni su rezultati proračuna trajektorija fragmenata sa pojedinih segmenata tijela da bi se utvrdilo (uz primjenu Mott-ovog modela) koji fragmenti mogu uopšte doći do određene udaljenosti. Fragmenti imaju različite domete (sl. 7.10) i ne dolaze svi do sektora arene. Podaci o tome koji fragmenti mogu doći do arene, za date početne uslove, dobijeni su proračunom elemenata putanje fragmenata, opisanim u 7.4.4.

Tako se, na osnovu rezultata proračuna trajektorija fragmenata datih oblika, i za date poč. uvjete, na sl. 7.9 npr. može vidjeti da, u slučaju fragmenata sa segmenta 16 na projektilu 122mm OF-462, do prvog sektora arene (udaljenost 10m od centra detonacije) dolaze fragmenti svih masenih grupa osim prve ( $m=0,28g$ ). Do drugog sektora arene (15m) dolaze fragmenti srednje mase veće od 3,92g. Do trećeg sektora arene (20m) dolaze fragmenti srednje mase veće od 11,04g, a do četvrtog sektora arene (30m) dolaze samo fragmenti srednje mase 92,5g (zadnje masene grupe 75-100g).

Na ovaj način određene su trajektorije fragmenata za svaki segment projektila (192 simulacije ukupno za date segmente) i na osnovu njih poznato je koji fragmenti mogu potencijalno učestvovati u prodorima u sektore arene.

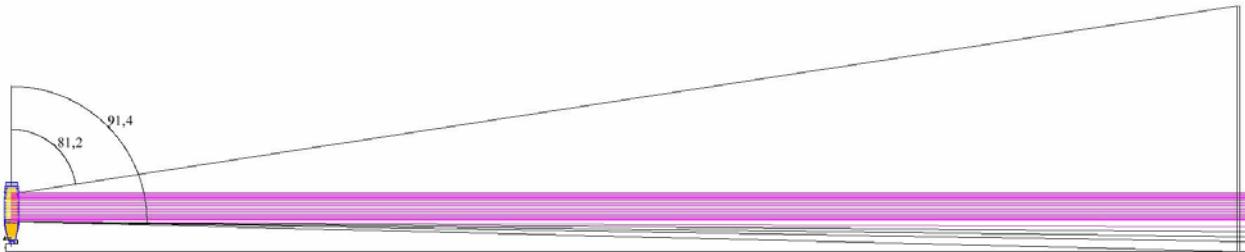
Slijedeći korak je bio da se, na osnovu rezultata iz programa za proračun trajektorije fragmenata, odredi koji fragmenti (od onih koji dolaze do određenih udaljenosti – u ovom slučaju sektora arene) imaju kinetičku energiju veću od 80J, potrebnu za onesposobljavanje ljudskih ciljeva. Kinetička energija fragmenta na određenoj udaljenosti određena je programski, koristeći model za procjenu trajektorije fragmenata, na osnovu mase fragmenata i njihove translatorne brzine tokom kretanja na različitim udaljenostima. Određene su kinetičke energije fragmenata datih oblika, i za date početne uvjete, za fragmente svih masenih grupa (sa segmenata na centralnom

dijelu projektila). Samo fragmenti koji dolaze do pojedinih sektora arene, i koji imaju energiju veću od 80J, uzeti su u obzir pri proračunu gustine efikasnih fragmenata.

Rezultati proračuna komparirat će se direktno sa rezultatima fragmentacijskog testa u četvrtkružnoj areni za dati projektil, pa u izrazu (7.4) figuriraju parametri date arene. Naime, površina mete  $S_m$  (koja je varijabilna jer se mijenjaju radijusi sektora) u ovoj analizi se uzima kao površina sektora u četvrtkružnoj areni. U ovom slučaju površina sektora je jednaka  $S_m = 0,5R_k\pi H$ , gdje je  $H$  visina sektora (2m) a  $R_k$  radijus pojedinih sektora arene, i to: 10m, 15m, 20m i 30m za arenu tipa II.

Polarni uglovi  $\theta_i$  se uzimaju kao uglovi mjereni od ose projektila do pravaca koji spajaju centre odabralih segmenata sa vrhom i dnom arene. (sl. 7.13). Ovi uglovi su određeni precizno u CAD softveru, na osnovu crteža projektila i arene (razmjera 1:1). Na sl. 7.13 dat je shematski prikaz načina određivanja (CAD softver) polarnih uglova mjerenih od ose projektila do vrha i dna sektora četvrtkružne arene.

Na slici 7.12 se vidi npr. da su uglovi  $\theta_1 = 81,2^\circ$  i  $\theta_2 = 91,4^\circ$  za prvi sektor arene. Na sličan način određeni su uglovi i za ostala tri sektora četvrtkružne arene. Za dati projektil oni iznose:  $84,2^\circ$  i  $90,9^\circ$  za drugi sektor,  $85,6^\circ$  i  $90,7^\circ$  za treći sektor, te  $87,1^\circ$  i  $90,5^\circ$  za četvrti sektor. Ovi uglovi, uz radijus arene, se koriste u izrazu (7.4).



Sl. 7.12 Polarni uglovi mjereni od ose projektila do vrha i dna I. sektora četvrtkružne arene

U tabeli 7.4 date su vrijednosti gustine efikasnih fragmenata, dobijene koristeći model (izraz 7.4), za projektil 122mm HE OF-462.

Tabela 7.4 Gustine efikasnih fragmenata za 122mm OF-462 (TNT)

Udaljenost (m)	Gustina efikasnih fragmenata (frag/m <sup>2</sup> ) - Model
10	11,15
15	5,34
20	2,18
30	0,15

Vrijednosti gustine efikasnih fragmenata (tabela 7.4) opadaju sa porastom udaljenosti i na osnovu njihovih vrijednosti, mogu se procjeniti traženi parametri zone efikasnosti HE projektila.

Nakon određivanja gustine efikasnih fragmenata, prvo je određen radijus zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva, za dati projektil. S tim u vezi, korištena je regresiona analiza da se definije aproksimaciona kriva koja se najbolje slaže sa dobijenim podacima o gustini efikasnih fragmenata u funkciji udaljenosti. Regresiona analiza podataka vršena je u programu MatLab, korištenjem alata CF Tool (eng. Curve Fitting Tool). Kod regresione analize treba voditi računa o izboru aproksimacione krive jer stepene aproksimacione funkcije oblika  $y=ax^b$  često daju nešto veće radijuse zone efikasnosti od eksponencijalnih aproksimacionih funkcija oblika  $y=ae^{bx}$ . Koeficijent korelacije treba da bude što bliži vrijednosti 1. Nakon određivanja aproksimacione krive regresionom analizom, određena je, za dati projektil, udaljenost pri kojoj je gustina efikasnih fragmenata jednaka 1 frag/m<sup>2</sup>, tj. radijus zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva (tabela 7.5).

U tabeli 7.5 prikazane su dobijene vrijednosti radijusa zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva za 122mm HE OF-462, i rezultat je upoređen sa eksperimentalno dobijenom vrijednošću. Relativna razlika između rezultata je 10,9%, što je zadovoljavajuće.

*Tabela 7.5 Radijus zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva za 122mm OF-462 (TNT)*

Radijus zone efikasnosti		
Model (m)	Eksperiment (m)	Relativna razlika (%)
25,3	22,8	10,9

Na osnovu radijusa zone efikasnosti dobijenog koristeći model može se lako odrediti i površina zone efikasnosti ( $R_{ef}^2\pi$ ). Za projektil 122mm OF-462 ona, prema modelu, iznosi oko  $2010\text{m}^2$ . Dakle, unutar površine od  $2010\text{m}^2$  nalazi se onesposobljavajuća zona projektila u kojoj je kinetička energija fragmenata veća od 80J. Budući da eksperimentalna vrijednost površine zone efikasnosti (na osnovu dobijenog radijusa efikasnosti; tabela 7.5) iznosi  $1633\text{ m}^2$ , rel. razlike u površini efikasnosti između modela i eksperimenta iznose oko 23%.

### **7.5 Procjena radijusa efikasne zone za druge artiljerijske projektile**

U radu su urađeni i proračuni radijusa efikasnosti za još tri artiljerijska projektila:

- 122mm HE M76 (Komp. B),
- 130mm HE M79 (TNT), i
- 105mm HE M1 (TNT).

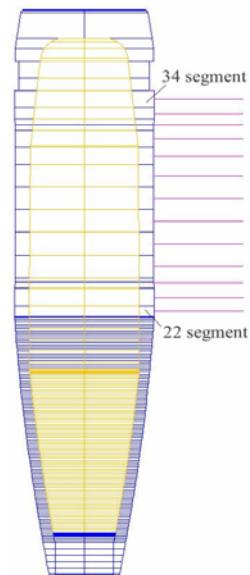
U poglavlju 3.1 dati su tablični podaci o ovim projektilima: masene i geometrijske karakteristike, parametri eksploziva i karakteristike materijala tijela. U poglavlju 4.2.2 dati su eksperimentalni podaci za sve ove projektile. Takođe, kao i u slučaju projektila 122mm HE OF-462, i za ove projektile su bili dostupni podaci eksperimentalnih istraživanja fragmentacije u eksperimentalnoj jami (poglavlje 4.2.1) na osnovu kojih su kalibrirane Mott-ove konstante za svaki tip projektila.

#### **7.5.1 Procjena radijusa efikasne zone za 122mm HE M76**

Izvršena je procjena radijusa efikasne zone artiljerijskog projektila 122mm HE M76, sa eksplozivnim punjenjem kompozicija B. Masa tijela projektila 122mm M76 iznosi 17,2kg, a masa eksploziva 4,2 kg,

Odnos mase eksploziva prema masi tijela  $C/M$  je 0,298, a geometrijski odnos ekvivalentne debljine tijela prema ekvivalentnoj debljini eksplozivnog punjenja  $t/d$  za dati projektil je 0,149 (tabela 3.2). U analizi efikasnosti se uzimaju u obzir segmenti 22-34 (sl. 7.13) na centralnom cilindričnom dijelu projektila do vodećeg prstena. Za projektil 122mm HE M76 konstanta  $B_{M\_opt}$  je iznosila  $87,43\text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ , dobijena na osnovu podataka o masenoj distribuciji fragmenata za usrednjena tri testa fragmentacije u jami (tabela 5.1).

Vrijednost  $\mu$  za ovaj projektil je iznosila 1,4g pa, prema Mott-ovom modelu, srednja masa svih fragmenata iznosi 2,8g.



*Sl. 7.13 Model projektila 122mm HE M76, izdjeljen na segmente*

I kod ovog projektila, slično kao kod 122mm OF-462, iz testova (tabela 4.3 i sl. 4.3) se vidi da ima veliki broj fragmenata mase manje od 0,5g (oko 20% svih fragmenata).

U tabeli 7.6 dati su rezultati masene distribucije, dobijeni primjenom metode Mott-a, za cilindrični dio projektila 122mm HE M76 (Komp. B). Primjećuje se nešto veći kumulativni broj fragmenata po segmentima nego kod projektila 122mm HE OF-462 (tabela 7.1).

*Tabela 7.6 Kumulativni broj fragmenata na cilindričnim segmentima projektila 122mm HE M76 (komp. B), dobijen metodom Mott-a*

Mas. grupa (g)	msr (g)	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
		348,1g	522,4g	340,4g	676,1g	683,6g	691,1g	698,6g	706,1g	534,4g	561,9g	410,5g	446,1g	715,1g
do 0,5	0,28	79	119	77	154	155	157	159	160	121	128	93	101	162
0,5 do 1	0,77	59	88	57	114	116	117	118	119	90	95	69	75	121
1 do 2	1,48	44	66	43	86	87	88	89	90	68	71	52	56	91
2 do 3	2,42	33	50	32	64	65	66	66	67	51	53	39	42	68
3 do 5	3,92	23	34	22	45	45	46	46	47	35	37	27	29	47
5 do 10	7,11	13	19	12	25	25	25	26	26	20	21	15	16	26
10 do 15	11,04	7	11	7	14	14	14	15	15	11	12	8	9	15
15 do 20	17,36	3	5	3	7	7	7	7	7	5	5	4	4	7
20 do 30	26,69	1	2	1	3	3	3	3	3	2	2	1	2	3
30 do 50	38,05	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
50 do 75	69,48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Proračun trajektorije fragmenata sa projektila 122mm HE M76 urađen je, kao i u prethodna dva slučaja, za iste početne uvjete (početna orijentacija, početna ugaona brzina, početna elevacija i oblici fragmenata za različite masene grupe). U ovom slučaju uzete su, takođe, i druge početne visine fragmenata (u skladu sa položajem na tijelu projektila 122mm M76 iznad tla) i druge početne translatorne brzine (Gurney-ev model za dati projektil).

Početne translatorne brzine fragmenata sa cilindričnog dijela projektila 122mm M76 imaju vrijednost od 870 – 1340 m/s, a visine centara segmenata (udaljenost centara segmenata od tla) ovog dijela projektila se kreće od 334mm do 560mm.

Kod ovog projektila vrijedi za polarne uglove (iz izraza 7.4):  $\theta_1 = 81,8^\circ$  i  $\theta_2 = 91,9^\circ$  za prvi sektor arene,  $84,5^\circ$  i  $91,3^\circ$  za drugi sektor,  $85,9^\circ$  i  $90,9^\circ$  za treći sektor, te  $87,3^\circ$  i  $90,6^\circ$  za četvrti sektor.

U tabeli 7.7 date su vrijednosti gustine efikasnih fragmenata, dobijene koristeći model (izraz 7.4), za projektil 122mm HE M76.

*Tabela 7.7 Gustine efikasnih fragmenata za 122mm M76 (Komp. B)*

Udaljenost (m)	Gustina efikasnih fragmenata ( $\text{frag/m}^2$ ) - Model
10	14,45
15	6,72
20	2,68
30	0,30

U tabeli 7.8 prikazane su dobijene vrijednosti radijusa zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva za 122mm HE M76, i rezultat je upoređen sa eksperimentima (četiri testa u areni). Relativna razlika između rezultata je 13,9%.

*Tabela 7.8 Radijus zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva za 122mm M76 (Komp. B)*

Radijus zone efikasnosti		
Model (m)	Eksperiment (m)	Relativna razlika (%)
26,5	30,2	13,9

Površina zone efikasnosti za projektil 122mm HE M76 je dakle, prema modelu, oko  $2206\text{m}^2$ , a prema eksperimentu (testovi u četvrtkružnoj areni) ona iznosi oko  $2865\text{m}^2$  (relativna razlika oko 29%).

### 7.5.2 Procjena radijusa efikasne zone za 130mm HE M79

U radu je, koristeći razvijeni model, izvršena i procjena radijusa efikasne zone artiljerijskog projektila 130mm HE M79, sa eksplozivnim punjenjem TNT.

Masa tijela projektila 130mm M79 iznosi 27,5 kg, a masa eksploziva 3,6 kg. Odnos mase eksploziva prema masi tijela  $C/M$  je 0,141, a geometrijski odnos ekvivalentne debljine tijela prema ekvivalentnoj debljini eksplozivnog punjenja  $t/d$  je 0,278 (tabela 3.2). Primjećuje se relativno velika debljina stjenke projektila (radi strukturalne otpornosti tokom kretanja u cijevi oružja).

U analizi efikasnosti se uzimaju u obzir segmenti 20-35 (sl. 7.14) na centralnom cilindričnom dijelu projektila do vodećeg prstena.

Za projektil 130mm M79 konstanta  $B_{M\_opt}$  je bila  $91,66 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ , dobijena usrednjavanjem podataka mas. distribucije za dva testa u jami (uzete su mase fragmenata manje od 100g). Vrijednost  $\mu$  za ovaj projektil je iznosila 3,6 g pa srednja masa svih fragmenata iznosi 7,2 g (relativno krupni fragmenti u odnosu na fragmente sa npr. 122mm M76).

Iz testova (tabela 4.4) se vidi da postoji veliki broj fragmenata mase manje od 0,5 g (oko 35% svih fragmenata). S druge strane, ovi mali fragmenti čine tek oko 1,6% ukupne mase.

Proračun trajektorije fragmenata sa projektila 130mm HE M79 urađen je za iste početne uvjete (početna orientacija, početna ugaona brzina, početna elevacija i oblici fragmenata za različite masene grupe) kao kod drugih projektila. Uzete su odgovarajuće početne visine fragmenata (u skladu sa položajem na tijelu iznad tla) i početne translatorne brzine (Gurney-ev model).

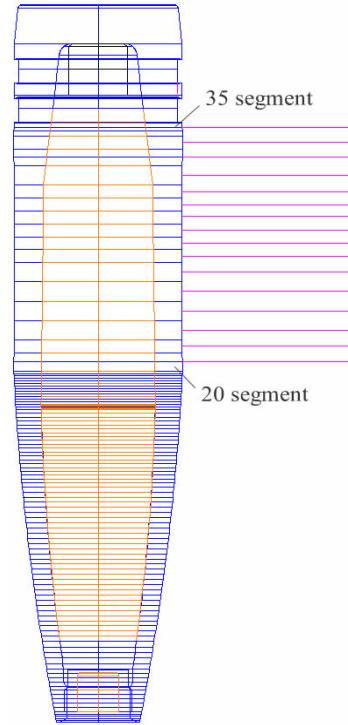
Početne translatorne brzine fragmenata sa cilindričnog dijela projektila 130mm M79 imaju vrijednost od 670 - 890 m/s, a visine centara segmenata (udaljenost centara segmenata od tla) ovog dijela projektila se kreće od 342mm do 543mm.

Za polarne uglove (iz izraza 7.4) važi:  $\theta_1 = 81,6^\circ$  i  $\theta_2 = 91,9^\circ$  za prvi sektor arene,  $84,4^\circ$  i  $91,3^\circ$  za drugi sektor,  $85,8^\circ$  i  $90,9^\circ$  za treći sektor, te  $87,2^\circ$  i  $90,6^\circ$  za četvrti sektor.

U tabeli 7.9 dati su rezultati masene distribucije (kumulativni broj fragmenata za određene masene grupe), dobijeni primjenom metode Mott-a, za cilindrični dio projektila 130mm M79.

*Tabela 7.9 Kumulativni broj fragmenata na cilindričnim segmentima projektila 130mm HE M79 (TNT), dobijen metodom Mott-a*

Mas. grupa (g)	msr (g)	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
		797,5 g	566,5g	849,4g	855,1g	860,7g	866,3g	580,6g	583,1g	585,5g	588,1g	590,5g	592,9g	918,4g	872,1g	684,6g	700,3g
do 0,5	0,28	83	59	88	89	90	60	61	61	61	61	62	96	91	71	73	
0,5 do 1	0,77	69	49	74	74	74	50	50	51	51	51	51	80	75	59	61	
1 do 2	1,48	58	41	61	62	62	63	42	42	42	43	43	66	63	49	51	
2 do 3	2,42	48	34	51	52	52	52	35	35	35	36	36	56	53	41	42	
3 do 5	3,92	38	27	41	41	42	42	28	28	28	28	28	44	42	33	34	
5 do 10	7,11	27	19	28	29	29	19	19	19	20	20	20	31	29	23	23	
10 do 15	11,04	19	13	20	20	20	13	14	14	14	14	14	22	21	16	16	
15 do 20	17,36	12	8	13	13	13	8	9	9	9	9	9	14	13	10	10	
20 do 30	26,69	7	5	7	7	7	5	5	5	5	5	5	8	7	6	6	
30 do 50	38,05	4	3	4	4	4	3	3	3	3	3	3	4	4	3	3	
50 do 75	69,48	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
75 do 100	92,50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	



*Sl. 7.14 Model projektila 130mm HE M79, izdjeljen na segmente*

U tabeli 7.10 date su vrijednosti gustine efikasnih fragmenata, dobijene koristeći model (izraz 7.4), za projektil 130mm HE M79.

*Tabela 7.10 Gustine efikasnih fragmenata za 130mm M79 (TNT)*

Udaljenost (m)	Gustina efikasnih fragmenata (frag/m <sup>2</sup> ) - Model
10	8,82
15	5,22
20	2,83
30	0,75

Nakon određivanja gustine efikasnih fragmenata, procjenjen je u MatLab-u (regr. analiza) radijus zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva za dati projektil. U tabeli 7.11 prikazane su dobijene vrijednosti radijusa zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva za 130mm HE M79, i rezultat je upoređen sa eksperimentima (četiri testa u areni). Relativna razlika između rezultata je 7,7%.

*Tabela 7.11 Radijus zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva za 130mm M79 (TNT)*

Radijus zone efikasnosti		
Model (m)	Eksperiment (m)	Relativna razlika (%)
29,3	27,2	7,7

Površina zone efikasnosti za projektil 130mm HE M79 je, prema modelu, oko 2697 m<sup>2</sup>, a prema rezultatima testova 2324 m<sup>2</sup>, što je rel. razlika oko 16%.

### **7.5.1 Procjena radijusa efikasne zone za 105mm HE M1**

Estimacija gustine efikasnih fragmenata artiljerijskog projektila 105mm HE M1 i njegovog radijusa efikasne zone izvršena je na sličan način kao što je to opisano u prethodnom dijelu za druge projektile.

Masa tijela projektila 105mm M1 iznosi 11,8 kg, a masa eksploziva 2,18 kg, Odnos mase eksploziva prema masi tijela  $C/M$  je 0,217, a geometrijski odnos ekvivalentne debljine tijela prema ekvivalentnoj debljini eksplozivnog punjenja  $t/d$  je 0,191 (tabela 3.2).

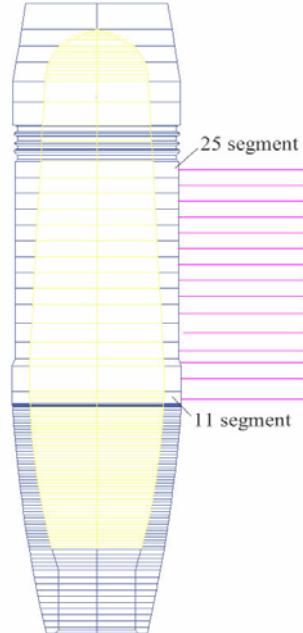
U analizi efikasnosti se uzimaju u obzir segmenti 11-25 (sl. 7.15) na centralnom cilindričnom dijelu projektila.

Za projektil 105mm M1 konstanta  $B_{M\_opt}$  je bila  $117,7 \text{ g}^{1/2}/\text{m}^{7/6}$ , dobijena usrednjavanjem podataka o masenoj distribuciji za četiri testa u jami ( $m < 100\text{g}$ ).

Vrijednost  $\mu$  za ovaj projektil je iznosila 2,7 g pa, prema Mott-ovom modelu, srednja masa svih fragmenata iznosi 5,4 g.

Treba napomenuti da je visina arene u slučaju projektila 105mm HE M1 bila 1,5m.

U tabeli 7.12 dati su rezutati masene distribucije, dobijeni primjenom metode Mott-a, za cilindrični dio projektila 105mm HE M1 do vodećeg prstena.



*Sl. 7.15 Projektil 105mm HE M1 izdjeljen na segmente, i shematski prikaz dominantnog bočnog snopa fragmenata*

*Tabela 7.12 Broj fragmenata (po masenim grupama) na cilindričnim segmentima projektila 105mm HE M1, dobijen metodom Mott-a*

Mas. grupa (g)	msr (g)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
		261,7g	410,6g	111,3g	226,9g	281,6g	297,5g	259,9g	270,6g	281,2g	291,7g	201,9g	312,1g	322,1g	331,9g	341,6g
do 0,5	0,28	34	54	14	30	37	39	34	35	37	38	40	41	42	44	45
0,5 do 1	0,77	28	44	11	24	30	31	27	29	30	31	32	33	34	35	36
1 do 2	1,48	22	35	9	19	24	25	22	23	24	25	26	27	28	28	29
2 do 3	2,42	18	29	7	16	20	21	18	19	19	20	21	22	22	23	24
3 do 5	3,92	14	22	6	12	15	16	14	14	15	15	16	17	17	18	18
5 do 10	7,11	9	14	4	8	10	10	9	9	10	10	10	11	11	11	12
10 do 15	11,04	6	9	2	5	6	7	6	6	6	7	7	7	7	8	8
15 do 20	17,36	3	5	1	3	4	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4
20 do 30	26,69	2	3	0	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
30 do 50	38,05	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
50 do 75	69,48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75 do 100	92,50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Proračun elemenata putanje fragmenata sa projektila 105mm HE M1 urađen je za iste početne uvjete (poč. orijentacija, početna ugaona brzina, poč. elevacija i oblici fragmenata za različite masene grupe) kao i kod ranije opisanih projektila, s tim da su u ovom slučaju uzete druge početne visine fragmenata (u skladu sa položajem na tijelu projektila 105mm M1 iznad tla) i druge početne translatorne brzine (u skladu sa Gurney-evim modelom za projektil 105mm M1).

Početne translatorne brzine fragmenata sa centralnog dijela projektila 105mm M1, prema metodi Gurney-a, imaju vrijednost od 780 - 1280 m/s, a visine centara segmenata (udaljenost centara segmenata od tla, tj. koordinatnog sistema) ovog dijela projektila se kreće od 240mm do 436mm. Visine centara segmenata ovog projektila dosta su slične početnim visinama centara segmenata kod projektila 122mm OF-462.

U tabeli 7.13 date su vrijednosti gustine efikasnih fragmenata, dobijene koristeći model (izraz 7.4), za projektil 105mm HE M1.

*Tabela 7.13 Gustine efikasnih fragmenata za 105mm M1(TNT)*

Udaljenost (m)	Gustina efikasnih fragmenata (frag/m <sup>2</sup> ) - Model
10	5,61
15	2,27
20	1,04
30	0,07

Nakon određivanja gustine efikasnih fragmenata, procjenjen je u MatLab-u (regr. analiza) radijus zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva za dati projektil. U tabeli 7.14 prikazane su dobijene vrijednosti radijusa zone efikasnosti HE projektila za 105mm HE M1, i rezultat je upoređen sa eksperimentima (osam testova u areni). Relativna razlika između rezultata je 16,5%. Površina zone efikasnosti za projektil 105mm HE M1 je, prema modelu, oko 1219 m<sup>2</sup>, a prema rezultatima testova oko m<sup>2</sup>, što je rel. razlika oko 35%.

*Tabela 7.14 Radijus zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva za 105mm M1 (TNT)*

Radijus zone efikasnosti		
Model (m)	Eksperiment (m)	Relativna razlika (%)
19,7	16,9	16,5

Sumarno se može reći da je izvedeni model procjene radijusa efikasne zone HE artiljerijskih projektila u disertaciji zadovoljavajuće tačnosti, s obzirom na relativno veliki broj usvojenih pretpostavki i aproksimacija.

---

## POGLAVLJE

# 8

## ZAKLJUČAK

### 8.1 Doprinos autora

Istraživanja terminalno-balističkih parametara HE projektila u radu vršena su analitičkim i poluempijskim metodama, metodama numeričke simulacije, eksperimentalnim metodama, programiranjem i tehnikama CAD modeliranja.

Glavni fokus istraživanja bio je usmjeren na slijedeće cjeline:

- statistička obrada podataka sa eksperimentalnih testova fragmentacije i optimizacija Mott-ove metode za precizniju procjenu masene distribucije fragmenata,
- procjena početne brzine fragmenata za nekoliko tipova HE projektila,
- procjena vrijednosti aerodinamičkih sila i momenata, te koeficijenata otpora i uzgona fragmenata (tijela nepravilnih oblika) za različite oblike, položaje i brzine fragmenata, metodom numeričkih simulacija,
- razvoj novog modela dinamike leta fragmenta tokom kretanja kroz atmosferu, i
- razvoj modela za procjenu parametara zone efikasnosti HE projektila.

Sva navedena istraživanja u disertaciji predstavljaju originalan doprinos u oblasti terminalne balistike HE projektila i mehanike leta tijela nepravilnih oblika (fragmenata).

#### *8.1.1 Statistička obrada podataka sa eksperimentalnih testova fragmentacije i optimizacija Mott-ove metode*

Izvršena je procjena masene distribucije fragmenata, koristeći Mott-ovu metodu i rezultate testiranja HE projektila u fragmentacijskoj jami koji su korišteni za kalibraciju (optimizaciju) Mott-ove konstante, kako bi se predviđanja broja fragmenata, bazirana na Mott metodi, što bolje slagala sa eksperimentalnim istraživanjima za pojedine HE projektile. Koristeći vrijednost dobijene (optimizovane) konstante  $B_M$ , precizno je određen parametar  $\mu$  u formuli Mott-a, a na osnovu njega i ukupan broj fragmenata koji se slaže sa rezultatima o ukupnom broju fragmenata dobijenim eksperimentalnim istraživanjima fragmentacije HE projektila u fragm. jami. U radu su obrađeni rezultati eksperimentalnih istraživanja u jami za artiljerijske projektile 105mm HE M1 (TNT), 122mm HE OF-462 (TNT), 122mm HE M76 (Komp. B) i 130mm HE M79 (TNT).

Tabelarno su prikazani rezultati statističke analize eksperimentalnih podataka fragmentacije u jami (srednje vrijednosti broja i mase fragmenata, minimalna i maksimalna vrijednost broja i mase fragmenata, njihov opseg i standardna devijacija broja i mase fragmenata za pojedine

testove). Takođe su tabelarno prikazani dobijeni rezultati za srednje mase fragmenata i Mott-ove konstante za sve testove pojedinačno, kao i statistička obrada dobijenih podataka.

Kako bi se analizirao uticaj tipa eksploziva i materijala tijela na vrijednost Mott-ove konstante izvršena je analiza eksperimentalnih podataka iz istraživanja efikasnosti bojevih glava AR mina 120mm. Što se tiče uticaja materijala eksploziva na vrijednost ove konstante, za isti dizajn i materijal tijela, upotrebom eksploziva sa boljim det. karakteristikama (veća gustina, brzina i pritisak detonacije) smanjuje se vrijednost Mott-ove konstante. Kod bojevih glava, istog dizajna i materijala tijela, kod kojih je primjenjen eksploziv sa boljim det. karakteristikama (kompozicija B) primjetan je veći broj fragmenata, sa ukupnom srednjom masom fragmenata manjom nego u slučaju korištenja eksploziva slabijih det. karakteristika (TNT). Što se tiče uticaja materijala tijela na vrijednost Mott-ove konstante, za oba modela bojevih glava 120mm, pri istom eksplozivu, utvrđeno je se da se u slučaju primjene čelika sa većom zateznom čvrstoćom i granicom razvlačenja, te većim relativnim suženjem, dobijaju veće vrijednosti konstante Mott-a. Sumarno, pri istim uslovima (isti dizajn i eksploziv), u slučaju primjene čelika sa boljim meh. karakteristikama, dobija se manji broj fragmenata, veće srednje mase. U isto vrijeme povećava se i vrijednost Mott-ove konstante.

### **8.1.2 Procjena početne brzine fragmenata**

Izvršena je analiza početnih brzina fragmenata za ranije spomenute HE projektil. Korištena je interakcija CAD tehnika modeliranja i analitičkog modela Gurney-a koji početnu brzinu fragmenata definiše kao funkciju odnosa mase eksplozivnog punjenja i mase metala košuljice, te Gurney-eve konstante. Detonacione brzine za eksplozivna punjenja datih projektila, u zavisnosti od gustine i sastava eksploziva, određene su u programu EXPLO5<sup>®</sup>, a vrijednost Gurney-eve konstante je određena analitički. Gustine eksploziva u razmatranim projektilima određene su na osnovu tabličnih podataka o masi punjenja za dati projektil i zapremine eksploziva (određene CAD metodom).

Analizom početnih brzina fragmenata u funkciji položaja na tijelu projektila za HE projektil došlo se do slijedećih zaključaka:

- Početna brzina je uvek različita za različite segmente na projektilu promjenljive geometrije.
- Početna brzina zavisi od odnosa mase eksploziva prema masi tijela projektila. Što je taj odnos veći, veća je i početna brzina fragmenata.
- Zadnji dio projektila, a time i zadnji snop fragmenata, ima najmanju početnu brzinu.
- Centralni dio projektila ima najveće početne brzine fragmenata za većinu projektila (izuzetak je projektil 122mm OF-462 sa svojom rel. debelom stjenkom na cil. dijelu).
- Početne brzine fragmenata za date artiljerijske projektile (105mm, 122mm i 130mm) se kreću u intervalu od 1,8 Ma (npr. zadnji dio projektila 130mm HE M79) do 4,5 Ma (npr. centralni dio projektila 122mm HE M76).

### **8.1.3 Procjena vrijednosti aerodinamičkih sila i momenata, te koeficijenata sile otpora i uzgona**

Da bi se procjenile vrijednosti aerodinamičkih sila i momenata koji djeluju na realni fragment, korištene su metode numeričkih simulacija. Numerički model kojim su izvršene simulacije zasnovan je na jednačinama održanja mase, količine kretanja i energije, uz jednačinu stanja za fluid i adekvatne početne i granične uslove. U programskom CFD paketu Ansys Fluent izvršene su numeričke simulacije trodimenzionalnog, stišljivog, turbulentnog stacionarnog toka oko realnog fragmenta koji je bio fiksiran u prostoru. Korištenjem numeričkih simulacija dobija se, u isto vrijeme, kompletnejša slika o složenosti toka vazduha oko fragmenta koji se kroz atmosferu kreće velikim brzinama, kao i uvid u polje brzina i pritisaka, te udarnih talasa koji se javljaju oko fragmenta.

Postupak numeričkih simulacija opstrujavanja vazduha oko fragmenta HE projektila sastojao se od digitalizacije modela fragmenta CAD metodom, diskretizacije prostornog domena, karakterizacije materijala, definisanja početnih i graničnih uslova, odabira solvera i fizikalnog modela, te proračuna aerodinamičkih sila i momenata (UDF skripta). U okviru numeričkih simulacija vršene su simulacije opstrujavanja, pri čemu je fragment bio nepokretan u centru numeričke mreže. Izvršene su numeričke simulacije za 24 orijentacije realnog fragmenta za svaku rotaciju oko tri koordinatne ose (pojedinačno), i to za uglove od  $0^\circ$  do  $360^\circ$  s ugaonim inkrementima od  $15^\circ$ . Za sve orijentacije urađene su simulacije sa devet različitih brzina nastrujavanja (0.6, 0.8, 1, 1.2, 1.3, 1.5, 2, 3 i 4 Ma). U okviru rada napisan je program (C jezik) koji se implementira u Fluentu, pomoću kojeg su određene aerodinamičke sile i momenti za sva tri koordinatna pravca. Usvojeni numerički model validiran je sa dostupnim eksperimentalnim podacima za čeličnu kocku koja se slobodno kreće kroz atmosferu. Na osnovu dobijenih rezultata numeričkih simulacija, izvršena je analiza polja pritiska, brzine i strujnica oko fragmenta u nekoliko karakterističnih položaja fragmenta oko kojeg je nastrujavao vazduh. Takođe je izvršena analiza udarnih talasa oko fragmenata i zone turbulencije iza fragmenta.

Na osnovu dobijenih rezultata (iz numeričkih simulacija) o aerodinamičkim silama, momentima i referentnim površinama, za različite vrijednosti Mach-ovih brojeva određene su i vrijednosti koeficijenata sile otpora i uzgona za fragment. Svaki fragment ima različit oblik, i to bitno utiče na promjenu funkcije koeficijenta otpora i uzgona. U disertaciji je zato predstavljen dobijeni skup funkcija koeficijenta otpora i uzgona u zavisnosti od Mach-ovog broja (set funkcija od maksimalne do minimalne vrijednosti koeficijenata), pri čemu se vidi da se za različite orijentacije fragmenta (i brzine nastrujavanja) dobijaju i različite vrijednosti ovih koeficijenata. Krive otpora i uzgona su predstavljene i u generalnom obliku, funkcionalno preko površi, aproksimacijom podataka dobijenih numeričkim simulacijama.

#### **8.1.4 Razvoj modela dinamike leta fragmenta tokom kretanja kroz atmosferu**

Jedan od doprinosa disertacije ogleda se i u razvoju modela dinamike leta fragmenata (i generalno, tijela nepravilnog oblika) kroz atmosferu.

Kako bi se definisao generalizovani model za proračun elemenata putanje fragmenata (6DOF model), bilo je potrebno razviti model za procjenu projekcije izložene površine fragmenta u svakom trenutku kretanja (za svaku njegovu orijentaciju) i model za procjenu aerodinamičke sile i momenta koji djeluju na fragment tokom kretanja.

U radu je, s tim u vezi, prvo definisan novi model za procjenu projektovane površine fragmenta u proizvolnjem pravcu. Fragmenti su aproksimirati troosnim elipsoidom, sa poluosama  $a$ ,  $b$  i  $c$  - polovine maksimalnih dimenzija fragmenta u tri okomita pravca. Korištene su kontinuirane površi troosnog elipsoida kao matematičke funkcije. Projekcija izložene površine fragmenta dobija se kao integral projiciranih površinskih elemenata. Model je validiran na dva načina, koristeći CAD sistem i analitički (za elipsoidno tijelo i realan fragment), i rezultati su pokazali dobro slaganje. Doprinos i prednost ovog pristupa ogleda se u činjenici da predstavlja važan korak ka dinamičkom modeliranju koje ne zahtijeva rezultate numeričkih simulacija za procjenu aerodinamičke sile, odnosno rezultate potpunog rješavanja Navier-Stokes-ovih jednačina mehanike fluida na kontrolnoj zapremini.

Potom je razvijen fizikalni model za procjenu aerodinamičke sile i momenta, potrebnih za proračunu trajektorije fragmenata. U ovom modelu površ fragmenta je, takođe, aproksimirana troosnim elipsoidom sa kontinualnom izloženom površinom. Kako bi se izvršila procjena aerodinamičkih sila i momenata prema razvijenom fizikalnom modelu, napisan je program u MatLab-u. Model za procjenu aerodinamičke sile i momenta predstavlja važan iskorak ka modeliranju koje ne zahtijeva numeričke simulacije za procjenu aerodinamičke sile i momenta. Korištenjem ovog modela, u spremi sa modelom za procjenu projektovane površine tijela, putanja fragmenata se može procjeniti na jednostavniji način (u odnosu na proračun u CFD

programima), jer se sila i moment mogu procijeniti u proizvoljnom vremenskom trenutku. Sa razvijenim modelom za procjenu sile i momenta, traženi parametri se dobijaju u roku od nekoliko sekundi, dok upotrebom numeričkih simulacija za procjenu vrijednosti aerodinamičke sile i momenta proračun traje više od 10h. Izvršena je i korekcija aerodinamičke sile s obzirom na stišljivost. Naime, promjena stanja gasa (vazduha) pri sabijanju vazduha ispred fragmenta, nastalog neposredno nakon dezintegracije visoko-eksplozivnog projektila, prepostavljena je kao adijabatska jer je proces sabijanja vazduha pri kretanju fragmenta izuzetno brz proces u odnosu na proces prenosa toplove.

Validacija modela izvršena je koristeći eksperimentalne rezultate koeficijenta otpora za sferu, pri čemu rezultati pokazuju da nema značajnog odstupanja vrijednosti dobijenih u eksperimentima u odnosu na vrijednosti dobijene modelom. Nakon validacije, rezultati modela za procjenu aerodinamičkih sila su se uporedili i sa rezultatima dobijenim numeričkim simulacijama za sile koji djeluju na elipsoid, kao i na fragment nepravilnog oblika (za Machove brojeve 1 - 4). Rezultati za elipsoid (za date orientacije) pokazuju da nema velikog odstupanja (max. rel. razlike do 14%) vrijednosti aerodinamičkih sila dobijenih numeričkim simulacijama u odnosu na vrijednosti dobijene koristeći fizikalni model. Rezultati razvijenog modela za fragment pokazuju rel. greške od 5 - 60% u odnosu na rezultate iz num. simulacija.

Ova odstupanja rezultata (za fragment) bi se u budućem radu mogla korigovati uzimanjem u obzir udarnih talasa kao zasebnog fenomena u razvijenom modelu, kao i razmatranjem trenja (to bi bilo opravdano jer su sile koje se dobijaju razvijenim modelom (model glatke površne elipsoida) ustvari teoretski minimum). Takođe, fizikalni model se može poboljšati i razmatranjem efekata podprtiska koji se javlja na (zadnjoj) površini fragmenta koja nije izložena struji vazduha. Slijedeća korekcija modela može se napraviti uvođenjem u model faktora oblika fragmenta (svaki fragment ima drugačiji oblik), za što je potreban 3D skener.

Prednost razvijenog modela za procjenu sile u odnosu na klasični pristup je mogućnost generalizacije identifikacijom određenih parametara fragmenta ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  poluose; odnosi  $a/b$ ,  $a/c$ ), i općenito generalizacija mehanike leta proizvodnog fragmenta, a što nije moguće uraditi kroz klasični pristup numeričkim simulacijama.

Konačno je bilo moguće definisati generalizovani (6DOF) model za procjenu elemenata putanje fragmenta, koji u sebi sadrži model za procjenu aerodinamičke sile i momenta. Ovo je je model, razvijen na osnovu diferencijalnih jednačina kretanja centra mase i kretanja oko centra mase, kojim se (parametarski) mogu modelirati parametri koji igraju bitnu ulogu pri kretanju fragmenata kroz atmosferu. To znači da se osnovni parametri (u ovom slučaju dimenzije fragmenta) mogu proizvoljno mijenjati u početnom dijelu analize i na osnovu njihovih vrijednosti i vrijednosti početnih kinematskih parametara (početne brzine, položaj, orijentacija), može se odrediti putanja (i ostali parametri: brzine, orijentacija) fragmenata za kratko vrijeme.

Model je zbog svoje složenosti implementiran u posebnom računarskom programu, napisanom u MatLabu. Ovaj program omogućava proračun svih važnijih elemenata putanje fragmenata: trajektorija, promjena translatorne i ugaone brzine fragmenta, promjena kinetičke energije, te procjena orijentacije fragmenata u prostoru. Program na kraju proračuna iscrtava 3D plot trajektorija, te ispisuje rezultate (vrijednosti koordinata centra mase tijela, komponente translatorne i ugaone brzine i njihov ukupni intenzitet, orijentacija tijela u odnosu na fiksni koordinatni sistem te vrijednosti translatorne i rotacione komponente kinetičke energije) u poseban MS Excel dokument.

Generalizovani (6DOF) model za procjenu elemenata putanje fragmenta ima nekoliko značajnih prednosti:

- Model je parametarski, pa se interaktivno u programu mogu mijenjati pojedini parametri (dimenzije fragmenta, početni kinematski uslovi).

- Program završava proračun mnogo brže nego što bi to bio slučaj koristeći 6DOF u CFD programima. Naime, 6DOF simulacije tijela nepravilnih oblika u CFD programima, iako predstavljaju potencijalno najtačniju metodu za procjenu trajektorije tijela nepravilnih oblika, zahtjevaju računare vrhunskih performansi (veliki broj procesora) koji nisu dostupni većini istraživačkih centara (posebno u zemljama u razvoju) i odgovarajući softver. Takođe u CFD programu obično ne postoje gotovi moduli za ispisivanje rezultata (brzine, trajektorija, orijentacija tijela), dobijenih u proračunu, pa je potrebno vladati programskim jezicima da bi se moglo napraviti dodatne skripte, pomoću kojih bi program ispisivao tražene parametre koji se kasnije mogu obrađivati. Poseban problem su potrebni računari sa veoma velikim brojem procesora za računanje ovakvih simulacija.
- Model razvijen u radu, u svakom trenutku kretanja proračunava stvarnu vrijednost projekcije izložene površine tijela (fragmenta aproksimiranog elipsoidom), okomito na vektor brzine, za razliku od drugih modela gdje se referentna površina uzima ili kao konstantna ili se određuje statističkim metodama.
- Značajna, prednost modela je i to što ne zahtjeva bazu aerodinamičkih koeficijenata (koja je inače veoma problematična zbog nepravilne i stohastične geometrije fragmenata) jer u sebi sadrži zaseban model za procjenu aerodinamičke sile i momenta samo na osnovu oblika (dimenzija) fragmenta i vektora početne brzine.

Na osnovu generalizovanog modela za procjenu elemenata putanje fragmenta izvršeni su proračuni trajektorija i elemenata putanje fragmenta za kompletну trajektoriju fragmenata i za kraće udaljenosti do centra eksplozije, sa variranim geometrijsko-inercijalnim parametrima fragmenata i početnim kinematskim uslovima za dati fragment.

Proračun i analiza kompletnih trajektorija fragmenata mogu se koristiti pri analizi sigurnosti od dejstva fragmenata - npr. analiza sigurnosti lokacija oko skladišta municije (uslijed potencijalne eksplozije projektila) ili zbog opasnosti prilikom deminiranja većih količina ubojnih sredstava, pri čemu je moguće odrediti obvojnici (kriva koja povezuje maksimume funkcija) - "sigurnosnu" krivu koja obuhvata sve moguće trajektorije fragmenata u prostoru, za date početne uslove. Proračun elemenata putanje za kraće udaljenosti (npr. do 50m) koristi se npr. u analizi zone efikasnog dejstva HE projektila.

Prilikom analize elemenata kompletne putanje fragmenata uočeno je slijedeće:

- Najveći domet za fragment mase 58g je dobiven pri poč. elev. uglu od  $20^\circ$  i iznosi oko 587m. Najveći domet za fragment mase 8g je dobiven pri poč. elev. uglu od  $15^\circ$  i iznosi oko 435m.
- Najveće vrijeme leta fragmenta mase 58g imao je pri poč. elev. uglu od  $80^\circ$ , i iznosilo je oko 23,5s. Za fragment mase 8g je, takođe, najveće vrijeme leta bilo pri poč. elev. uglu od  $80^\circ$ , i to 20,3s. Najmanje vrijeme leta bilo je za oba fragmenta pri elev. uglu od  $5^\circ$ , i iznosilo je 3,2s za fragment mase 58g i 1,6s za fragment mase 8g. Ovdje je elevacioni ugao istovremeno i ugao između vektora brzine i glavne poluose elipsoida "a", odnosno glavne ose inercije fragmenta.
- Najveća visina leta je za oba fragmenta zabilježena, takođe, pri poč. elev. uglu od  $80^\circ$  i bila je 613m za fragment od 58g, i 447m za fragment od 8g. Maksimalne visine leta kod razantnih putanja fragmenta, pri elev. uglu od  $5^\circ$ , bile su 16,7m kod fragmenta od 58g, i 8,7m kod fragmenta od 8g.
- Kako bi se procjenila orijentacija fragmenata (i njihov broj obrtaja) tokom leta, prikazana je promjena ugla propinjanja  $\beta$  u funkciji udaljenosti. Fragment mase 58g tokom svog leta, za date početne uvjete i pri početnom elevacionom uglu od  $80^\circ$ , napravi oko 740 obrtaja, a za početni elevacioni ugao od  $5^\circ$  napravi 144 obrtaja. Za ove početne uslove fragment mase 8g napravi 588 i 77 obrtaja tokom leta, respektivno. Zaključeno je da će redovno postojati ugaona brzina fragmenata i da je vrijeme leta relativno kratko da bi fragment zauzeo stabilnu orijentaciju u toku leta kroz atmosferu.

- Date su krive promjene intenziteta ugaone brzine fragmenata (mase 58g i 8g), pri čemu je uočeno da tokom vremena intenzitet ugaone brzine opada, ali ne dođe do nule za vrijeme leta. Primjećeno je da krive promjene ugaone brzine nisu kontinualno opadajuće već lokalno vrijednost ugaone brzine brže ili sporije opada. Naime, lokalni gradijenti ugaone brzine zavise od trenutne orijentacije fragmenta, tako da za određene orijentacije aerodinamički moment može imati relativno velike projekcije u negativnom pravcu ugaone brzine, što znači da je za te orijentacije relativno visoka i negativna projekcija ugaonog ubrzanja (usporenje) na trenutnu osu obrtanja.
- Slično važi i za translatornu brzinu fragmenata. U radu su prikazane promjene intenziteta translatorne brzine fragmenata mase 58g i 8g tokom leta kroz atmosferu, pri različitim početnim elevacionim uglovima. I ovdje se primjećuje kako krive translatorne brzine nisu kontinualno opadajuće već postoje različiti gradijenti brzine koji uzrokuju "valoviti" pad brzine. I u ovom slučaju se radi o efektu koji nastaje uslijed kontinuirane rotacije fragmenta tokom njegovog kretanja kroz atmosferu.
- Krive pada brzine u funkciji udaljenosti pri većim elevacionim uglovima dosežu svoj minimum u određenoj tački, pa se nakon toga brzina fragmenata opet malo povećava. To se dešava na silaznom dijelu putanje gdje tijelo kojem se već dosta smanjila brzina naglo dobije na brzini zbog dejstva sile gravitacije, i to se dešava sve dok se brzina ne izjednači sa terminalnom brzinom za dato tijelo. Generalno, tijelo dostiže terminalnu brzinu kada je sila gravitacije jednaka aerodinamičkoj sili otpora zraka. Tada je ukupna sila koja djeluje na tijelo jednaka nuli, pa je i ubrzanje jednako nuli, tj. brzina postaje konstantna. Ovaj efekat poznat je i kod HE artiljerijskih projektila koji se ispaljuju pod velikim polaznim uglovima. Kada su nagibi putanje mali, što je slučaj npr. kod malo položenih putanja protiv-oklopnih i streljačkih projektila, kod kojih su početne brzine obično jako velike, brzina ne stigne do svog minimuma prije padne tačke, i ona stalno opada<sup>[72]</sup>. Slično se dešava i sa fragmentima koji imaju razantne putanje (male poč. elev. uglove).
- Dat je i prikaz pada translatorne kinetičke energije kod fragmenata mase 58g i 8g. Translatorna kinetička energija je određena kao polovina proizvoda mase fragmenata i kvadrata intenziteta translatorne brzine. Početna translatorna kinetička energija za fragment mase 58g, za datu početnu translatornu brzinu od 1000 m/s, iznosila je 29 kJ, a u slučaju fragmenta mase 8g, početna translatorna kinetička energija je iznosila 3,9 kJ. Vrijednosti translatorne kinetičke energije za fragment od 58g, prilikom udara u tlo, iznose 40-60J za date elevacione uglove. Ova energija nije dovoljna da onesposobi ljudske ciljeve (koja iznosi 80J, prema NATO standardu), ali je zanimljivo da parče ove mase (i oblika) čak i na udaljenosti od preko 500m može imati značajnu kinetičku energiju. Vrijednosti translatorne kinetičke energije za fragment od 8g, prilikom udara u tlo, iznose od 3-16J za date elevacione uglove. Ako se razmatraju udaljenosti od 50m od centra detonacije, značajne sa stajališta procjene zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva, onda se translatorne kinetičke energije fragmenta mase 58g na toj udaljenosti kreću od 15kJ (za elev. ugao 5°) do oko 13,3 kJ (za elev. ugao 20°). Kod parčeta mase 8g, translatorne kinetičke energije na udaljenosti 50m od centra eksplozije su od 1,5 kJ (za elev. ugao 5°) do oko 1,3 kJ (za elev. ugao 20°). Dakle, otprilike 10 puta je veća translatorna kinetička energija fragmenta mase 58g nego u slučaju fragmenta mase 8g na udaljenosti od 50m od centra eksplozije. U oba slučaja fragmenti na ovoj udaljenosti imaju više nego dovoljno kinetičku energiju da onesposobe ljudsku metu.
- Pokazano je da je translatorna kinetička energija fragmenta mnogo veća nego rotaciona komponenta kinetičke energije. Tako je translatorna kinetička energija fragmenta mase 58g, za date početne uslove, 14312 puta veća od rotacione komponente kin. energije na početku kretanja, a na kraju kretanja veća oko 32 puta (za elev. ugao od 15°) do 692 puta (za elev. ugao od 80°). S druge strane, translatorna kinetička energija fragmenta mase 8g je, za date početne uslove, čak 136311 puta veća od rotacione kinetičke energije na

početku kretanja, a na kraju kretanja je veća oko 230 puta (za elev. ugao od  $15^\circ$ ) do 5681 puta (za elev. ugao od  $80^\circ$ ). Očito je da fragmenti manje mase, pod istim početnim uslovima, imaju dosta veću translatornu od rotacione komponente kinetičke energije, u poređenju sa fragmentima veće mase. Što se tiče kinetičke energije tijela, pokazuje se dominatnost translacionog kretanja dok je rotacija fragmenta zanemariva sa stajališta energije fragmenata.

- Izvršena je i procjena uticaja početne orijentacije tijela na bočno skretanje (u horizontalnoj ravni) fragmenta. U analizi je korišten fragment mase 58g. Izvršen je proračun trajektorija za slučaj kada je fragment u početnom trenutku zaokrenut (u odnosu na početni referentni položaj) za određeni ugao skretanja  $\gamma_0$  ( $5^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  i  $80^\circ$ ), pri čemu su početni uglovi valjanja  $\alpha_0$  i propinjanja  $\beta_0$  bili jednaki nuli. U svim slučajevima primjećeno je značajno bočno skretanje fragmenta u horizontalnoj ravni. Uočeno je da bočna sila ima svoj maksimum oko ugla skretanja  $\gamma=40^\circ$ , slično kao što i sila uzgona ima svoj maksimum za napadni ugao između  $40^\circ$  i  $50^\circ$ . Što je početni ugao skretanja  $\gamma_0$  bliži nuli ili  $90^\circ$ , tada je skretanje tijela najmanje.

Prilikom analize elemenata putanje fragmenata na kraćim udaljenostima uočeno je slijedeće:

- Na osnovu rezultata proračuna elemenata putanje, u radu je prikazan dijagram promjene kinetičke energije fragmenta (mase 8g), za različite početne translatorne brzine, do udaljenosti od 50m značajne sa stajališta procjene parametara zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva. Rezultati pokazuju da početna brzina fragmenta značajno utiče na njegov domet, a pogotovo na nivo kinetičke energije koju fragment ima. Za isti fragment (mase 8g), pri poč. translatornoj brzini od 1000 m/s (npr. fragmenti sa centralnog dijela projektila 130mm HE M79), fragment za date početne uslove ima domet oko 318m i kinetičku energiju prilikom udara u tlo oko 1,1 kJ. S druge strane, taj isti fragment, ukoliko ima početnu brzinu oko 1900 m/s (npr. fragmenti sa bojeve glave raketnog projektila 128mm HE M87 - Komp. B), ima domet oko 440m (28% veći), a kinetička energija prilikom udara u tlo mu iznosi 2,8 kJ (61% veća nego u slučaju poč. brzine od 1000 m/s). Ovaj fragment, za date početne brzine (i date početne uslove), na udaljenosti 50m sigurno će onesposobiti nezaštićeni ljudski cilj.
- Fragmenti HE projektila imaju velike početne brzine, tako da i fragmenti manjih masa imaju dovoljno kinetičke energije da onesposobe ljudske ciljeve na terenu. To su pokazali i rezultati proračuna gdje je uočeno da npr. fragment mase 46g ima početnu kinetičku energiju 23 kJ, a na 50m je njen nivo oko 20,6 kJ (pad od oko 10%). S druge strane, i fragmenti veoma male mase imaju značajne kinetičke energije, i mogu nanijeti oštećenja ljudskim ciljevima, a što se ne navodi često u literaturi. Tako npr. fragment mase 0,77g, koji jedva da se može i vidjeti kada se drži u ruci, ima početnu kinetičku energiju 384J, a na 50m je njen nivo opao na oko 250J (pad od oko 35%). Ova energija od 250J je dovoljna da onesposobi nezaštićen ljudski cilj. U ratnim izvještajima (npr. tokom rata u BiH) se mogu naći informacije kako je fragment veličine zrna riže probio vitalan organ (npr. srce, mozak) u tijelu i doveo do smrti.
- Izvršena je i procjena elemenata putanje fragmenata na kraćim udaljenostima, za fragment koji u početnom trenutku ima različite projekcije izložene površine (orijentacije), i to tako da je variran početni ugao propinjanja  $\beta_0$  ( $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  i  $90^\circ$ ). Ovdje se radi o zanimljivom fenomenu, gdje se javlja značajna sila uzgona, slično kao kod nagnutih krila aviona koji se kreće velikom brzinom (brzine fragmenata su mnogo veće). Naime, fragment u slučaju kada je ugao  $\beta_0$  bio različit od  $0^\circ$  ili  $90^\circ$  ima u početnom dijelu putanje fazu "uzleta", i iako je krenuo svoj let sa visine od 1m, pri početnom uglu  $\beta_0 = 40^\circ$  fragment se popeo čak do visine od oko 250m, a pri  $\beta_0 = 20^\circ$  fragment je imao i relativno veliki domet - oko 1265m. Kada su uglovi propinjanja  $\beta_0 = 0^\circ$  i  $\beta_0 = 90^\circ$ , fragment ima manje domete jer, za date početne uslove, nema uzgona (u

početnoj fazi se kreće ili minimalnom ili maksimalnom projekcijom izložene površine). Tako je, pri ovim početnim uvjetima, fragment kod kojeg je orijentacija u početnom dijelu putanje bila takva da je  $\beta_0 = 90^\circ$ , imao domet tek oko 157m, dok je, s druge strane, u slučaju kada je npr.  $\beta_0 = 10^\circ$  domet fragmenta bio 1430m.

Dakle, pri istoj brzini i za isti fragment, domet teoretski može biti veći i do 9 puta, zavisno od početne orijentacije fragmenta. Treba napomenuti da će se ovakvi početni uvjeti rijetko kada desiti u realnom slučaju jer se radi o idealizaciji (poč. ugaone brzine, poč. elevacioni ugao i poč. uglovi  $\alpha_0$  i  $\gamma_0$  su bili jednaki nuli). Međutim, fragment teoretski može u doći u neki sličan položaj, pri kojem će dati parametri imati niske vrijednosti, i pri kojem može doći do određenog podizanja fragmenta tokom leta i povećanja njegovog dometa.

#### **8.1.5 Razvoj modela za procjenu parametara zone efikasnosti HE projektila**

U radu je definisan novi model koji omogućava procjenu parametara zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih cijeva, bez potrebe za korištenjem fragmentacionih testova u preliminarnoj fazi dizajna, što u konačnici konstruktorima municije omogućava više informacija za manje potrošenog novca i vremena. Ovaj model predstavlja sintezu svih istraživanja u radu i baziran je na razvijenim modelima za proračun elemenata putanje fragmenata, metodi Mott-a za proračun broja fragmenata i procjeni gustine efikasnih fragmenata.

Sumarno, model čini nekoliko cjelina:

- CAD modeliranje (HE projektila),
- procjena masene distribucije fragmenata,
- predviđanje početne brzine fragmenata,
- proračun elemenata putanje fragmenata,
- procjena gustine efikasnih fragmenata, i
- procjena parametara zone efikasnosti HE projektila protiv ljudskih ciljeva.

CAD metodom je izvršeno modeliranje i podjela 3D modela projektila na cilindrične segmente, a potom su ti CAD modeli HE projektila korišteni za proračun početne brzine HE projektila, kao i za definisanje početnih uslova (početne koordinate fragmenata, u zavisnosti od njihovog položaja na tijelu projektila) u generalizovanom modelu mehanike leta fragmenata (6DOF model). CAD modeli su korišteni, takođe, da se u realnom (1:1 razmjera) CAD modelu arene procjeni ugaona širina snopa mete, parametar koji je potreban za procjenu gustine efik. fragmenata.

Procjena masene distribucije fragmenata (procjena kumulativnog broja fragmenata) izvršena je metodom Mott-a, pri čemu je izvršena i optimizacija Mott-ove konstante (radi boljeg slaganja modela sa rezultatima testova u jami) na osnovu dostupnih eksperimentalnih podataka za pojedine HE tipove projektile. Dobijeni rezultati Mott-ovog modela korišteni su prilikom procjene gustine efik. fragmenata u prostoru.

Za predviđanje početne brzine fragmenata korištena je metoda CAD modeliranja i analitički model Gurney-a koji početnu brzinu fragmenata definiše kao funkciju odnosa  $C/M$ , i Gurney-eve konstante. Det. brzine eksploziva za date projektile određene su u programu EXPLO5<sup>®</sup>, a vrijednost Gurney-eve konstante analitički. Pretpostavlja se da su vektori početnih brzina fragmenata okomiti osu projektila i ne uzima se u obzir širenje tijela projektila. Dobijeni podaci o početnim brzinama fragmenata korišteni su kod proračuna putanje fragmenata.

Za proračun elemenata putanje fragmenata korišten je generalizovani model za procjenu trajektorije fragmenata, kojim je izvršen proračun relevantnih parametara potrebnih za estimaciju elemenata putanje fragmenata, koristeći razvijeni model za procjenu projektovane površine fragmenta i model za estimaciju aerodinamičke sile i momenta koji djeluju na fragment. Pri tome je za date početne uslove uz geometrijsku parametrizaciju fragmenta i programsку estimaciju

vrijednosti sila, momenata i projekcije izloženih površina fragmenata, određena, osim trajektorije i promjene translatorne i ugaone brzine te translatornog i ugaonog ubrzanja fragmenta, i orijentacija fragmenta u prostoru, u svakom trenutku kretanja.

Procjena gustine efikasnih fragmenata izvršena je na osnovu modela koji je baziran na estimaciji ukupnog broja fragmenata koji udaraju u određenu metu (energije veće od 80J), pri čemu je poznat ukupni broj fragmenata koji se razlijeće u prostor, površina mete i njena ugaona širina (glezano od projektila). Ukupni broj fragmenata koji nastaje na segmentima projektila određen je Mott-ovom metodom, u interakciji sa modelom za predviđanje parametara putanje fragmenata, pri čemu se uzimaju u obzir samo fragmenti (energije veće od 80J) koji, na osnovu rezultata modela za procjenu putanje fragmenata, dospjevaju do udaljenosti za koju se određuje gustina fragmenata. Kinetička energija fragmenta na različitim udaljenostima određena je koristeći rezultate modela za procjenu trajektorije fragmenata, jer su poznate masa fragmenta i njegova translatorna brzina tokom leta u svakom trenutku. Površina mete uzima se arbitrarno, i ta površina je u radu bila površina sektora u četvrtkružnoj areni. U modelu se prepostavlja da je raspored fragmenata u prostoru simetričan u odnosu na osu simetrije projektila i da u udarima učestvuju fragmenti sa centralnog dijela projektila do vodećeg prstena.

U konačnici je izvršena i procjena parametara zone efikasnosti projektila protiv ljudskih ciljeva, i to radiusa zone efikasnosti i njene površine na tlu. Zona efikasnosti HE projektila je definisana kao kružna površina (zona) unutar koje dejstvuju fragmenti energije veće od 80J i unutar koje je gustina efikasnih fragmenata veća od 1 fragment po  $m^2$  površine terena. To praktično znači da će stojeći borac, izložene površine  $1m^2$  prema centru eksplozije, primiti minimalno jedan efikasni fragment ako se nalazi unutar zone efikasnosti. Prepostavlja se da HE projektil stoji vertikalno u odnosu na tlo, sa upaljačem okrenutim prema zemlji. Na ovaj način dobija se maksimalna zona efikasnosti za dati projektil.

Radius zone efikasnosti je određen tako što su se najprije odredile gustine efik. fragmenata za različite udaljenosti od centra detonacije projektila, nakon čega je korištena regresiona analiza kako bi se definisala aproks. kriva koja se najbolje slaže sa dobijenim podacima. Regresiona analiza podataka o gustini efikasnih fragmenata, sa ciljem procjene radiusa zone efikasnosti HE projektila, vršena je softverski (MatLab). Nakon određivanja aproksimacione krive regresionom analizom, određena je udaljenost pri kojoj je gustina efikasnih fragmenata jednaka  $1 \text{ frag}/m^2$ , čime je definisan radius zone efikasnosti nekoliko tipova HE projektila protiv ljudskih ciljeva. Na osnovu podataka o radiusu, određena je i vrijednost površine zone efikasnosti.

Izvršen je proračun radiusa efikasne zone projektila 105mm HE M1, 122mm HE OF-462, 122mm HE M76 i 130mm HE M79, i rezultati su komparirani sa rezultatima dobijenih na osnovu testova u četvrtkružnoj areni. Slaganja su bila zadovoljavajuća, obzirom na veliki broj usvojenih petpostavki u modelu.

Tokom proračuna putanje fragmenata za date projektile uočeno je da većina fragmenata mase iznad 1g ima dovoljnju kinetičku energiju (min. 80J) na rastojanjima do 30m da nanese oštećenja ljudskim ciljevima. S tim u vezi, projektili sa većim brojem fragmenata (obično manje srednje mase), imaju uglavnom i veću gustinu fragmenata nego projektili sa malim broj fragmenata nakon fragmentacije, i posljedično veću površinu zone efikasnosti protiv ljudskih ciljeva.

Nakon određivanja radiusa zona efikasnosti, određene su i površine ovih zona za date projektile, a kreću se, prema modelu, od  $1219m^2$  za projektil 105mm HE M1 do  $2697m^2$  za projektil 130mm HE M79.

Generalno govoreći, u svijetu još uvijek nije razvijen sveobuhvatan model za procjenu efikasnosti HE projektila, pa razvijeni modeli u radu predstavljaju još jedan iskorak u istraživanju ove složene fenomenologije.

## **8.2 Pravci daljih istraživanja**

Dalja istraživanja i radovi u oblasti terminalne balistike visoko-eksplozivnih projektila potencijalno mogu biti usmjerena u slijedećim pravcima:

1. Razvoj novih modela:
  - Dalji razvoj generalizovanog modela dinamike leta fragmenata.
  - Razvijanje modela 6DOF za numeričku simulaciju općeg slučaja kretanja krutih tijela. Za ovakve numeričke simulacije potreban je veliki broj procesora. Istraživači u NASA-i za ovaj zadatak npr. koriste računarski sistem od preko 10000 procesora.
  - Numerička simulacija fragmentacije tijela projektila (Ansys Autodyn), pri čemu se može procjeniti početna brzina fragmenata, ugao odbacivanja fragmenata i deformacija tijela projektila. Za ove numeričke simulacije važan je pravilan odabir modela frakture (sloma) materijala tijela i jednačine stanja za pojedine materijale projektila, te adekvatna karakterizacija materijala koja zahtjeva relativno skupa eksperimentalna istraživanja.
  - Simulacija udara fragmenata HE projektila u različite mete (ljudski ciljevi, drvene i metalne mete, betonske strukture i sl.).
  - Proširenje modela za procjenu efikasnosti i na druge tipove HE projektila.
2. Monte Carlo simulacijama statistički obraditi set putanja fragmenata za različite početne uvjete, u određenom dijapazonu varijabli, pri čemu se može ukazati na stohastičnost.
3. Dopunavanje baze eksperimentalnih podataka:
  - Potrebno je izvršiti testove fragmentacije u jami i polukružnoj areni za veći broj različitih tipova HE projektila.
  - Razvoj tehnikе eksperimentalnog mjerjenja brzine fragmenata.
  - Razvoj metode za vizuelizaciju putanje i stabilnosti fragmenata tokom leta, korištenjem gasnog topa, ultra-brzih kamera i barijera za mjerjenje brzine fragmenata u toku leta.
  - Procjena oštećenja na metama koje simuliraju ljudsku metu (modeli od balističkog želatina), dejstvom fragmenata HE projektila.
4. Rad na softverima:
  - Nastavak na razvoju programa za proračun elemenata putanje fragmenata, koristeći metodologiju razvijenu u radu.
  - Razvoj programa za proračun parametara zone efikasnosti HE projektila, na osnovu razvijenog modela.

---

## LITERATURA

1. R. M. Lloyd: *Conventional Warhead Systems Physics and Engineering Design*, Volume 179, Progress in Astronautics and Aeronautics.
2. J. Carleone: *Tactical Missile Warheads*, Progress in Astronautics and Aeronautics, Volume 155, AIAA, 1993.
3. J. Carleone: *Introduction to Tactical warheads*, Progress in Astronautics, Volume 155.
4. Victor: *Warheads performance calculations for threat hazard assessment*, Victor Technology, San Rafael, California.
5. N. Kršić: *Osnovi konstrukcije municije*, Tehnički školski centar KoV, Zagreb, 1973.
6. Stamatović: *Konstruisanje projektila*, Beograd, 1995.
7. J. Starkenberg, K. J. Benjamin, R. B. Frey: *Predicting fragmentation propagation probabilities for ammunition stacks*, Aberdeen Proving Ground, MD 21005-5066.
8. R. Sutterlin: *Cours de munitions*, Ecole nationale supérieure de l'armement, Paris, 1963-1966.
9. D. W. Leeming: *The Application of an Innovative Grenade Warhead to Defeat Combat Body Armour*, International Infantry & Small Arms Section Symposium, NDIA 1999.
10. *AAAV 30mm HE lethality testing*, Test procedures and casualty models, NAVSEA, Dahlgreen.
11. G. Powel, F. McCleskey, W. D. Smith: *Fragment hazard investigation program: natural communication detonation of 155mm projectiles*, Naval surface weapons center, Maryland, 1981.
12. *Static testing of high explosive munitions for obtaining fragment spatial distribution*, US Army Combat Systems, APG, Maryland, march 1993.
13. *Fragment penetration test of armour*, US Army test and evaluation command test operations procedure, US Army Aberdeen Proving Ground, Maryland, march 1983.
14. Zecevic, J. Terzic, A. Catovic: *Influencing parameters on HE projectiles with natural fragmentation*, NTREM symposium, Pardubice 2006.
15. US Army Test and Evaluation Command Test Operations Procedure, "Fragment Penetration Test of Armor", Report number TOP 2-2-722, ADA 125824, 1983.
16. Zecevic, D. Eror: *Terminal Ballistic of 128 mm M87 Rocket*, FTV-270, Sarajevo, 1986.
17. W. Gurney: *The initial velocities of fragments from bombs, shell, and grenades*, BRL Report No. 405, APG, Maryland, 1943.
18. W. P. Walters, J. A. Zukas: *Fundamentals of shaped charges*, Wiley-Interscience Publication, ISBN 0-471-62172-2, 1989.
19. TNO Report: *General description of the missile systems damage assessment code (MISDAC<sup>®</sup>)*, Prins Maurits Laboratorium TNO, september 1994.
20. M. M. Crull: *Prediction of Primary Fragmentation Characteristics of Cased Munition*, UXO/Countermine Forum 1998, The Joint UXO Coordination Office, 1998.
21. H. Bircher: *Explosive Substances and Their Applications: An Overview*, Chimia 58 (2004) 355-362, © Schweizerische Chemische Gesellschaft, ISSN 0009.4293.
22. H. Senf, H. Rothenhausler: *Statistical investigation on geometrical size and shape distributions of natural fragments*, 14<sup>th</sup> international Symposium on Ballistics, Quebec Canada, 26-29 september, 1993.
23. B. Zečević: *Bojeve glave raketnih projektila*, Mašinski fakultet u Sarajevu, Sarajevo, 1988.
24. J. Jussila: *Wound ballistic simulation: Assessment of the legitimacy of law enforcement firearms ammunition by means of wound ballistic simulation*, Academic dissertation, The Second Department of Surgery - University of Helsinki, and Police Technical Centre, Helsinki, 2005.
25. G. Arwidsson: *Soldier Lethality and Wound Ballistics Soldier Lethality and Wound Ballistics from a Swedish Perspective*, NDIA 51st Joint Services Small Arms Symposium, Atlantic City, 2005.
26. P. Kneubuehl: *Wound Ballistics, Ammunition and the LOAC*, International Committee of Military Medicine (ICMM) Course on the International Law of Armed Conflicts, Spiez, 22.08.2006.
27. C.G Brady: *An analysis of wound statistics in relation personal ballistics protection*, Australia 2003.
28. J. Sandstorm: *Anti - Armor materials by design*, Los Alamos Science, summer 1989..
29. P. Wanninger: *Bindersystems for HE charges*, Rheinmetall W&M GmbH, 2006.
30. *Principles of Naval Weapons Systems*, Edited by Joseph Hall, USN.
31. M. Hall, E. Schepers, J. Sunderland, S. Gilman: *Enhanced lethality multi-purpose tank munition for FCS*, ARDEC, Picatinny Arsenal, NJ 07806-5000

32. *Terminal effectiveness of anti-personnel fragmenting projectiles*, US Army Test and Evaluation Command, Test Operations Procedure, APG, Maryland, february, 1982.
33. Durkin: *Manufacturing Process Development For the OCSW Warhead*, AMSTA-AR-CCL-B, Tank-automotive & Armaments COM COMmand, 15 August 2001.
34. J. Dehn: *Terminal effectiveness, vulnerability methodology and fragmentation warhead optimization. A technical survey from an historical perspective*, BRL, APG Maryland, 1980.
35. J. Dehn: *Probability formulas for describing fragment size distributions*, BRL, APG Maryland, june 1981.
36. S. Jaramaz: *Warheads design and terminal ballistics*, MEF Belgrade, 2000.
37. J. T. Klopčić, H. L. Reed: *Historical Perspectives on Vulnerability/Lethality Analysis*, April, 1999.
38. B. Zečević: *Osnove municije*, decembar, 2003.
39. R. Pronk: *Body armour against artillery fragments, what protection can it give?*, Material Directorate of the Royal Netherlands Army, Hague, 1983.
40. P. V. Maksimović: *Eksplozivne materije*, Beograd, 1985.
41. L. Aronica: *Sound velocity and elastic moduli measurements on several TNT-based explosive compositions*, NAVORD Report 6087, U.S. Naval Ordnance Laboratory, Maryland, march. 1961.
42. P. Wanninger: *Insensitive Booster Charges*, Rheinmetall Waffe Munition
43. M. Sučeska: *Eksplozije i eksplozivi, njihova mirnodopska primjena*, Zagreb, 2001.
44. *Manufacture od projectiles, projectile components, and cartridge cases for artillery, tank main armament, and mortars*, Military Handbook, MIL-HDBK-756(AR), april, 1991.
45. C. MacCrindle, W. Sharpe: *High Fragmentation steel production process*, ARLCD-CR-81017, september, 1982.
46. R. R. Karpp, W. W. Predebon: *Calculations of fragment velocities from naturaly fragmenting munitions*, BRL, Aberdeen Proving Ground, Maryland, july 1975.
47. McCleskey: *Drag coefficients for irregular fragments*, Naval surface warfare center, Maryland, 1988.
48. R. Fletcher, R. W. Albright, V. C. Goldizen, I. G . Bowen: *Determinations of aerodynamic drag parameters of small irregular objects by means of drop tests*, Lovelace foundation for Medical Education and Research, Albuquerque, New Mexico, 1960.
49. Stromse, K. O. Ingebrigtsen: *A modification of the Mott formula for prediction of the fragment size distribution*, Norwegian Defence Research Establishment, Kjeller - Norway, 1987.
50. B. Gelfand, M. Silnikov: *Blast effects caused by explosions*, European research office of the U. S. Army, London, 2004.
51. R. Harney: *Combat systems, Volume 3. Engagement Elements - Parts I & II, Electromagnetic Weapons & Serdar Projectile Weapons*, Monterey, California, 2004.
52. N. Morris: *Lethality to Humans Due to Blast Effects from Buried Landmine*, U. S. Army, Project Manager Instrumentation, Targets and Threat Simulators (PM ITTS), 2002 Mines, Demolition and Non-Lethal Conference.
53. B. Zečević: *Primjena modifikovanih avionskih bombi tokom opsade Sarajeva 1994-1995*, DTD-01/05, International Criminal Tribunal for the Former Yugoslavia, 30.01.2007.god.
54. 105mm HE Shell type M1, Army Materiel Department, Stockholm, 1975.
55. Alan Čatović, *Procjena zone smrtonosnog djelovanja HE bojevih glava sa prirodnom fragmentacijom*, magistrski rad, juli 2007. Sarajevo.
56. S. C. Perkins, T. O. Lesiutre, M. R. Mendenhall, *Program DEBRIS for Predicting Post-Intercept Trajectories of Missile Debris Fragments*, Nielsen Engineering & Research, january, 1994.
57. J. Jacob, *Experimental and computational aerodynamic analysis of ice fragments shed from aircraft surfaces*, Wichita State Unversity, december 2005.
58. M. Driels, *Weaponeering – Conventional Weapon System Effectiveness*, AIAA Education Series, Virginia Polytechnic Institute and State University, Balcksburg, Virginia, USA.
59. J. T. Klopčić, *An Efficient Technique for Collection and Analysis of Fragment Mass Distributions From Fragmenting Munitions*, Army Research Laboratory, APG, MD 21005-5068, dec. 1996.
60. V. M. Gold, *Engineering model for design of explosive fragmentation munitions*, US Army ARDEC, AETC, Picatinny Arsenal, NJ, february 2007.
61. ANSYS AUTODYN®, *Introduction to explicit analysis tool for modeling nonlinear dynamics of solids, fluids, gas, and their interaction*, Century Dynamics, 2007.
62. M. Kojić, K. J. Bathe, *Inelastic analysis of solids and structures*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
63. I. Alfirević, *Uvod u tenzore i mehaniku kontinuma*, Golden marketing, Zagreb, 2003.
64. S. Hiermaier, *Structures Under Crash and Impact, Continuum Mechanics, Discretization and Experimental Characterization*, Fraunhofer Institut fur Kurzzeitdynamik, Ernst-Mach-Institut, Springer, 2008.
65. S. Hiermaier, *Predictive Modeling of Dynamic Processes*, Fraunhofer Institut fur Kurzzeitdynamik, Ernst-Mach-Institut, Springer, 2009.
66. M. A. Meyers, K. K. Chawla, *Mechanical Behavior of Materials*, Cambridge University Press, 2009.
67. T. Belytschko, W. K. Liu, B. Moran, *Nonlinear finite elements for continua and structures*, Wiley, 2000.
68. S. Janković, *Mehanika leta projektila*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 1998.

69. D. R. Curran, J. D. Colton, *Improved Fragmentation Algorithms for Debris Environments*, Defense Nuclear Agency, Alexandra VA, September 1996.
70. M. E. Backman, *Terminal ballistics*, Naval Weapons Center, China Lake CA, February 1976.
71. M. S. Kloster, *Coupled lagrangian and eulerian approach to detonation and fragmentation problems*, Naval Postgraduate School, Monterey CA, september 2001.
72. M. Gajić, i J. Viličić, *Balistika*, Vojnoizdavački zavod, Beograd 1978.
73. B. Žakula, M. Vukašinović, *Prilog određivanju efikasnosti projektila parčadnog dejstva primenom numeričkog eksperimenta*, Naučno-tehnički pregled, Vol. XXXVIII, 1988.
74. Century Dynamics, *Modelling Fragmentation Events in AUTODYN*, AUTODYN User Group Meetings, 1999.
75. W. Mock, W. R. Holt, C. R. Crowe, *Dynamic yield stress and elastic wave velocity measurements for HF-1 steel*, Naval Surface Weapons Center, Dahlgren Laboratory VA, September 1976.
76. R. Mazeski, J. Sigler, *Air Bursting Munitions*, CCAC/TACOM – ARDEC, Primex Technologies, 34<sup>th</sup> Annual Gun & Ammunition Symposium, Monterey CA, 24 april 1999.
77. P. Elek, S. Jaramaz, *Modeling of fragmentation of rapidly expanding cylinders*, Theoret. appl. mech., Vol 32, No.2, pp. 113-130, Belgrade 2005.
78. F. H. Gregory, A. D. Gupta, *The use of ADINA for analysis of mines with explosive fills*, US Army Ballistic Research Laboratory, APG MD, Computers & Structures, 1983.
79. R. W. Gurney, *A new casualty criterion*, BRL, APG MD, October 1944.
80. D. Broden, P. Gilles, *Assuring Advanced Small Arms System value Utilizing Cost As An Independent Variable (CAIV)*, ATK Alliant Technosystems, 14 august 2001.
81. P. Kovalev, A. Mikhalev, A. Podlaskin, S. Tomson, V. Shiryaev, *Investigation of the aerodynamic properties and flow field around hypervelocity objects in a ballistic test range*, Technical Physics, Vol. 44, No. 12, December 1999.
82. Q. Lixin, L. Tong, *Fragment Shot-Line Model for Air-Defence Warhead*, Propellants, Explosives, Pyrotechnics 22, 92-98, 2000.
83. M. Mayseless, J. Falcovitz, *Explosive Acceleration of Fragments as a Function of Their Position Relative to the Explosive Surface*, 23<sup>rd</sup> International Symposium on Ballistics, Tarragona, Spain, 16-20 april 2007.
84. M. Hutchinson, *The escape of blast from fragmenting munition casings*, International Journal of Impact Engineering 36, 185-192, 2009.
85. M. Held, *Blast Impulse at Very Near Distance*, Propellants, Explosives, Pyrotechnics 33, 353-359, 2008.
86. P. Demmie, D. Preece, S. Silling, *Warhead fragmentation modeling with peridynamics*, 23<sup>rd</sup> International Symposium on Ballistics, Tarragona, Spain, 16-20 april 2007.
87. M. Held, *Single Fragment Generator*, Propellants, Explosives, Pyrotechnics 25, 8-12, 2000.
88. M. H. Keshavarz, *New method for prediction of the Gurney Energy of High Explosives*, Propellants, Explosives, Pyrotechnics 33, No. 4, 2008.
89. F. Zhou, J. F Molinari, K. T. Ramesh, *An elastic-visco-plastic analysis of ductile expanding ring*, International Journal of Impact Engineering 33, 880-891, 2006.
90. A. Zlatkis, N. Korin, E. Gofman, *Edge effects on fragments dispersion*, 23<sup>rd</sup> International Symposium on Ballistics, Tarragona, Spain, 16-20 april 2007.
91. Y. Yunbin, Q. Ming, Q. Lixin, *The study on lethality simulation method for fragmentation warhead*, Institute of Structural Mechanics, November, 2005.
92. W. P. Schonberg, *A Comparison of Fragmentation Models*, International Journal of Impact Engineering, Vol. 17, pp. 739-750, 1995.
93. W. Arnold, E. Rottenkolber, *Fragment mass distribution of metal cased explosive charges*, International Journal of Impact Engineering, Vol. 17, pp. 739-750, 1995.
94. E. S. Hertel, M. E. Kipp, *Numerical fragmentation modeling and comparisons to experimental data*, 19<sup>rd</sup> International Symposium on Ballistics, Interlaken, Switzerland, 7-11 May 2001.
95. D. Grady, L. Wilson, D. Reedal, D. Kuhns, M. Kipp, J. Black, *Comparing alternate approaches in the scaling of naturally fragmenting munitions*, 19<sup>rd</sup> International Symposium on Ballistics, Interlaken, Switzerland, 7-11 May 2001.
96. L. Wilson, D. Reedal, D. Kuhns, D. Grady, M. Kipp, *Using a numerical fragmentation model to understand the fracture and fragmentation of naturally fragmenting munitions of differing materials and geometries*, 19<sup>rd</sup> International Symposium on Ballistics, Interlaken, Switzerland, 7-11 May 2001.
97. J. Hokanson, *Fragment and debris hazards from accidental explosions*, Naval Surface Weapons Center, Dahlgren VA, 13 july 1981.
98. O. Soto, J. Baum, R. Lohner, *An efficient CSD/CFD FE scheme for weapon fragmentation*, 8<sup>th</sup> World Congress on Computational Mechanics, Venice – Italy, june-july, 2008.
99. R. Bouma, M. Stuivinga, A. C. van der Steen, H. Verbeek, *Physics of multiple initiation points in fragmentation warheads and explosive forming of metar parts*, New models and Hydrocodes for Shock Wave And Processes in Condensed Matter, Edinburgh, Scotland, 19-24 May, 2002.
100. U. Gunther, N. Heider, *Application of an Empirical Number and Mass Distribution for Natural Fragments to the Estimation of their Target Effectiveness*, Propellants, Explosives, Pyrotechnics 25, 8-12, 2000.

101. A. Sebasto, *Engineering Design and Analysis - Application of World-Class M&S Tools in Dramatically Enhancing the Way We Design and Assess Products/Processes*, Armament Research & Development Center, Picatinny Arsenal NJ, 2007.
102. V. Gold, E. Baker, K. Ng, J. Hirlinger, *New Methodology for Simulating Fragmentation Munitions*, US Army, TACOM-ARDEC, Picatinny Arsenal NJ.
103. V. Gold, E. Baker, W. Poulos, *Modeling Fragmentation Performance of Natural and Controlled Fragmentation Munitions*, 23rd International Symposium on Ballistics, Tarragona, Spain, 16-20 april 2007.
104. V. M. Gold, E. L. Baker, W. J. Poulos, B. E. Fuchs, *PAFRAG modeling of explosive fragmentation munitions performance*, International Journal of Impact Engineering 33, 294–304, 2006.
105. P. Elek, S. Jaramaz, *Fragment Size Distribution in Dynamic Fragmentation: Geometric Probability Approach*, FME Transactions, Vol. 36, No 2, 2008.
106. *Ballistics and Ammunition*, Field Artillery, Volume 6, OPI: SSO ARTY/FMC HQ, 1992-06-01.
107. D. E. Carlucci, S. S. Jacobson, *Ballistics - Theory and Design of Guns and Ammunition*, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2007.
108. L. E. Simon, F. E. Grubbs, S. J . Zaroodny, *Robert Harrington Kent - A Biographical Memoir*, National Academy of Sciences, Washington D.C.
109. S. Jaramaz, D. Micković, *Military Applications of Explosive Propulsion*, FME Transactions 30, 15-22, 2002.
110. SPLIT-X, *An Expert System for the Design of Fragmentation Warheads*, Numerics GmbH, Germany.
111. H. M. Sternberg, *Fragment Weight Distributions from Naturally Fragmenting Cylinders Loaded with Various Explosives*, NOLTR 73-83, 12 Oct 1972.
112. PRODAS (*Projectile Rocket Ordnance Design & Analysis System*) V3, technical manual, Arrow Tech Associates, Inc.
113. D. Grady, *Fragmentation of Rings and Shells - The Legacy of N. F. Mott*, Springer, 2006.
114. M. Held, *Fragment Mass Distribution of Debris*, Minutes of the Explosives Safety Seminar (24th) Held in St. Louis, MO, 28-30 August 1990.
115. C. Johnson, J. W. Moseley, *Preliminary warhead terminal ballistic handbook*, U. S. Naval Weapons Laboratory Dahlgreen, Virginia, 1964.
116. *Manual of NATO safety principles for the storage of military ammunition and explosives*, NATO/PFP UNCLASSIFIED, AASTP-1 (Edition 1), PART II, May 2006.
117. J. Szmelter, C. K. Lee, *Prediction of fragment distribution and trajectories of exploding shells*, Journal of Battlefield Technology Vol 10, No 2, July 2007.
118. V. M. Gold, Y. Wu, *Modeling Fragmentation Performance of Insensitive Explosive Fragmentation Munitions*, 2009 Insensitive Munitions and Energetic Materials Technology Symposium, Tucson, Arizona, 11-14 May 2009.
119. M. Crull, L.Taylor, J. Tipton, *Estimating Ordnance Penetration into Earth*, U.S. Army Engineering & Support Center. Huntsville,
120. P. W. Cooper, *Explosives Engineering*, Wiley, 1996.
121. E. Hirsch, *Simplified and Extended Gurney Formulas for Imploding Cylinders and Spheres*, Propellants, Explosives, Pyrotechnics, Volume 11, Issue 1, pages 6–9, February 1986.
122. W. P. Walters, *Explosive loading of metals and related topics*, US Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, Maryland, 1986.
123. *Structures to resist the effects of accidental explosions*, fragment and shock loads, Army TM 5-1300, Navy NAVFAC P-397, Air Force AFR 88-22, 1990.
124. W. Zehrt, M. Crull, *Development of primary fragmentation separation distances for cased cylindrical munitions*, U. S. Army Engineering and Support Center,Huntsville, AL.
125. DoD 6055.9-STD, “*DoD Ammunition and Explosives Safety Standards*”, Department of Defense, October, 2004.
126. P. S. Frounfelker, *Characterizing Collateral Damage to Dismounted Troops and Other Personnel Located Near Active Countermeasures*, MANPRINT Practitioner Workshop17-18 March 2010.
127. J. Zukas, *High Velocity Impact Dynamics*, Wiley-Interscience, 1990.
128. M. Bangash, T. Bangash, *Explosion-Resistant Buildings*, Springer, 2006.
129. S. Timoshenko, *Strength of materials*, Second Edition, 1940.
130. R. G . Bodinas, *Advanced strength and Applied Stress Analysis*, McGraw-Hill, 1999.
131. D. Annaratone, *Pressure vessel design*, Springer, 2007.
132. P. Benham, R. Crawford; *Mechanics of engineering materials*, Wiley, 1987.
133. M. Meyers, K. Chawla, *Mechanical behaviour of materials*, Cambridge University Press, 2009.
134. A. Ugural, S. Fenster, *Advanced strength and applied elasticity*, Prentice-Hall, 1995.
135. J. Spence, A. Tooth, *Pressure Vessel Design: Concepts and Principles*, Taylor & Francis Routledge, 1994.
136. S. Gardner, *Analysis of Fragmentation and Resulting Shrapnel Penetration of Naturally Fragmenting Cylindrical Bombs*, Lawrence Livermore National Laboratory, August 2000.
137. D. Goto, R. Becker, T. Orzechowski, H. Springer, A. Sunwoo, C. Syn, *Investigation of the fracture and fragmentation of explosively driven rings and cylinders*, International Journal of Impact Engineering, 2007.

138. Y. Fung, *A first course in continuum mechanics*, Prentice Hall, Third Edition, 1994.
139. C. Mingham, D. Causon, *Introductory Finite Difference Methods for PDEs*, 2010.
140. S. Chapra, R. Canale, *Numerical methods for engineers*, McGraw-Hill, 1989.
141. R. LeVeque, *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations : steady-state and time-dependent problems*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.
142. K. Bathe, *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice Hall, 1982.
143. O. Zienkiewicz, R. Taylor, *Finite element method*, Volumes 1-3, Butterworth-Heinemann, 2000.
144. J. Reddy, *An introduction to finite element method*, McGraw-Hill, 1993.
145. B. Banerjee, *Material point method simulations of fragmenting cylinders*, 17<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference, June 13-16, 2004, University of Delaware, Newark, DE.
146. P. Krauklls, A. Bedford, *Fragmentation data analysis, computer program for mass and number distributions and effects of errors on mass distributions*, Australian Defence Scientific Service, Materials Research Laboratories, Maribyrnong Victoria, 1974.
147. M. Crull, M. M. Swisdak, *Methodologies for calculating primary fragment characteristics*, Department of Defense Explosives Safety Board, Alexandria, VA, 17. October 2005.
148. N. J. Moga and K. M. Kisielewski, *Vertical wind tunnel tests to determine subsonic drag characteristics of unscored warhead fragments*, NSWC TR 79-112, Dahlgren, Virginia, May 1979.
149. J. W. McDonald, *Bomb fragments*, Eglin Air Force Base, 23 September 1980.
150. J. G. Powell, W. D. Smith, F. McCleskey, *Fragment hazard investigation program: natural communication detonation of 155-mm projectile*, NSWC TR 81-54, Dahlgren, Virginia, July 1981.
151. Catovic A., Zecevic B., Terzic J., *Analysis of terminal effectiveness for several types of HE projectiles and impact angles using coupled numerical-CAD technique*, 12th Seminar "New trends in research of energetic materials", University of Pardubice, Pardubice, Chech Republic, April 1-3 2009.
152. S. Gardner, *Analysis of Fragmentation and Resulting Shrapnel Penetration of Naturally Fragmenting Cylindrical Bombs*, Lawrence Livermore National Laboratory, August 2000.
153. A. Prytz, G. Odegardstuen, E. Sogstad, B. Marstein, E. Smedtad, *Fragmentation of 155mm artillery gerande simulations and experiment*, 26<sup>th</sup> International Symposium on Ballistics, Spetember 12-16, 2011, Miami, Florida, USA.
154. [www.simetric.co.uk/si\\_materials.htm](http://www.simetric.co.uk/si_materials.htm)
155. [www.pretis.ba](http://www.pretis.ba)
156. PRETIS Sarajevo, tehnička dokumentacija, testiranja u jami i areni.
157. J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, Third Edition, McGraw-Hill Editions, 1991.
158. R. L. McCoy, *Modern Exterior Ballistics, The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles*, Schiffer Publishing Ltd, 1999.
159. A. J. Chapman, W. F. Walker, *Introductory Gas Dynamics*, HRW Series in Mechanical Engineering, 1971.
160. ANSYS SYSTEM, Ansys training manuals, [www.ansys.com](http://www.ansys.com).
161. *Cornell University Fluent Tutorials*, <https://confluence.cornell.edu/>
162. *Ansys Fluent Theory Guide*, Ansys System, Release 14.0, November 2011.
163. S. B. Pope: *Turbulent Flows*, Cornell University, Cambridge University Press, 2000.
164. C. Rumsey: *Turbulence Modeling*, Langley Research Center, September 6, 2012.
165. J. Tu, G. Yeah, C. Liu: *Computational Fluid Dynamics, A Practical Approach*, Elsevier, 2008.
166. J. D. Anderson, *Modern Compressible Flow with Historical Perspective*, McGraw-Hill, 1990.
167. G. Buresti: *Bluff-Body Aerodynamics - Lecture Notes*, Department of Aerospace Engineering, University of pisa, Italy, 2000.
168. M. V. Dyke: *An Album of Fluid Motion*, Stanford University California, 1982.
169. E. S. Gardner: *Analysis of Fragmentation and Resulting Shrapnel Penetration of Naturally Fragmenting Cylindrical Bombs*, Lawrence Livermore National Laboratory, UCRL-ID-140245, 2000.
170. J. Rutkowski: *Common Low-cost IM Explosive Program to Replace TNT*, Joint U S Army & U S Marine Corps, Picatinny Arsenal, New Jersey, October 2007.
171. *Fragmentation Testing procedures*, Testing Manual, Picatinny Arsenal, Dover, New Jersey, 24 August 1950.
172. S. Janković: *Aerodinamika projektila*, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1979.
173. TNO: Netherlands Organisation for Applied Scientific Research, [www.tno.nl](http://www.tno.nl).
174. U.S. Army Medical department, <http://history.amedd.army.mil/books.html>.
175. Cordin Scientific Imaging, Systems specialized for short time domain imaging, <http://www.cordin.com/images.html>
176. E. Baker, J. Grau, J. Cordes, E. Vazquez, T. Madsen, D. Suarez, Y. Wu, D. Carlucci, D. Carra: *Analysis of Throw Distance Produced by a Sub-detonative Munition Response*, RDECOM Picatinny Arsenal, Insensitive Munitions And Energetic Materials Technology Symposium, Tucson, AZ, 11 - 14 May 2009.
177. B. P. Kneubuehl: *Wound Ballistics: Basics and Applications*, Springer, 2011.
178. D. Dunn, W. Porter: *Air Drag Measurements of Fragments*, BRL APG, MD, August, 1955.
179. R. Ramsey, J. Powell, W. Smith: *Fragment Hazard Investigation Program*, NSWC TR-3664, Dahlgren, Va, Oct. 1978.

180. *Manual of NATO Safety Principles for the Storage of Military Ammunition and Explosives*, NATO/PFP UNCLASSIFIED, AASTP-1 (Edition 1), PART II, May 2006.
181. N. J. Moga and K. M. Kisielewski: *Vertical wind tunnel tests to determine subsonic drag characteristics of unscored warhead fragments*, NSWC TR 79-112, Dahlgren, Virginia, May 1979.
182. J. W. McDonald: *Bomb fragments*, Eglin Air Force Base, 23 September 1980.
183. J. Powell, W. Smith, F. McCleskey: *Fragment Hazard Investigation program: Natural Communication detonation of 155mm projectiles*, Naval Surface Weapons center, July 1981.
184. F. McCleskey: *Drag coefficients for irregular fragments*, Naval Surface Warfare Center, Research and Technology Department and department of Defense, Explosive Safety Board, Dahlgren, Virginia, February 1988.
185. M. Miller: *Drag Coefficient Measurements for Typical Bomb and Projectile Fragments*, U. S. Army Research, Development and Engineering Center, Aberdeen Proving Ground, MD, August 1990.
186. E. B. Ahlers: *Debris Hazards: A Fundamental Study*, IIT Research Institute, Chicago, IL, IITRI Report No. 8231, DASA-1362 (no date).
187. D. I. Feinstein: *Fragmentation Hazards To Unprotected Personnel*, Department of Defense Explosives Safety Board, Final Technical Report IITRI J6176, Chicago, Illinois, January 1972.
188. W. E. Baker, J. J. Kulesz, R. E. Ricker, P. S. Westine, V. B. Parr, L. M. Vargas, P. K. Moseley: *Workbook for Estimating Effects of Accidental Explosions in Propellant Ground Handling and Transport Systems*, NASA Contractor Report 3023, Aug 1978.
189. Lawrence Livermore National Laboratory, www.llnl.gov.
190. M. Sućeska, *EXPLO5*, Version 5.03, User Guide, April 2008.
191. C. Mader: *Numerical Modeling of Explosives and Propellants*, Second Edition, CRC Press LLC, 1998.
192. S. Petrović: *Fizika eksplozivnih tvari*, HshR, Zagreb.
193. *Richard Hammond's Invisible Worlds*, BBC, www.bbc.co.uk, 2010.
194. J. E Shepherd: *Shock and Blast Waves*, California Institute of Technology, Pasadena, CA.
195. *Military explosives*, Department Of The Army Technical Manual, TM 9-1300-214, Sept. 1984.
196. A. M. Remenikov: *The state of the art of explosive loads characterisation*, University of Wollongong, Australia.
197. P. D. Smith, A. Tyas: *Blast Load Assessment By Simplified And Advanced Methods*, Cranfield University, Defence Academy, Shrivenham, UK.
198. W. Fickett, W. Davis: *Detonation, Theory and Experiment*, Dover Publications, Inc., Mineola, New York, 1979.
199. M. J. Assael, K.E. Kakosimos: *Fires, Explosions And Toxic Gas Dispersions*, CRC Press, 2010.
200. *Engineering Design handbook. Explosions in Air. Part One*, Army Materiel Command, Alexandria, Virginia, 15 July 1974.
201. *Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions*, U.S DOD, UFC 3-340-02 (superseding ARMY TM 5-1300), 5 dec. 2008.
202. S. Glasstone, P. Dolan: *The Effects of Nuclear Weapons*, US DOD, 1977.
203. P. Dolan: *Capabilities of Nuclear Weapons. Part 1. Phenomenology. Chapter 2. Blast and Shock Phenomena*, Defense Nuclear Agency Washington, 01 August 1981.
204. D. W. Hyde: *Microcomputer Applications of TM5-855-1, Fundamentals of Protective Design For Conventional Weapons*, USAEWES/SS, 17 April 1990.
205. W. E. Baker, J. J. Kulesz, P. S. Westine, P. A. Cox, J. S. Wilbeck: *A Manual For The Prediction Of Blast And Fragment Loadings On Structures*, Southwest Research Institute, San Antonio, TX, 30 Sep 1980.
206. J. M. Chock: *Review of Methods for Calculating Pressure Profiles of Explosive Air Blast and its Sample Application*, Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, April 1999.
207. A. Bailey, S. G. Murray: *Explosives, Propellants and Pyrotechnics*, Brassey's World Military Technology, 1989.
208. Ansys Autodyn User's Manual, Ansys Inc., 2010.
209. Federal Emergency Management Agency: Explosive blast, www.fema.gov.
210. W. E. Baker: *The Use Of Compendia, Design Manuals, And Reference Texts In Prediction Of Nonnuclear Weapons Effects*, Southwest Research Institute, San Antonio TX, 1983.
211. M. M. Swisdak, J. M. Ward: *The DDESB Blast Effects Computer - Version 4.0*, Minutes of the 29th DoD Explosives Safety Seminar, July 2000.
212. SPEED®, Introduction to Shock Physics Explicit Eulerian Dynamics, NUMERICS GmbH.
213. W. Kokinakis, J. Sperrazza: *Criteria For Incapacitating Soldiers With Fragments and Flechettes*, BRL, APG, Maryland, January 1965.
214. B. Zecevic, A. Catovic, J. Terzic: *Research of influencing parameters on lethal zone of natural fragmenting HE warheads*, 11th Seminar "New Trends in Research of Energetic Materials", University of Pardubice, Pardubice, Czech Republic, April 09-11, 2008.
215. *Ispitivanje rasprskavanjem u jami*, Standard Narodne Odbrane SNO 5564/85, primjena od 09. 05. 1985.
216. *Ispitivanje rasprskavanjem u oboru*, Standard Narodne Odbrane SNO 5565/85, primjena od 10. 10. 1985.

217. *Ispitivanje efikasnosti bojevih glava AR mina 120mm*, VTI Beograd, 1975.
218. R. Benjamin, T. Piehler, M. Biss: *Characterization of Explosively Formed Steel Fragments Using High-Speed Imaging*, US. Army Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, Maryland, USA, 2011.
219. BINAS d.d, www.binas.com.ba
220. *Worldwide Fuze Identification Guide*, Defense Intelligence Reference Document, NGIC-1143-029-98, December 1997
221. *Technical Manual TM 43-0001-28*, Army Ammunition Data Sheets Artillery Ammunition Guns, Howitzers, Mortars, Recoilless Rifles, Grenade Launchers, and Artillery Fuzes, April 1994.
222. *Municija, I Dio, Opis i rukovanje*, Savezni sekretarijat za narodnu odbranu, 1974.
223. *Municija, II Dio, Opis i rukovanje*, Savezni sekretarijat za narodnu odbranu, 1974.
224. R.L. Schamberger: *An investigation of the use of spinstabilized cubes as fragment simulators in armor evaluation*, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, June 1971.
225. S. Murman: *Characterization of space shuttle ascent debris aerodynamics using CFD methods*, 43<sup>rd</sup> AIAA Sciences Meeting, January 2005.
226. Hansche, G.E. and Rinehart, J.S.: *Air Drag on Cubes at Mach Numbers 0.5 to 3.5*, Journal of the Aeronautical Sciences, 19:83–84, 1952.
227. Hoerner S.F.: *Fluid-Dynamic Drag*, 1965.
228. S. M. Murman: *Lift and Drag Behavior of Unconstrained Bluff Bodies*, NASA Ames Research Center, Moett Field, CA, USA, NASA/TM-2010-216406.
229. A. Catovic, B. Zecevic, S.Serdarevic-Kadic, J. Terzic: *Numerical simulations for prediction of aerodynamic drag on high velocity fragments from naturally fragmenting high explosive warheads*, 15th Seminar “New Trends in Research of Energetic Materials”, Part II, pp. 475-484, ISBN 978-80-7395-480-2, University of Pardubice, Pardubice, Czech Republic, April 18–20, 2012.
230. I. M. Beerer: *Modeling Dispersions In Initial Conditions For Air-Launched Rockets And Their Effect On Vehicle Performance*, Massachusetts Institute of Technology, Sept. 2013.
231. V. Doleček: *Dinamika*, Univerzitetska knjiga, Sarajevo, 2007.
232. V. Doleček: *Kinematika*, Univerzitetska knjiga, Sarajevo, 2005.
233. Zečević B; Terzić J., Čatović A., Serdarevic-Kadic S.: *Influencing Parameters on HE Projectiles with Natural Fragmentation*, 9th Seminar “New Trends in Research of Energetic Materials”, University of Pardubice, Pardubice, pp. 780-795, ISBN 80-7194-849-7 April 19–21 2006.
234. B. Zecevic, J. Terzic, A. Catovic, S. Serdarevic-Kadic: *Characterization of distribution parameters of fragment mass and number for conventional projectiles*, 14th Seminar “New Trends in Research of Energetic Materials”, Part II, pp. 1026-1039, ISBN 978-80-7395-390-4, University of Pardubice, Pardubice, Czech Republic, April 13–15, 2011.
235. V. Odintsov: *Updating of high explosive projectiles*, Military Parade, Nov-dec 1997.
236. Anon: *Manufacture of Projectiles, Projectile Components, and Cartridge Cases for Artillery, Tank Main Armament and Mortars*, MIL-HDBK-756(AR), April 1991.
237. B. Zecevic, J. Terzic, A. Catovic, S. Serdarevic-Kadic: *Analysis of influencing factors of mortar projectile reproduction process on fragment mass distribution*, Seminar “New Trends in Research of Energetic Materials”, Pardubice, Czech Republic, April, 2010.
238. D. B. Marghitu, M. Dupac: *Advanced Dynamics, Analytical and Numerical Calculations with MATLAB*, Springer, 2012.
239. [https://en.wikipedia.org/wiki/Isometric\\_projection](https://en.wikipedia.org/wiki/Isometric_projection)
240. B. Munson, D. Young: *Fundamentals of Fluid mechanics*, John Wiley & Sons, 2002.
241. W. E. Baker, P. A. Cox, P. S. Westine, J. J. Kulesz, R. A Strehlow: *Explosion Hazards and Evaluation*, Elsevier, 1983.
242. L. A. Twisdale, P. J. Wickery: *Comparison of debris trajectory models for explosive safety hazard analysis*, 25th DoD Explosive Safety Seminar, Anaheim, California, 18-20 August 1992.
243. J.. Nichols, E. A. Nierengarten: *Aerodynamic Characteristics of Blunt Bodies*, Jet Propulsion Laboratory, California Institute Of Technology, Pasadena, California, November 19, 1964.
244. R. V. Owens: *Aerodynamic Characteristics Of Spherically Blunted Cones At Mach Numbers From 0.5 To 5.0*, George C. Marshall Space Flight Center, Huntsville, Alabama, NASA Technical Note TN D-3088, Dec. 1065.
245. H. C. Dubose: *Static and Dynamic Stability of Blunt Bodies*, Advisory Group for Aeronautical Research and Development, april 1961.
246. E. Kljuno, A. Catovic: *Instability estimation of irregularly shaped bodies moving through a resistive medium with high velocity*, International Journal of Advanced and Applied Sciences, Volume 4, Issue 9 (September 2017), Pages: 70-79.
247. E. Kljuno, A. Catovic: *Determination of the center of pressure and dynamic stability for irregularly shaped bodies*, International Journal of Advanced and Applied Sciences, Volume 4, Issue 10 (October 2017), Pages: 1-9.

248. E. Kljuno, A. Catovic: *Prediction of the trajectory of an irregularly shaped body moving through a resistive medium with high velocities*, International Journal of Advanced and Applied Sciences , Volume 4, Issue 11 (November 2017), Pages: 1-10.
249. John FM, Øyvind F, Ivar JØ, Tom IB, Eva F, Gard Ø, and Tallak HR: *Projected area and drag coefficient of high velocity irregular fragments that rotate or tumble*, Defense Technology, 2017.
250. A. Catovic, E. Kljuno, A. Voloder: *Analysis of flow around high speed irregularly shaped bodies using numerical simulations*, International Journal of Advanced and Applied Sciences, Volume 5, Issue 8 (August 2018), Pages: 1-10.
251. A. Catovic, E. Kljuno: *Prediction of aerodynamic coefficients for irregularly shaped body using numerical simulations*, International Journal of Advanced and Applied Sciences, Volume 5, Issue 7 (July 2018), Pages: 71-85.
252. E. Kljuno, A. Catovic: *Estimation of projected surface area of an irregularly shaped fragments*. Defence Technology Journal, September, 2018.
253. E. Kljuno, A. Catovic: *A generalized model for estimation of aerodynamic forces and moments for an arbitrary shaped body*, Defence Technology Journal, October, 2018.
254. <https://www.sensorsone.com/local-gravity-calculator/>
255. Connor, J. G., Jr., *Accidental Torpedo Detonation in Submarine Tender Workshops*, Nineteenth Explosives Safety Seminar, Los Angeles, CA, Sep 1980.
256. Swisdak, M. M., Jr., *Determination of Safe Handling Arcs Around Nuclear Attack Submarines*, Nineteenth Explosives Safety Seminar, Los Angeles, CA, Sep 1980.
257. Schreyer, H. L., and Romesberg, L. E., *Analytical Model for High Explosive Munitions Storages*, Mechanics Research Inc., Albuquerque, NM, Jun 1970.
258. Dormand, J. R. and P. J. Prince: *A family of embedded Runge-Kutta formulae*, J. Comp. Appl. Math., Vol. 6, 1980, pp. 19–26.
259. Francis B. Porzel: *Technology Base Of The Navy Explosives Safety Improvement Program*, Naval Surface Weapons Center, 1980.
260. P. Montanaro: *TRAJ - A Two Dimensional Trajectory Program For Personal Computers*, Naval Surface Warfare Center, 1990.
261. M. L. Spearman, D. O. Braswell: *Aerodynamics of a sphere and an oblate spheroid for Mach numbers from 0,6 to 10,5 including some effects of test conditions*, NASA Technical Memorandum 109016, LRC Virginia, August 1993.
262. R. T. Carter, P. S. Jandir, M. E. Kress: *Estimating The Drag Coefficients Of Meteorites For All Mach Number Regimes*, 40th Lunar and Planetary Science Conference (2009).
263. B. Zecevic, A. Catovic, J. Terzic: *Comparison of Lethal Zone Characteristics of Several Natural Fragmenting Warheads*, Central European Journal of Energetic Materials, 2008, 5(2), 67-81. ISSN 1733-7178.

**Dodatak 1.** UDF program za proračun aerodinamičkih sila i momenata za sva tri koordinatna pravca, te projekcije izložene površine fragmenta (programske jezike C) [248]

```
#include "udf.h"
#include "math.h"
#include "stdlib.h"
#include "mem.h"
#include "surf.h"
#include "dpm.h"
#include "storage.h"
#define MY_THREAD 7
static real M[3];

DEFINE_EXECUTE_AT_END(calculate_forces)
{
    real A[3], F[3], Fi[3], A_Proj[3], r[3];
    int i;
    FILE *fp;
    char dataname[40] = "sile_momenti.txt";
    char mode[5] = "a";
    Domain *domain;
    Thread *t;
    Thread *t0;
    cell_t c0;
    face_t f;
    domain=Get_Domain(1);

    for (i=0; i<3; i++)
    {
        F[i] = 0.0;
        A_Proj[i] = 0.0;
        M[i] = 0.0;
    }
    thread_loop_f(t, domain)
    {
        if (THREAD_ID(t) == MY_THREAD)
        {
            begin_f_loop (f,t)
            {
                c0 = F_C0(f,t);
                t0 = THREAD_T0(t);

                F_AREA(A,f,t);
                F_CENTROID(r,f,t)

                Fi[0] = (F_P(f,t)) * A[0];
                Fi[1] = (F_P(f,t)) * A[1];
                Fi[2] = (F_P(f,t)) * A[2];
                F[0] += Fi[0];
                F[1] += Fi[1];
                F[2] += Fi[2];

                if (A[0] > 0.0) A_Proj[0] += A[0];
                if (A[1] > 0.0) A_Proj[1] += A[1];
                if (A[2] > 0.0) A_Proj[2] += A[2];
            }
        }
    }
}
```

```

        M[0] += NV_CROSS_X(r,Fi);
        M[1] += NV_CROSS_Y(r,Fi);
        M[2] += NV_CROSS_Z(r,Fi);
    }
    end_f_loop(f,t)
}
}

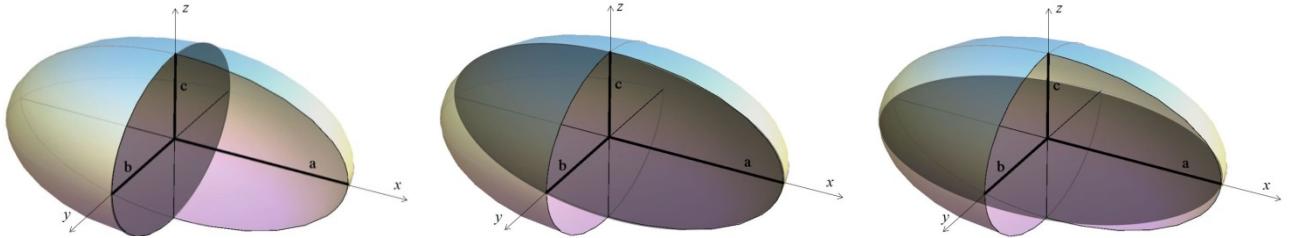
F[0] = PRF_GRSUM1(F[0]);
F[1] = PRF_GRSUM1(F[1]);
F[2] = PRF_GRSUM1(F[2]);
A_Proj[0] = PRF_GRSUM1(A_Proj[0]);
A_Proj[1] = PRF_GRSUM1(A_Proj[1]);
A_Proj[2] = PRF_GRSUM1(A_Proj[2]);
M[0] = PRF_GRSUM1(M[0]);
M[1] = PRF_GRSUM1(M[1]);
M[2] = PRF_GRSUM1(M[2]);
node_to_host_real_3(F[0],F[1],F[2]);
node_to_host_real_3(A_Proj[0],A_Proj[1],A_Proj[2]);
node_to_host_real_3(M[0],M[1],M[2]);
#if RP_HOST

{
    Message("\nX-Sila: %e", F[0]);
    Message("\nY-Sila: %e", F[1]);
    Message("\nZ-Sila: %e\n", F[2]);
    Message("\nIzlozena_povrsina_X: %e", A_Proj[0]);
    Message("\nIzlozena_povrsina_Y: %e", A_Proj[1]);
    Message("\nIzlozena_povrsina_Z: %e\n", A_Proj[2]);
    Message("\nX-Moment: %e", M[0]);
    Message("\nY-Moment: %e", M[1]);
    Message("\nZ-Moment: %e\n", M[2]);
    fp = fopen(dataname,mode);
    fprintf(fp,"%g\n",F[0],F[1],F[2],A_Proj[0],A_Proj[1],A_Proj[2],M[0],M[1],M[2]);
    fclose(fp);
}
#endif
}

```

## Dodatak 2. Određivanje projekcije izložene površine elipsoida (primjeri)

Ukoliko želimo odrediti projekciju izložene površinu elipsoida u najjednostavnijem slučaju kada je vektor brzine nastrujavanja u pravcu pojedine ose ( $x$  ili  $y$  ili  $z$ , sl. 1), tada se tražena izložena površina može provjeriti i analitički jer su u tom slučaju projekcije izložene površine jednake proizvodu poluosa elipsoida okomitih na vektor brzine i  $\pi$ .



Sl. 1 Shematski prikaz projekcije izloženih površina elipsoida kada je vektor brzine nastrujavanja u pravcu pojedine ose

Neka su poluose elipsoida (sl. 1):  $a = 0,05\text{m}$ ,  $b = 0,1\text{m}$  i  $c = 0,02\text{m}$ . U slučaju nastrujavanja u pravcu ose  $x$  vektor brzine je (lijevo na sl. 1):

$$\vec{v} = v_0 \vec{i}$$

Tada važi, prema izrazima iz poglavlja 6.8:

$$\vec{e}_v = -\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{1}{\sqrt{1^2}}(1, 0, 0) = (1, 0, 0)$$

$$\cos \alpha_v = \frac{1}{1}, \quad \cos \beta_v = \frac{0}{1}, \quad \cos \gamma_v = \frac{0}{1}; \quad \alpha_v = 0^\circ; \quad \beta_v = \gamma_v = 90^\circ$$

$$K_\zeta = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4} + \frac{\cos^2 \gamma_v}{c^4}} = 865,0519 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$\cos \theta = \frac{\cos \gamma_\zeta}{K_\zeta c^2} = 0; \quad \theta = 90^\circ$$

$$\cos \varphi = \frac{\frac{\cos \alpha_v}{a^2}}{\sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4}}} = 1; \quad \varphi = 0^\circ$$

$$d = \left( \frac{1}{a^2} \cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{b^2} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{c^2} \sin^2 \theta \right) = 27777,78 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$e = \left( \frac{1}{a^2} \sin^2 \varphi + \frac{1}{b^2} \cos^2 \varphi \right) = 13364,96 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$g = \left( -\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sin 2\varphi \cos \theta \frac{1}{2} = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{-2g}{e-d} = 0; \quad \psi = 90^\circ$$

$$a_1 = (\cos^2 \psi d + \sin^2 \psi e + g \sin 2\psi)^{-1/2} = 0,00865 \text{ [m]}$$

$$b_1 = (\sin^2 \psi d + \cos^2 \psi e - g \sin 2\psi)^{-1/2} = 0,006 \text{ [m]}$$

$$A_p = a_1 b_1 \pi \cos \varphi_{v\zeta} = a_1 b_1 \pi \vec{e}_v \cdot \vec{e}_\zeta = \mathbf{0,000163 \text{ [m}^2\text{]}}$$

Analitički se ova površina takođe svodi na istu vrijednost, jer su dobijene vrijednosti  $a_1$  i  $b_1$  upravo poluose elipsoida okomite na vektor brzine nastruavanja.

Ukoliko se radi o nastrujavanju na  $y$  osu (centralna shema na sl. 1), tada je vektor brzine:

$$\vec{v} = v_0 \vec{j}$$

U tom slučaju važi:

$$\vec{e}_v = -\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{1}{\sqrt{1^2}} (0,1,0) = (0,1,0)$$

$$\cos \alpha_v = \frac{0}{1}, \cos \beta_v = \frac{1}{1}, \cos \gamma_v = \frac{0}{1}; \beta_v = 0^\circ; \alpha_v = \gamma_v = 90^\circ$$

$$K_\zeta = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4} + \frac{\cos^2 \gamma_v}{c^4}} = 13364,96 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$\cos \theta = \frac{\cos \gamma_\zeta}{K_\zeta c^2} = 0; \theta = 90^\circ$$

$$\cos \varphi = \frac{\frac{\cos \alpha_v}{a^2}}{\sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4}}} = 0; \varphi = 90^\circ$$

$$d = \left( \frac{1}{a^2} \cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{b^2} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{c^2} \sin^2 \theta \right) = 27777,78 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$e = \left( \frac{1}{a^2} \sin^2 \varphi + \frac{1}{b^2} \cos^2 \varphi \right) = 865,0519 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$g = \left( -\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sin 2\varphi \cos \theta \frac{1}{2} = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{-2g}{e-d} = 0; \psi = 90^\circ$$

$$a_1 = (\cos^2 \psi d + \sin^2 \psi e + g \sin 2\psi)^{-1/2} = 0,034 \text{ [m]}$$

$$b_1 = (\sin^2 \psi d + \cos^2 \psi e - g \sin 2\psi)^{-1/2} = 0,006 \text{ [m]}$$

$$A_p = a_1 b_1 \pi \cos \varphi_{v\zeta} = a_1 b_1 \pi \vec{e}_v \cdot \vec{e}_\zeta = 0,0006409 \text{ [m}^2\text{]}$$

I ova vrijednost površine odgovara analitičkom proračunu.

Ukoliko se radi o nastrujavanju na  $z$  osu (desno na sl. 1), tada je vektor brzine:

$$\vec{v} = v_0 \vec{k}$$

U tom slučaju važi:

$$\vec{e}_v = -\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{1}{\sqrt{1^2}}(0,0,1) = (0,0,1)$$

$$\cos \alpha_v = \frac{0}{1}, \cos \beta_v = \frac{0}{1}, \cos \gamma_v = \frac{1}{1}; \gamma_v = 0^\circ; \alpha_v = \beta_v = 90^\circ$$

$$K_\zeta = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4} + \frac{\cos^2 \gamma_v}{c^4}} = 27777,78 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$\cos \theta = \frac{\cos \gamma_\zeta}{K_\zeta c^2} = 1; \theta = 0^\circ$$

$$\cos \varphi = \frac{\frac{\cos \alpha_v}{a^2}}{\sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4}}} = 0; \varphi = 90^\circ$$

$$d = \left( \frac{1}{a^2} \cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{b^2} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{c^2} \sin^2 \theta \right) = 13364,96 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$e = \left( \frac{1}{a^2} \sin^2 \varphi + \frac{1}{b^2} \cos^2 \varphi \right) = 865,0519 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$g = \left( -\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sin 2\varphi \cos \theta \frac{1}{2} = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{-2g}{e-d} = 0; \psi = 90^\circ$$

$$a_1 = (\cos^2 \psi d + \sin^2 \psi e + g \sin 2\psi)^{-1/2} = 0,034 \text{ [m]}$$

$$b_1 = (\sin^2 \psi d + \cos^2 \psi e - g \sin 2\psi)^{-1/2} = 0,00865 \text{ [m]}$$

$$A_p = a_1 b_1 \pi \cos \varphi_{v\zeta} = a_1 b_1 \pi \vec{e}_v \cdot \vec{e}_\zeta = 0,0009239 \left[ \text{m}^2 \right]$$

I ova vrijednost površine takođe odgovara analitičkom proračunu.

Ovdje će se predstaviti i jedan generalni slučaj za isti elipsoid (poluose: a = 0,05m, b = 0,1m i c = 0,02m), ali u ovom slučaju neka je vektor brzine nastrujavanja:

$$\vec{v} = -\frac{v_0}{\sqrt{3}} (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

Tada važi:

$$\vec{e}_v = -\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{1}{\sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2}} (1,1,1) = \frac{1}{\sqrt{3}} (1,1,1)$$

$$\cos \alpha_v = \frac{1}{\sqrt{3}}, \cos \beta_v = \frac{1}{\sqrt{3}}, \cos \gamma_v = \frac{1}{\sqrt{3}}; \alpha_v = \beta_v = \gamma_v = 54,7^\circ$$

$$K_\zeta = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4} + \frac{\cos^2 \gamma_v}{c^4}} = 1462,87 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$\cos \theta = \frac{\cos \gamma_\zeta}{K_\zeta c^2} = 0,986; \quad \theta = 9,36^\circ$$

$$\cos \varphi = \frac{\frac{\cos \alpha_v}{a^2}}{\sqrt{\frac{\cos^2 \alpha_v}{a^4} + \frac{\cos^2 \beta_v}{b^4}}} = 0,97; \quad \varphi = 14,037^\circ$$

$$d = \left( \frac{1}{a^2} \cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{b^2} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta + \frac{1}{c^2} \sin^2 \theta \right) = 438,43 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$e = \left( \frac{1}{a^2} \sin^2 \varphi + \frac{1}{b^2} \cos^2 \varphi \right) = 117,65 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$g = \left( -\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sin 2\varphi \cos \theta \frac{1}{2} = -69,65 \left[ \frac{1}{m^2} \right]$$

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{-2g}{e-d} = -0,4342; \quad \psi = 78,26^\circ$$

$$a_1 = \left( \cos^2 \psi d + \sin^2 \psi e + g \sin 2\psi \right)^{-1/2} = 0,0469 \text{ [m]}$$

$$b_1 = \left( \sin^2 \psi d + \cos^2 \psi e - g \sin 2\psi \right)^{-1/2} = 0,09845 \text{ [m]}$$

$$A_p = a_1 b_1 \pi \cos \varphi_{v\zeta} = a_1 b_1 \pi \vec{e}_v \cdot \vec{e}_\zeta = 0,01453 \left[ \text{m}^2 \right]$$

Vrijednost  $A_p$ , dobijenu u ovom slučaju, moguće je (za dati pravac vektora brzine) provjeriti u nekom od CAD programa.

**Dodatak 3.** MatLab program (funkcija) za predviđanje aerodinamičke sile i momenata, te projekcije izložene površine fragmenta u proizvoljnom trenutku

```

function y=Estimation_model_aerodyn_force_moment_ek4(vulx,vuly,vulz,alphaf,betaf,gammaf,a,b,c)
% Program for modelling a rigid body dynamics and estimation of aerodynamic
% force and aerodynamic moment for a given orientation of a rigid body
% Description: The functions solves for the aerodynamic force and
% aerodynamic moment via modelling of the body surface and
% integrating the change of the momentum vector of particles
% around the body. The force and moment are used in the main program to
% estimate the rigid body trajectory through a resistive medium
% Author: Elvedin Kljuno

%the density of the resistive medium
rho=1.225;
kapa=1.4; %the adiabatic coefficient kapa=cp/cv;
v0x=vulx;v0y=vuly;v0z=vulz;
% the current velocity vector in the absolute coordinate system
vul=[v0x;v0y;v0z];
vulint=norm(vul); %the input velocity magnitude
vint=vulint; %shorting the notation
p0=101325; %barometric(absolute) pressure
vsound=343; %m/s
%matrix of rotation about translational coordinate system xyz
Ral=[1 0;0 cosd(alphaf) -sind(alphaf);0 sind(alphaf) cosd(alphaf)];
Rbe=[cosd(betaf) 0 sind(betaf);0 1 0;-sind(betaf) 0 cosd(betaf)];
Rga=[cosd(gammaf) -sind(gammaf) 0;sind(gammaf) cosd(gammaf) 0;0 0 1];
% The following (commented section) is in the case of using the Euler angles
%Rpsif=[cosd(psif) -sind(psif) 0;sind(psif) cosd(psif) 0;0 0 1];
%Rthef=[1 0 0;0 cosd(theft) -sind(theft);0 sind(theft) cosd(theft)];
%Rphif=[cosd(phift) -sind(phift) 0;sind(phift) cosd(phift) 0;0 0 1];
%R=Rpsif*Rthef*Rphif;
R=Rga*Rbe*Ral; %the opposite order about the fixed axes (from the "new" to the "old")
%transformation of the velocity vector from the Cx1y1z1 to CksietaCeta
%coordinate system
vloc=R*[v0x;v0y;v0z];
%the above is the same as inv(R)*[v0x;v0y;v0z]; because R is an orthonormal matrix
%the velocity vector in the body-attached coordinate system
vkxi=vloc(1);veta=vloc(2);vceta=vloc(3);
%angles of the unit vector of (-vul) wrt ksi, eta and ceta; the body
%attached coordinate frame
c_al_v=-vkxi/(vkxi^2+veta^2+vceta^2)^0.5; %cos alpha_v
c_be_v=-veta/(vkxi^2+veta^2+vceta^2)^0.5; %cos beta_v
c_ga_v=-vceta/(vkxi^2+veta^2+vceta^2)^0.5; %cos gamma_v
if ((c_al_v^2+(a/b)^4*c_be_v^2)>0)
    %c_phi=c_al_v/(c_al_v^2+(a/b)^4*c_be_v^2+0.0001)^0.5;
    %phi=acosd(c_phi);
    phi=atan2d(c_be_v/b^2,c_al_v/a^2);
else
    phi=0;
end
% the magnitude of the vector along the ceta axis
K_ze=((c_al_v^2)/a^4+(c_be_v^2)/b^4+(c_ga_v^2)/c^4)^0.5;
c_al_ze=c_al_v/(K_ze*a^2); c_be_ze=c_be_v/(K_ze*b^2); c_ga_ze=c_ga_v/(K_ze*c^2);

```

```

%c_al_ze=c_al_v; c_be_ze=c_be_v; c_ga_ze=c_ga_v;
c_th=c_ga_ze;
theta=acosd(c_th);
if(theta<0)
    theta=theta+360; %the angle theta belongs to [0, 180]
end
%the angle between the velocity vector -vul and the direction of the axis zeta
% which is perpendicular to the plane of the curve Cexposed (the silhouette bound)
e_v=[c_al_v; c_be_v; c_ga_v];
e_ze=[c_al_ze; c_be_ze; c_ga_ze];
c_ze_v=dot(e_v,e_ze);
gamma_ze_v=acosd(c_ze_v);
if(abs(gamma_ze_v)>80)
    'the result might be inaccurate due to the large angle'
    gamma_ze_v
end
%transformation of the coordinate system, the parameters (see the
%derivation)
d=(1/a^2*(cosd(phi))^2*(cosd(theta))^2+1/b^2*(sind(phi))^2*(cosd(theta))^2+1/c^2*(sind(theta))^2);
e=(1/a^2*(sind(phi))^2+1/b^2*(cosd(phi))^2);
g=(-1/a^2+1/b^2)*0.5*sind(2*phi)*cosd(theta);
%the angle psi of the coordinate frame rotation
psi=0.5*atan2d(-2*g,(e-d));
%rad to deg
%psi=psi*180/pi;
%the half-axes of the boundary ellipse that is the "silhouette bound" that is
%seen in the direction of the velocity vector
a1=1/((d*(cosd(psi))^2+e*(sind(psi))^2+g*(sind(2*psi)))^0.5);
b1=1/((d*(sind(psi))^2+e*(cosd(psi))^2-g*(sind(2*psi)))^0.5);
if (a1<b1) %correction of the quadrant
    a1t=a1;
    a1=b1;
    b1=a1t;
    'quadrant correction'
    psi
    if(psi>90)
        psi=psi-90;
    else
        psi=psi+90;
    end
end
%the projection of the exposed surface (the projection in the direction of
%the velocity)
Ap=a1*b1*pi*c_ze_v;
%%%%%%%%%%%%% Estimation of the aerodynamic force %%%%%%
nx=30; %the number of division steps over the x axis
ny=30; % -- over the y axis
dx=2*a1/nx; %the step over the x axis
dy=2*b1/ny; %--over the y axis
xp0=-a1; %the initial position on x
xpv=-a1:dx:a1; %vector x
ypm=[];
suma=0;
Maero=[0;0;0]; Fcorr=[0;0;0];
for i=2:(nx-1)

```

```

if(i>length(xpv))
    'problem with the mesh'
    i
    length(xpv)
    xpv
    a1
    b1
    return
end
xp=xpv(i);
giy=b1*(1-(xp/a1)^2)^0.5;
dy=2*giy/ny;
ypv=-giy:dy:giy;
ypm=[ypm;ypv];
sumay=0;
for j=2:(ny-1)
    yp=ypv(j);
    %coordinate transformation coefficients
    kxxp=(cosd(psi)*cosd(phi)*cosd(theta)-sind(psi)*sind(phi));
    kxyp=(sind(psi)*cosd(phi)*cosd(theta)+cosd(psi)*sind(phi));
    kyxp=(cosd(psi)*sind(phi)*cosd(theta)+sind(psi)*cosd(phi));
    kyyp=(-sind(psi)*sind(phi)*cosd(theta)+cosd(psi)*cosd(phi));
    kzxp=cosd(psi)*sind(theta);
    kzyp=sind(psi)*sind(theta);
    %solving for 1/a^2*(d1+d*c1)^2+1/b^2*(d2+d*c2)^2+1/c^2*(d3+d*c3)^2=1;
    %where d1,d2,d3,c1,c2 and c3 are given as:
    d1=kxxp*xp-kxyp*yp;d2=kyxp*xp+kyyp*yp;d3=-
xp*cosd(psi)*sind(theta)+yp*sind(psi)*sind(theta);
    c1=-vksi/vulint;c2=-veta/vulint;c3=-vceta/vulint;
    Af=c1^2/a^2+c2^2/b^2+c3^2/c^2;Bf=2*(d1*c1/a^2+d2*c2/b^2+d3*c3/c^2);
    Cf=d1^2/a^2+d2^2/b^2+d3^2/c^2-1;
    if(abs(Af)>0.0000001)
        ds1=-Bf/(2*Af)+1/(2*Af)*sqrt(abs(Bf^2-4*Af*Cf));%%%%%
        ds2=-Bf/(2*Af)-1/(2*Af)*sqrt(abs(Bf^2-4*Af*Cf));%%%%%
        if(ds1*ds2>0)
            'distance function problem0'
            return
        end
    else
        ds1=-Cf/Bf;
        ds2=-ds1;
    end
    ds=(max(ds1,ds2));
    % finding the point at the ellipsoid which has the projection at
    % the coordinates (xp,yp,0) along the velocity vector
    x=kxxp*xp-kxyp*yp+ds*(-vksi/vint); % see the derivation
    y=kyxp*xp+kyyp*yp+ds*(-veta/vint);
    z=-kzxp*xp+kzyp*yp+ds*(-vceta/vint);
    if(abs(x^2/a^2+y^2/b^2+z^2/c^2-1)>0.01)
        'distance function problem1'
        er=x^2/a^2+y^2/b^2+z^2/c^2-1
        return
    end
    if(Bf^2-4*Af*Cf<0)
        'distance function problem2'
    end

```

```

end
Nv=2*[x/a^2; y/b^2; z/c^2]; %gradient in the normal direction
nv=Nv/norm(Nv); %norm(Nv) cannot be zero in the case of an ellipsoid
vulproj=dot(vloc,nv);
if(vulproj>0)
    'the gradient function problem'
    return
end
if(c_ze_v<0)
    'angle of the plane of the exposed surface boundary is wrong'
    return
end
%the vector of the outlet velocity, leaving the fragment surface
viz=vint*(vloc-vulproj*nv)/(norm(vloc-vulproj*nv)+0.00001);
DF=rho*vint*c_ze_v*(vloc-viz)*dy*dx;
DF_mag_nor=abs(dot(DF,nv));
press_loc=DF_mag_nor/(dx*dy)+p0; % this is absolute pressure!!!!
press_loc=min(0.5*rho*vint^2+p0,press_loc); % stagnation point pressure prediction
%press_loc is the predicted (absolute) pressure at the point x,y,z
%%% this is the aerodynamic force correction due to the
%%% compressibility of air
%%% the correction force is expressed in the local coordinate
%%% system (need to check the expression in the absolute coordinate
%%% system to avoid eventual error of the coordinate system
%%% transformation)
%press_loc=0.5*rho*vint^2+p0;
dFcorr=c_ze_v*(vloc/(norm(vloc)+0.00001))*abs(1/(1-kapa)*dx*dy*(p0^(1/kapa)-
press_loc^(1/kapa)*p0/press_loc)/(press_loc^((1-kapa)/kapa)));
Fcorr=Fcorr+dFcorr;
% the pressure here (used in the adiabatic process) is absolute pressure!
rv=[x;y;z];
dMaero=cross(rv,DF);
sumay=sumay+DF;
Maero=Maero+dMaero;
end
suma= suma+sumay;
end
Ma=vint/vsound;
%The final estimated force in the local c.s.
tra=0.9; % the lower and upper limit of the transonic range
if (Ma>tra)
    Fwloc=suma+Fcorr; %the coorection due to the compressibility is added here
else
    Fwloc=suma;
end
Fw=R*Fwloc;
Mad=R*Maero;
%Drag coefficient estimated via the estimated aerodynamic force
Cdrag=abs(dot(R*Fw,vul))/(rho*norm(vul)^2*Ap);
% The final output matrix
y=[Fw Mad;
   Cdrag Ap];

```

#### Dodatak 4. Pojednostavljeni model kretanja fragmenta

Kljuno i Ćatović [248] su radili na pojednostavljenom fizikalnom modelu za procjenu trajektorije fragmenata. Naime, pri kretanju tijela nepravilnog oblika (kao što je fragment HE projektila) potrebno je odrediti trajektoriju centra mase. Međutim, za svaku različitu orijentaciju ovog tijela u odnosu na relativnu brzinu nastrujavanja fluida, javlja se različita aerodinamička sila koja u opštem slučaju odstupa od pravca relativne brzine kretanja fluida u odnosu na tijelo nepravilnog oblika (fragment).

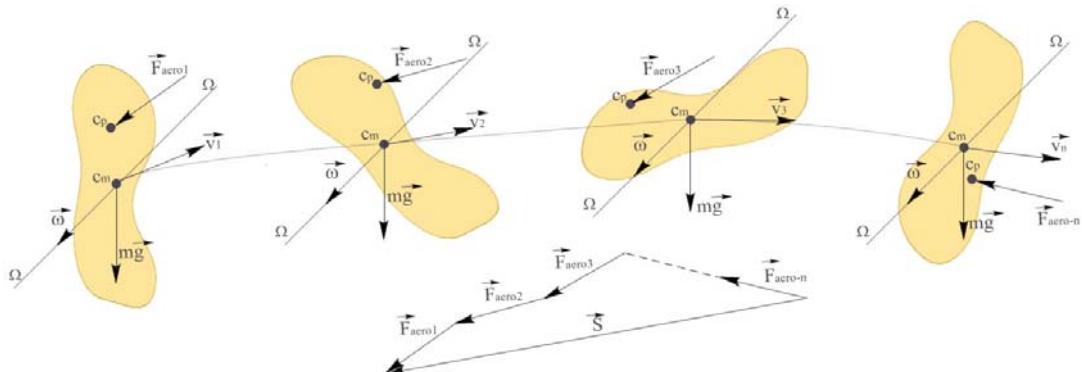
Obzirom da kod fragmenata HE projektila generalno postoji relativno veliki broj obrtaja tijela duž trajektorije centra mase, potrebno je definisati način za aproksimativno računanje trajektorije, pri čemu će se uvažiti rotacija tog tijela, odnosno variranje aerodinamičke sile pri rotaciji tijela.

Glavna ideja pojednostavljenog fizikalnog modela je da se za proračun trajektorije (fragmenata) koristi efektivni vektor sile otpora pri jednoj rotaciji tijela, a da se trajektorija dobija inkrementalno [248].

Pri rotaciji tijela velikim ugaonim brzinama, javlja se žiroskopski efekat, odnosno "otpor" promjeni pravca ose rotacije, kao na sl. 1.

U pojednostavljenom fizikalnom modelu su usvojene slijedeće pretpostavke [248]:

- Pretpostavljajući da se radi o relativno velikim ugaonima brzinama, osa  $\Omega$ - $\Omega$  (sl. 1) zadržava svoj pravac pri punoj rotaciji tijela.
- Svaka orijentacija tijela pri rotaciji oko ose  $\Omega$ - $\Omega$  je ravnomjerno zastupljena, odnosno ravnomjerno (isto) traje u toku punog obrtaja tijela.



Sl. 1 Shematski prikaz dejstva aerodinamičke sile u pojedinim orijentacijama tijela

Pod načinjenim pretpostavkama, efektivna vrijednost aerodinamičke sile je [248]

$$\vec{F}_{aero} = \frac{\vec{S}}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{F}_{aero-i} \quad (1)$$

U izrazu (1)  $n$  je broj inkrementalnih orijentacija tijela pri jednom punom obrtaju.

Egzaktno, efektivna vrijednost sile je ona sila čiji će impuls biti isti na vremenskom periodu jednog obrtaja [248]

$$\vec{F}_{aero\_ef} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{F}_{aero}(t) d(t), \quad (2)$$

gdje je  $T$  vremenski period jedne pune rotacije.

Ako se integral na desnoj strani izraza (2) izračuna aproksimativno (numerički) sumom [248]

$$\frac{1}{T} \int_0^T \vec{F}_{aero}(t) \cdot d(t) \approx \frac{1}{n\Delta T} \sum_{i=1}^n \vec{F}_{aero-i} \Delta T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{F}_{aero-i}, \quad (3)$$

dobija se ranije dati izraz (1) koji se uzima kao osnova za procjenu trajektorije. Generalno govoreći, trajektorija centra mase se egzaktno dobija na osnovu zakona o kretanju centra mase i zakona o promjeni momenta količine kretanja za centar mase [248]

$$m \ddot{\vec{a}}_{cm} = m \ddot{\vec{g}} + \vec{F}_{aero} \quad (4)$$

$$\frac{d \vec{L}_{cm}}{dt} = \vec{M}_{aero\_c_m}, \quad (5)$$

gdje je  $\vec{M}_{aero\_c_m}$  aerodinamički moment za centar mase. Slično traženju efektivne vrijednosti aerodinamičke sile, efektivna vrijednost momenta je [248]

$$\vec{M}_{aero\_ef} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{M}_{aero}(t) \cdot d(t), \quad (6)$$

odnosno, slično kao i za silu [248]

$$\vec{M}_{aero\_ef} \approx \frac{1}{n\Delta T} \sum_{i=1}^n \vec{M}_{aero-i} \Delta T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{M}_{aero-i} \quad (7)$$

Ovisno o intenzitetima momenta, doći će do malog zakretanja ose rotacije  $\Omega$ - $\Omega$  (sl. 1) na kraju svake pune rotacije. Međutim, unutar jednog inkrementa trajektorije, orijentacija ose  $\Omega$ - $\Omega$  se smatra nepromijenjena. Koristeći navedene pretpostavke i izraze (1), (4), (5) i (7) može se postaviti osnovni model za procjenu trajektorije. Projekcije izraza (4) na ose inercijalnog koordinatnog sistema su sada

$$m \ddot{x}_{cm} = F_{aero-x} \quad (8)$$

$$m \ddot{y}_{cm} = F_{aero-y} \quad (9)$$

$$m \ddot{z}_{cm} = F_{aero-z} - mg, \quad (10)$$

pri čemu je pretpostavljeno  $\ddot{\vec{g}} \parallel \vec{k}$ , gdje je  $\vec{k}$  jedinični vektor z ose. Integracijom izraza (8), (9) i (10) na periodu jednog obrtaja dobija se [248]

$$\int_0^T m \ddot{x}_{cm}(t) dt = \int_0^T F_{aero-x}(t) dt \quad (11)$$

$$\int_0^T m \ddot{y}_{cm}(t) dt = \int_0^T F_{aero-y}(t) dt \quad (12)$$

$$\int_0^T m \ddot{z}_{cm}(t) dt = \int_0^T F_{aero-z}(t) dt - mgT \quad (13)$$

Aproksimativnim računanjem (numerički), izrazi (11), (12) i (13) postaju [248]

$$m \dot{x}_{cm,p} = m \dot{x}_{cm,p-1} + \sum_{i=1}^n F_{aero-xi} \Delta T = m \dot{x}_{cm,p-1} + F_{aero-ef-xi} T \quad (14)$$

$$m \dot{y}_{cm,p} = m \dot{y}_{cm,p-1} + \sum_{i=1}^n F_{aero-yi} \Delta T = m \dot{y}_{cm,p-1} + F_{aero-ef-yi} T \quad (15)$$

$$m \dot{z}_{cm,p} = m \dot{z}_{cm,p-1} + \sum_{i=1}^n F_{aero-z_i} \Delta T = m \dot{z}_{cm,p-1} + F_{aero-ef-z_i} T - mgT \quad (16)$$

Ovdje  $p$  označava kraj  $p$ -tog inkrementa trajektorije, odnosno kraj  $p$ -te rotacije.

Drugom integracijom izraza (14), (15) i (16) dobija se [248]

$$mx_{cm,p} = mx_{cm,p-1} + mx_{cm,p-1} T + \int_0^T F_{aero-x} \cdot \tau \cdot d\tau = mx_{cm,p-1} + mx_{cm,p-1} T + F_{aero-ef-xi} \frac{T^2}{2} \quad (17)$$

$$my_{cm,p} = my_{cm,p-1} + my_{cm,p-1} T + \int_0^T F_{aero-y} \cdot \tau \cdot d\tau = my_{cm,p-1} + my_{cm,p-1} T + F_{aero-ef-yi} \frac{T^2}{2} \quad (18)$$

$$mz_{cm,p} = mz_{cm,p-1} + mz_{cm,p-1} T + \int_0^T F_{aero-z} \cdot \tau \cdot d\tau = mz_{cm,p-1} + mz_{cm,p-1} T + F_{aero-ef-zi} \frac{T^2}{2} - mg \frac{T^2}{2} \quad (19)$$

Sila  $\vec{F}_{aero\_ef}$  se računa za svaki inkrement trajektorije, jer se mijenja brzina kretanja tijela, kao i osa rotacije  $\Omega$ - $\Omega$  (sl. 1) relativno u odnosu na tijelo i u odnosu na relativnu brzinu nastrujavanja fluida.

Da bi se odredilo zakretanje ose  $\Omega$ - $\Omega$ , bilo bi potrebno rješavati diferencijalnu vektorskiju jednačinu (5) koja se u opštem slučaju svodi na tri skalarne diferencijalne jednačine.

Ideja je da se pravac ose rotacija smatra konstantan duž jednog inkrementa, a da se promjena pravca vrši stepenasto na kraju svakog inkrementa, koristeći efektivnu vrijednost aerodinamičkog momenta  $\vec{M}_{aero\_ef}$  i integrisani izraz (5) [248]

$$\vec{L}_{cm,p} = \vec{L}_{cm,p-1} + \int_o^T \vec{M}_{aero}(t) d(t) = \vec{L}_{cm,p-1} + \vec{M}_{aero-ef} T \quad (20)$$

Nova osa rotacije tijela (nepravilnog oblika) za naredni inkrement  $p$  se određuje iz pravca dobivenog momenta količine kretanja  $\vec{L}_{cm,p}$ .

Ukoliko je ugaona brzina početne rotacije relativno velika ili ukoliko je vrijeme leta tijela do prepreke relativno kratko (kao što je to slučaj sa fragmentima HE projektila), onda se osa  $\Omega$ - $\Omega$  neće značajno zaokretati u toku leta tijela i može se smatrati konstantnom. Tad će  $\vec{F}_{aero\_ef}$  ovisiti samo o promjeni relativne brzine nastrujavanja fluida duž trajektorije centra inercije tijela [248].

Kako bi se opisani fizikalni model mogao koristiti za procjenu trajektorije fragmenata, potrebno je poznavati vrijednosti aerodinamičkih sila koje djeluju na realni fragment tokom kretanja. Ovi podaci se mogu dobiti numeričkim simulacijama opstrujavanja tijela nepravilnih oblika.

## Dodatak 5 Model za procjenu početne nestabilnosti fragmenata

Aerodinamičke sile i momenti nastaju kao posljedica distribucije pritiska i tangencijalnog napona na površini tijela koje se kreće kroz atmosferu. Glavni cilj aerodinamike je određivanje pritiska i tangencijalnog napona za dati oblik tijela i uslove slobodnog toka, te uz pomoć dobijenih vrijednosti - određivanje aerodinamičkih sila i momenata<sup>[157]</sup>.

Ukupni efekat dejstva pritiska i tangencijalnog napona, integriranih preko cijele površine tijela, predstavlja rezultantna aerodinamička sila  $\vec{F}_{aero}$  i rezultantni moment  $\vec{M}_{aero}$ . Rezultantna sila djeluje u centru pritiska  $c_p$ , pri čemu se u općem slučaju centar mase tijela  $c_m$  ne nalazi u centru pritiska  $c_p$ . Rezultantni moment djeluje u centru mase i uzrokuje promjenu rotacionog kretanja oko centra mase.

Kretanje tijela nepravilne geometrije (kao što je fragment HE projektila) velikim brzinama kroz atmosferu je složeno. Primjer sličnih tijela na koje se ova analiza može primjeniti su fragmenti nastali lomom različitih struktura uslijed dejstva jakih oluja, meteoroidi (manja kamena ili metalna tijela iz svemira), kometi (ledene grudve iz vanjskog dijela solarnog sistema), asteroidi (veća tijela različite strukture koja takođe dolaze iz svemira). Dok se fragmenti visoko-eksplozivnih projektila kreću početnim brzinama reda 2 do 5 Ma, meteoroidi, kometi i asteroidi kreću se znatno većim brzinama prilikom ulaska u atmosferu (reda brzina od oko 50 Ma i više).

Tijela nepravilne geometrije koja se karakteriziraju visokim brzinama, viskoznim i stišljivim tokom, imaju dominantan otpor uslijed pritiska, udarne talase, turbulentno strujanje, a karakteriše ih značajno odvajanje graničnog sloja od površine tijela tokom kretanja<sup>[157, 167]</sup>.

Pregledom dostupne literature ustanovljeno je da ova oblast nije adekvatno istražena. Vezano za problem stabilnosti tijela uglavnom se istraživanja bave osno-simetričnim tijelima (projektili, rakete, zatupljeni konusi, konusi sa cilindričnim površinama i sl.). Nema dokaza da je problem stabilnosti orientacije tijela nepravilnog oblika analiziran i adekvatno riješen.

### Fizikalni model<sup>[246]</sup>

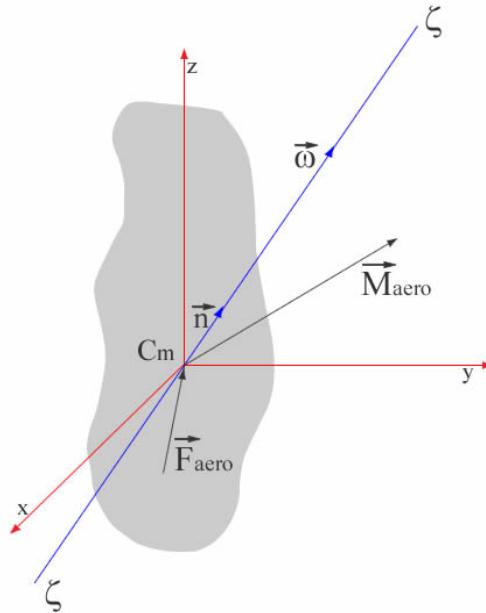
Početna nestabilnost tijela nepravilne geometrije javlja se uslijed ekscentričnog djelovanja (ne djeluje u centru mase tijela) sile koja uzrokuje njihovo kretanje. Kod fragmenata, nastalih detonacijom visoko-eksplozivnih projektila, dolazi do ekstremnog povećanja pritiska unutar tijela projektila (reda i do 400 000 bara), u veoma kratkom periodu (reda  $\mu\text{s}$ ).

Zato se djelovanje produkata detonacije na tijelo projektila može smatrati impulsnim opterećenjem. Tijelo projektila počinje se širiti i javljaju se pukotine na tijelu, kroz koje počinju izlaziti gasoviti produkti detonacije.

Kada unutrašnji pritisak, uslijed ekspanzije produkata detonacije, premaši strukturalnu otpornost tijela, dolazi do fragmentacije tijela projektila u veliki broj tijela nepravilnog oblika, pri čemu svako tijelo ima drugačiji oblik (stohastičnost procesa). Uslijed ekscentričnog djelovanja sila pritiska produkata detonacije, fragmenti dobijaju početnu ugaonu brzinu (inicijalni poremećaj) koja generalno ima svoju osu rotacije orijentisanu proizvoljno u prostoru.

Da bi se odredila minimalna vrijednost početne ugaone brzine tijela nepravilnog oblika koja obezbeđuje kontinuirano prevrtanje tog tijela, potrebno je izvršiti procjenu vrijednosti rada aerodinamičkog momenta koji djeluje na tijelo u početnoj fazi kretanja, a na osnovu toga iz izraza za kinetičku energiju rotacije tijela odrediti traženu početnu ugaonu brzinu.

Na sl. 6.54 predstavljeni su aerodinamička sila i moment koji djeluju na tijelo (fragment) nepravilnog oblika (sa centrom mase  $c_m$ ), i vektor ugaone brzine tijela čiji pravac  $\zeta$  se nalazi proizvoljno u prostoru.



Sl. 1 Shematski prikaz ukupne aerodinamičke sile i momenta na tijelo

Rad momenta (sl. 1) uslijed aerodinamičkih sila može se predstaviti izrazom [246]:

$$W^{rot} = \int_{t_0}^{t_1} (\vec{M}_{aero} \cdot \vec{n}) \omega dt = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} (\vec{M}_{aero} \cdot \vec{n}) d\varphi \quad (1)$$

Aerodinamički moment iz izraza (1) je:

$$\vec{M}_{aero} = M_{aero-x} \vec{i} + M_{aero-y} \vec{j} + M_{aero-z} \vec{k}, \quad (2)$$

dok se jedinični vektor ose rotacije ugaone brzine  $\omega$  može izraziti kao:

$$\vec{n} = \cos \alpha_\omega \vec{i} + \cos \beta_\omega \vec{j} + \cos \gamma_\omega \vec{k} \quad (3)$$

U izrazu (3) su  $\alpha_\omega$ ,  $\beta_\omega$  i  $\gamma_\omega$  – uglovi između pravca vektora ugaone brzine i osa  $x$ ,  $y$  i  $z$  respektivno.

Za uglove  $\alpha_\omega$ ,  $\beta_\omega$  i  $\gamma_\omega$  važi jednakost:

$$\cos^2 \alpha_\omega + \cos^2 \beta_\omega + \cos^2 \gamma_\omega = 1 \quad (4)$$

Uglovi  $\alpha$ ,  $\alpha_\omega$ ,  $\beta_\omega$  i  $\gamma_\omega$  se određuju preko izraza:

$$\cos \alpha_\omega = \frac{\omega_x}{\omega}, \quad \cos \beta_\omega = \frac{\omega_y}{\omega}, \quad \cos \gamma_\omega = \frac{\omega_z}{\omega}. \quad (5)$$

U izrazu (5) je intenzitet ugaone brzine:

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \quad (6)$$

Na osnovu izraza (1) – (3), može se rad aerodinamičkog momenta napisati kao:

$$W^{rot} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} (M_{aero-x} \cos \alpha_\omega + M_{aero-y} \cos \beta_\omega + M_{aero-z} \cos \gamma_\omega) d\varphi, \quad (7)$$

ili aproksimativno preko izraza :

$$W^{rot} \approx \sum_{i=1}^S (M_{aero-xi} \cos \alpha_{\omega i} + M_{aero-yi} \cos \beta_{\omega i} + M_{aero-zi} \cos \gamma_{\omega i}) \Delta \varphi, \quad (8)$$

pri čemu je  $S = (\varphi_I - \varphi_0)/\Delta \varphi$ .

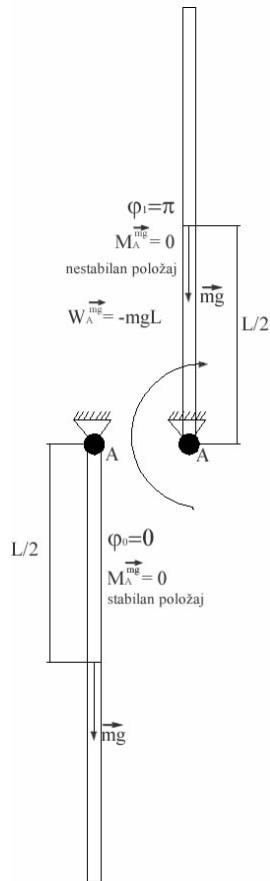
Uglovi  $\varphi_1$  i  $\varphi_0$  su uglovi dvije orijentacije kada su aerodinamički momenti zanemarljivi. Npr. ako se postavi koordinatni sistem tako da je  $\varphi_0 = 0$ , onda je  $\varphi_1 = \pi$ .

Ovdje se može iskoristiti analogija sa klatnom koje rotira (sl. 2). Na sl. 2 je shematski prikazano klatno u dva različita položaja pri kojima je moment jednak nuli, i to za slijedeće uglove:  $\varphi_0 = 0$  i  $\varphi_1 = \pi$ . Dakle, ugao integracije je  $\varphi_1 - \varphi_0 = \pi$ .

Kako bi se procjenio rad momenta uslijed aerodinamičkih sila iz izraza (8), potrebno je poznavati vrijednosti komponenti momenta i položaj ose rotacije tijela (uglovi  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$ ).

Komponente aerodinamičkog momenta se mogu odrediti upotrebom numeričkih simulacija za različite orijentacije fragmenta), i to za uglove od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ , sa inkrementom rotacije od  $15^\circ$ . Kada se pretvore u radijane, početna orijentacija tijela odgovara uglu  $\varphi_0 = 0$ , a zadnja orijentacija tijela odgovara uglu  $\varphi_1 = \pi$ , slično kao i na shematskoj slici klatna.

Položaj ose rotacije tijela (osa ugaone brzine, sl. 2) zavisi od uglova  $\alpha_\omega$ ,  $\beta_\omega$  i  $\gamma_\omega$ , i oni se mogu prepostaviti prilikom proračuna. Tačnije, mogu se prepostaviti dva od ova triугла, a treći se izračunava na osnovu izraza (4) [246].



Sl. 2 Shematski prikaz klatna u dva različita položaja pri kojim je moment jednak nuli [246]

Kinetička energija tijela općenito se sastoji od translatorne i rotacione komponente. U ovom slučaju od interesa je kinetička energija rotacije tijela koja se može izraziti kao [231]:

$$E_k^{rot} = \frac{1}{2} I_\zeta \omega^2 \quad (9)$$

gdje je  $I_\zeta$  moment inercije tijela za trenutnu osu  $\zeta$ - $\zeta$  u pravcu ugaone brzine  $\vec{\omega}$ . Pošto se položaj trenutne obrtne ose neprekidno mijenja, to je i  $I_\zeta$  promjenljiva veličina, pa je praktičnije da se kinetička energija izrazi preko momenata inercije za ose koje su kruto vezane za tijelo i zajedno sa tijelom se kreću.

Ako se početak jednog ovakvog pokretnog sistema,  $Oxyz$ , usvoji u centru masa  $O$ , onda se izraz (9) može napisati u obliku<sup>[231]</sup>:

$$E_k^{rot} = \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2 - 2I_{xy} \omega_x \omega_y - 2I_{xz} \omega_x \omega_z - 2I_{yz} \omega_y \omega_z) \quad (10)$$

U izrazu (10) su  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  i  $\omega_z$  projekcije trenutne ugaone brzine na ose sistema  $Oxyz$ , a  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$ ,  $I_{xy}$ ,  $I_{xz}$  i  $I_{yz}$  momenti inercije tijela za ose sistema  $Oxyz$ . Izraz (10) se može napisati i u slijedećem obliku<sup>[246]</sup>:

$$E_k^{rot} = \frac{1}{2} \omega^2 (I_x \cos^2 \alpha_\omega + I_y \cos^2 \beta_\omega + I_z \cos^2 \gamma_\omega - 2(I_{xy} \cos \alpha_\omega \cos \beta_\omega + I_{xz} \cos \alpha_\omega \cos \gamma_\omega + I_{yz} \cos \beta_\omega \cos \gamma_\omega)) \quad (11)$$

Ako su ose  $Oxyz$  glavne ose inercije, onda su centrifugalni momenti inercije  $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$ , pa se izraz (11) svodi na<sup>[246]</sup>:

$$E_k^{rot} = \frac{1}{2} \omega^2 (I_x \cos^2 \alpha_\omega + I_y \cos^2 \beta_\omega + I_z \cos^2 \gamma_\omega) \quad (12)$$

Momenti inercije tijela nepravilnog oblika za koordinatne ose  $x$ ,  $y$  i  $z$  (vezane za tijelo), mogu se odrediti u CAD softveru, na osnovu trodimenzionalnog modela tijela.

Tijelo će kontinuirano rotirati u toku leta ako je zadovoljen uslov<sup>[246]</sup>:

$$E_k^{rot} > |W^{rot}| \quad (13)$$

gdje su  $W^{rot}$  i  $E_k^{rot}$  dati izrazima (8) i (10). Dakle,  $W^{rot}$  je rad aerodinamičkog momenta pri zaokretanju fragmenta oko trenutne ose obrtanja između dvije ravnotežne orijentacije.

Obzirom da se dio kinetičke energije disipira pri svakom obrtaju, uslov (13) treba da je zadovoljen za svaki naredni obrtaj.

Dakle, uslov kontinuirane rotacije u toku leta je:

$$\frac{1}{2} \omega^2 (I_x \cos^2 \alpha_\omega + I_y \cos^2 \beta_\omega + I_z \cos^2 \gamma_\omega - 2(I_{xy} \cos \alpha_\omega \cos \beta_\omega + I_{xz} \cos \alpha_\omega \cos \gamma_\omega + I_{yz} \cos \beta_\omega \cos \gamma_\omega)) > \left| \sum_{i=1}^S (M_{aero-xi} \cos \alpha_{\omega i} + M_{aero-yi} \cos \beta_{\omega i} + M_{aero-zi} \cos \gamma_{\omega i}) \Delta \phi \right| \quad (14)$$

gdje se  $\alpha_\omega$ ,  $\beta_\omega$  i  $\gamma_\omega$  mogu smatrati konstantni za jednu rotaciju i  $S = (\varphi_f - \varphi_0)/\Delta\phi$ .

Minimalna ugaona brzina potrebna za kontinuiranu rotaciju može se konačno napisati kao:

$$\omega_{min} = \sqrt{\frac{2|W^{rot}|}{I_\zeta}} \quad (15)$$

Moguće je procjeniti minimalni broj obrtaja tijela u letu, uslijed početne kinetičke energije rotacije:

$$n = \left[ \frac{E_k^{rot}}{|W^{rot}|} \right] \quad (16)$$

Ovdje je  $E_k^{rot}$  početna kinetička energija rotacije, a  $W^{rot}$  rad momenta pri rotaciji između dvije stacionarne orijentacije, dok simbol  $[ ]$  označava da se uzima prvi niži cijeli broj. Ovdje se pretpostavlja da se funkcija momenta neznatno mijenja između dvije susjedne rotacije, tako da rad momenta ostaje približno isti.

Nakon opadanja kinetičke energije rotacije ispod praga energije pune rotacije, tijelo (fragment HE projektila) može doći u stanje oscilovanja oko centra mase, pri čemu će amplituda oscilacija opadati uslijed disipacije kinetičke energije. Paralelno sa tim se javljaju i rotacije oko drugih osa uslijed aerodinamičkog momenta, pa se tijelo i dalje može prevrtati tokom leta<sup>[246]</sup>.

## Dodatak 6 Modeli za procjenu centra pritiska i stabilne orijentacije fragmenata

Proučavanje stabilnosti tijela koje se kreće kroz atmosferu je kompleksno, pogotovo za tijela nepravilnog oblika kao što su fragmenti HE projektila. Pri analizi stabilnosti tijela jedan od zadataka je i odrediti položaj centra pritiska u odnosu na centar mase. Centar mase  $c_m$  predstavlja tačku u kojoj se nalazi hvatište sile gravitacije, a često se naziva i centar gravitacije jer svako uniformno gravitaciono polje djeluje na tijelo kao da je njegova masa skoncentrisana u centru mase.

Ukupna aerodinamička sila djeluje u tački koju nazivamo centar pritiska  $c_p$ . Dejstvo sile u nekoj tački može se zamjeniti dejstvom iste sile u centru mase i momentom sile u odnosu na centar mase. Moment aerodinamičke sile u odnosu na centar mase naziva se glavni aerodinamički moment. Centar pritiska  $c_p$  je tačka u kojoj je ukupni aerodinamički moment jednak nuli.

Veličina, pravac i položaj centra pritiska zavise od oblika, dimenzija tijela, orijentacije u odnosu na struju vazduha i karakteristika vazdušne struje (gustine, brzine, stepena stišljivosti, itd). Kada se mijenja napadni ugao tijela, mijenja se i polje pritiska oko tijela. Zbog toga se i centar pritiska mijenja sa promjenom napadnog ugla.

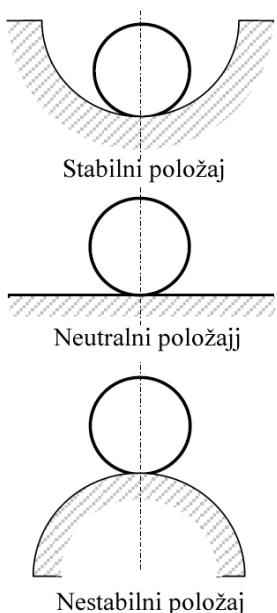
Generalno, stabilnost je svojstvo nekog sistema da samostalno održava ili uspostavlja ravnotežno stanje nakon prestanka djelovanja uzroka koji je ravnotežu poremetio. Općenito razlikujemo statičku i dinamičku stabilnost, pri čemu postoje i podgrupe: pozitivna, neutralna i negativna stabilnost.

Statička stabilnost odnosi se na sposobnost tijela da se vrati u prvobitni položaj, odnosno da zadrži svoju originalnu orijentaciju bez drugog dinamičkog kretanja.

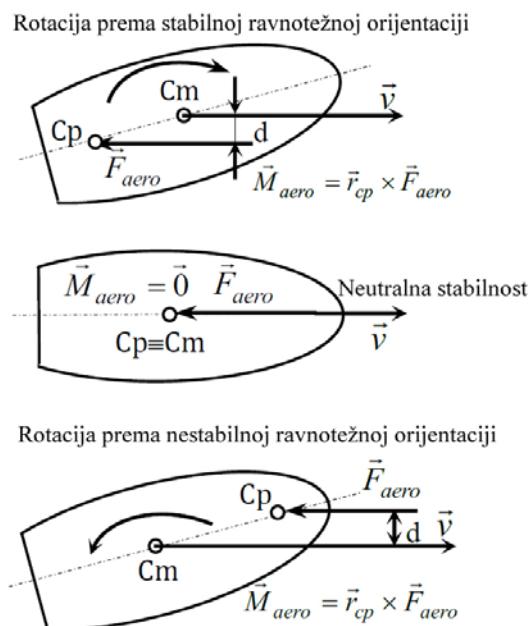
Dinamička stabilnost odnosi se na sposobnost tijela da se vrati u prvobitni položaj, tj. da zadrži originalnu orijentaciju kroz interakciju poremećenog kretanja sa drugim kretanjima tijela [247].

Statička stabilnost zavisi od dizajna tijela i postoje tri vrste statičke stabilnosti (sl. 1):

- Stabilan – tijelo nastoji da se zadrži u početnim uslovima,
- Neutralno stabilan – tijelo ostaje u poremećenom stanju, i
- Nestabilan – tijelo nastoji da se udalji od početnih uslova u skladu sa tendencijom poremećaja.



Sl. 1 Shematski prikaz tri tipa statičke stabilnosti (stabilno, neutralno i nestabilno) [247]



Sl. 2 Položaj centra pritiska u odnosu na centar mase tijela [247]

Ovisno od rel. položaja centra pritiska ( $c_p$ ) i centra mase ( $c_m$ ), postoje slijedeći slučajevi (sl. 2):

- $c_m$  ispred  $c_p$  (stabilijući moment-statički stabilan),
- $c_m$  iza  $c_p$  (destabilijući moment-statički nestabilan), i
- $c_m$  i  $c_p$  se poklapaju - neutralni slučaj.

Procjena centra pritiska i stabilnost za tijelo nepravilnog oblika (kao što je fragment HE projektila) koje se kreće kroz atmosferu velikim brzinama je složena, i u literaturi nisu pronađena istraživanja koja se bave proučavanjem ove problematike za takva tijela.

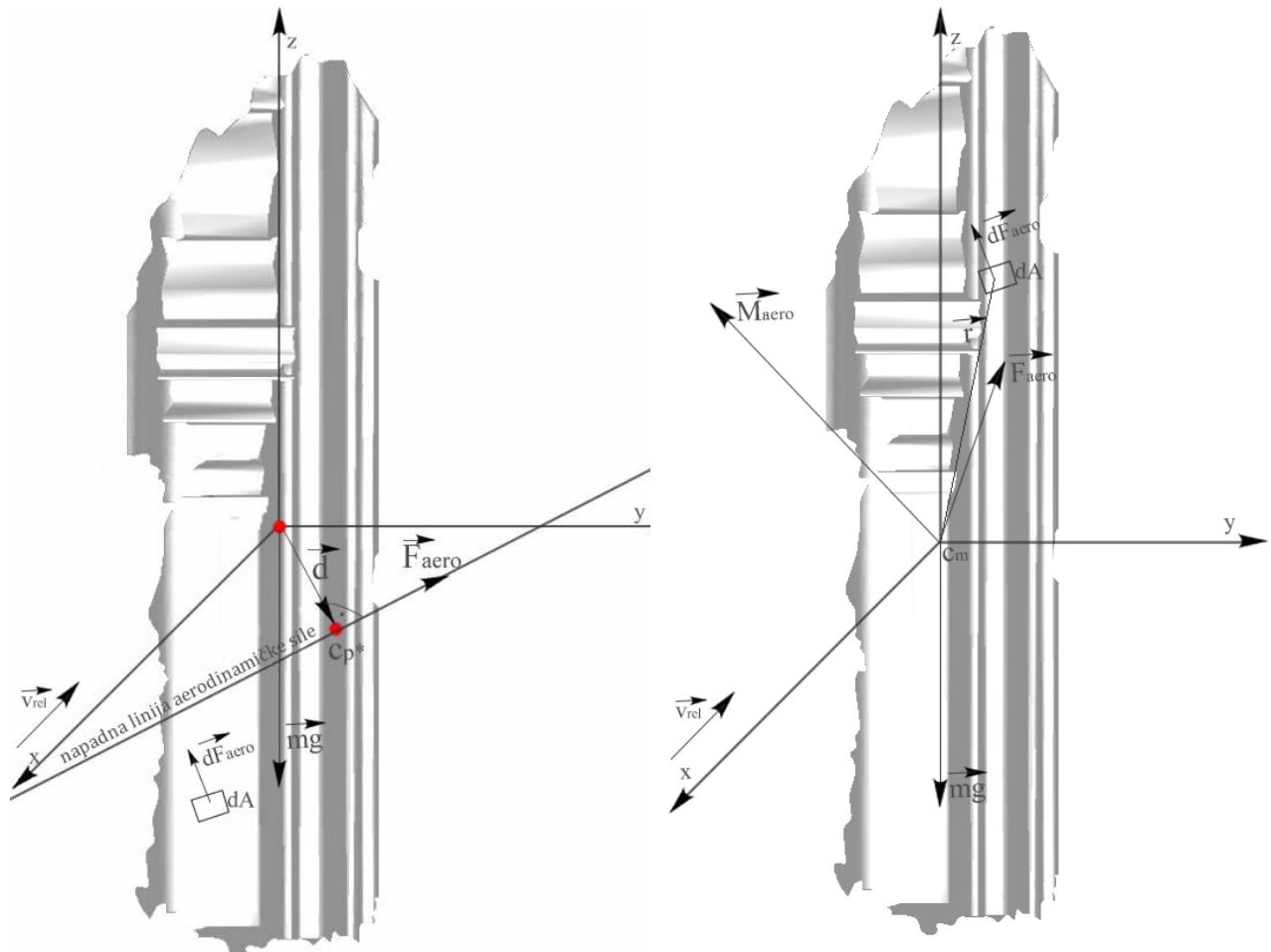
### Fizikalni modeli [247]

#### Procjena centra pritiska

Kako bi se procjenio položaj centra pritiska za tijelo nepravilnog oblika, potrebno je poznavati vrijednosti rezultantne aerodinamičke sile i momenta i njihovih komponenti. Za tijelo nepravilnog oblika ovo je moguće npr. koristeći numeničke simulacije jer se u simulacijama uzima u obzir njihova realna geometrija.

Na sl. 3 prikazani su računski centar pritiska  $c_p^*$  i centar mase  $c_m$  za tijelo nepravilnog oblika. Na istoj slici prikazani su vektori rezultantne aerodinamičke sile  $\vec{F}_{aero}$  i vektor elementarne aerodinamičke sile  $d\vec{F}_{aero}$  na elementu  $dA$ . Ovi vektori su u opštem slučaju orijentirani prozvoljno u prostoru. Stvarni centar pritiska se nalazi na istoj napadnoj liniji od  $\vec{F}_{aero}$ .

Na sl. 3 shematski je dat i pravac vektora sile  $\vec{F}_{aero}$  koji se prilikom kretanja mijenja, što znači i da se i položaj centra pritiska mijenja tokom kretanja. Brzina  $\vec{v}_{rel}$  je relativna brzina fluida u odnosu na tijelo. U opštem slučaju, vektori  $\vec{F}_{aero}$  i  $\vec{v}_{rel}$  nisu paralelni.



Sl. 3 Shematski prikaz centra pritiska, centra mase i aerodinamičke sile [247]

Sl. 4 Shematski prikaz aerodinamičke sile i momenta na tijelo nepravilnog oblika [247]

Na sl. 4 dat je shematski prikaz aerodinamičke sile i momenta (međusobno okomiti vektori) na tijelo nepravilnog oblika, kao i radius vektor  $\vec{r}$  elementarne površine  $dA$ . Ukupni moment aerodinamičkih sila za centar mase je [247]:

$$\vec{M}_{aero} = \oint_A \vec{r} \times \vec{F}_{aero} \quad (1)$$

Kako bi odredili proračunski centar pritiska za tijelo nepravilnog oblika, razmotrićemo sl. 3. Moment  $\vec{M}_{aero}$  aerodinamičke sile  $\vec{F}_{aero}$  može se za proizvoljno izabrani koordinatni sistem definisati vektorskim produktom [247]:

$$\vec{M}_{aero} = |\vec{d} \times \vec{F}_{aero}|, \quad (2)$$

gdje je vektor  $\vec{d}$  (sl. 3) [247]:

$$\vec{d} = \vec{r}_{cp*} - \vec{r}_{cm} \quad (3)$$

Vektor momenta  $\vec{M}_{aero}$  je okomit na ravan koju čine vektori  $\vec{F}_{aero}$  i  $\vec{d}$ .

U izrazu (3) su:  $\vec{r}_{cp*}$  - vektor položaja centra pritiska  $c_p*$ ,  $\vec{r}_{cm}$  - vektor položaja centra mase  $c_m$  u odnosu na proizvoljno izabrani koordinatni sistem. Ako se određuje položaj centra pritiska u odnosu na centar mase (u kojem je najčešće definisano ishodište pomicnog koordinatnog sistema), vektor položaja centra mase  $\vec{r}_{cm}$  se u izrazu (3) može zanemariti.

Vektorski produkt (2) se svodi na sistem jednačina sa tri nepoznate, pri čemu su nepoznate - komponente vektora  $\vec{d}$  po tri koordinatne ose:  $d_x$ ,  $d_y$  i  $d_z$ .

Intenzitet vektora  $\vec{d}$  predstavlja udaljenost između centra pritiska i centra mase za tijelo [247]:

$$|\vec{d}| = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2} \quad (4)$$

Sistem jednačina iz izraza (2) ima netrivijalno rješenje (singularna matrica) jer je linearno zavisao budući da se položaj centra pritiska  $c_p$  može nalaziti bilo gdje na pravcu aerodinamičke sile  $\vec{F}_{aero}$  (sl. 3), tj. bilo koji položaj centra pritiska  $c_p$  na ovom pravcu zadovoljava izraz (2).

Da bi se sistem jednačina (izraz 2) mogao rješiti, potrebno je definisati dodatni uslov, tj. dodatnu jednačinu. Ova jednačina se dobija iz uslova da je vektor  $\vec{d}$  okomit na pravac sile  $\vec{F}_{aero}$  (skalarni produkt dva okomita vektora je jednak nuli), što se može napisati kao [247]:

$$\vec{d} \cdot \vec{F}_{aero} = 0 \quad (5)$$

Sada se može napisati konačan sistem jednačina [247]:

$$d_y F_z - d_z F_y = M_x \quad (6a)$$

$$d_z F_x - d_x F_z = M_y \quad (6b)$$

$$d_x F_y - d_y F_x = M_z \quad (6c)$$

$$d_x F_x + d_y F_y + d_z F_z = 0 \quad (6d)$$

Sistem od četiri jednačine (6a - 6d) sa tri nepoznate ( $d_x$ ,  $d_y$  i  $d_z$ ) je linearno zavisao i mogao bi se jednoznačno riješiti metodom supstitucije da ne postoje određene greške numeričkog modela (kod numeričkih simulacija) koje se očituju malim odstupanjem ortogonalnosti vektora  $\vec{F}_{aero}$  i  $\vec{M}_{aero}$ . Naime, nakon završene svake numeričke simulacije (za svaki položaj tijela i svaki Ma broj) treba biti zadovoljen uslov ortogonalnosti ova dva vektora, tj. da je njihov skalarni produkt jednak nuli. Tek kada je zadovoljen uslov okomitosti  $\vec{F}_{aero}$  i  $\vec{M}_{aero}$  onda će bilo koja kombinacija tri od četiri jednačine (4a - 4d) dati vektor  $\vec{d}$ , pri čemu mora biti uključena jednačina (6d).

U slučaju kada nije egzaktno zadovoljen uslov okomitosti vektora  $\vec{F}_{aero}$  i  $\vec{M}_{aero}$ , potrebno je uraditi optimizaciju sistema jednačina (4a - 4d), koristeći optimizacionu funkciju  $S$ <sup>[247]</sup>:

$$S = (d_y F_z - d_z F_y - M_x)^2 + (d_z F_x - d_x F_z - M_y)^2 + (d_x F_y - d_y F_x - M_z)^2 + (d_x F_x + d_y F_y + d_z F_z)^2 \quad (7)$$

Metoda korištena u izrazu (7) je slična metodi najmanjih kvadrata, ali nije ista jer se ovdje ne radi o interpolaciji ili aproksimaciji funkcije.

Iz izraza (7) treba odrediti parametre  $d_x$ ,  $d_y$  i  $d_z$  (komponente vektora  $\vec{d}$ ) u kojima funkcija  $S$  postiže minimum.

Uslovi lokalnog ekstrema (pomoću parcijalnih derivacija) za funkciju  $S$  su<sup>[247]</sup>:

$$\frac{\partial S}{\partial d_x} = \frac{\partial S}{\partial d_y} = \frac{\partial S}{\partial d_z} = 0$$

Na osnovu ovoga se sada dobije novi sistem tri jednačine sa tri nepoznate<sup>[247]</sup>:

$$d_x (F_x^2 + F_y^2 + F_z^2) + d_y (-F_x F_y + F_x F_y) + d_z (-F_x F_z + F_x F_z) = F_y M_z - F_z M_y \quad (7a)$$

$$d_x (-F_x F_y + F_x F_y) + d_y (F_x^2 + F_y^2 + F_z^2) + d_z (F_y F_z - F_y F_z) = F_z M_x - F_x M_z \quad (7b)$$

$$d_x (-F_x F_z + F_x F_z) + d_y (F_y F_z - F_y F_z) + d_z (F_x^2 + F_y^2 + F_z^2) = F_x M_y - F_y M_x \quad (7c)$$

Nakon eliminiranja dijelova koji se ponavljaju, gornji izrazi svode se na slijedeći sistem<sup>[247]</sup>:

$$d_x F_{aero}^2 = (\vec{F}_{aero} \times \vec{M}_{aero})_x \quad (8a)$$

$$d_y F_{aero}^2 = (\vec{F}_{aero} \times \vec{M}_{aero})_y \quad (8b)$$

$$d_z F_{aero}^2 = (\vec{F}_{aero} \times \vec{M}_{aero})_z \quad (8c)$$

Ovdje je  $F_{aero}^2 = F_x^2 + F_y^2 + F_z^2$  (kvadrat intenziteta vektora ukupne sile  $\vec{F}_{aero}$ ), a  $(\vec{F}_{aero} \times \vec{M}_{aero})_x$ ,  $(\vec{F}_{aero} \times \vec{M}_{aero})_y$ ,  $(\vec{F}_{aero} \times \vec{M}_{aero})_z$  - komponente vektorskog produkta  $\vec{F}_{aero} \times \vec{M}_{aero}$  po pravcima osa.

U konačnici dobija se izraz<sup>[247]</sup>:

$$\vec{d} = \frac{\vec{F}_{aero} \times \vec{M}_{aero}}{F^2} \quad (9)$$

Sa ovim izrazom je moguće (na osnovu podataka iz numeričkih simulacija) odrediti komponente vektora  $\vec{d}$  i njegov intenzitet (udaljenost  $c_p$  od  $c_m$ ). Izraz (9) je jednostavan i ne zahtjeva rješavanje novog sistema jednačina, kao što bi to bio slučaj da je optimizacija rađena npr. metodom Lagranževih multplikatora (strategija pronalaženja ekstrema funkcije koristeći dodatna ograničenja). Stvarni centar pritiska se nalazi na istom pravcu kao i  $c_p$ , ali se ne može direktno dobiti iz momentne jednačine nego se treba postaviti i dodatni uslov. Važno je napomenuti da se intenzitet vektora  $\vec{d}$  mogao dobiti jednostavnim dijeljenjem intenziteta vektora momenta  $\vec{M}_{aero}$  i intenziteta vektora sile  $\vec{F}_{aero}$ , ali u tom slučaju nije poznat položaj vektora  $\vec{d}$  (komponente  $d_x$ ,  $d_y$  i  $d_z$ ) u prostoru. Vektor  $\vec{d}$  je važan parametar jer predstavlja mjeru aerodinamičkog momenta i pokazuje položaj napadne linije ukupne aerodinamičke sile.

#### Uslovi stabilnosti za tijela nepravilnih oblika

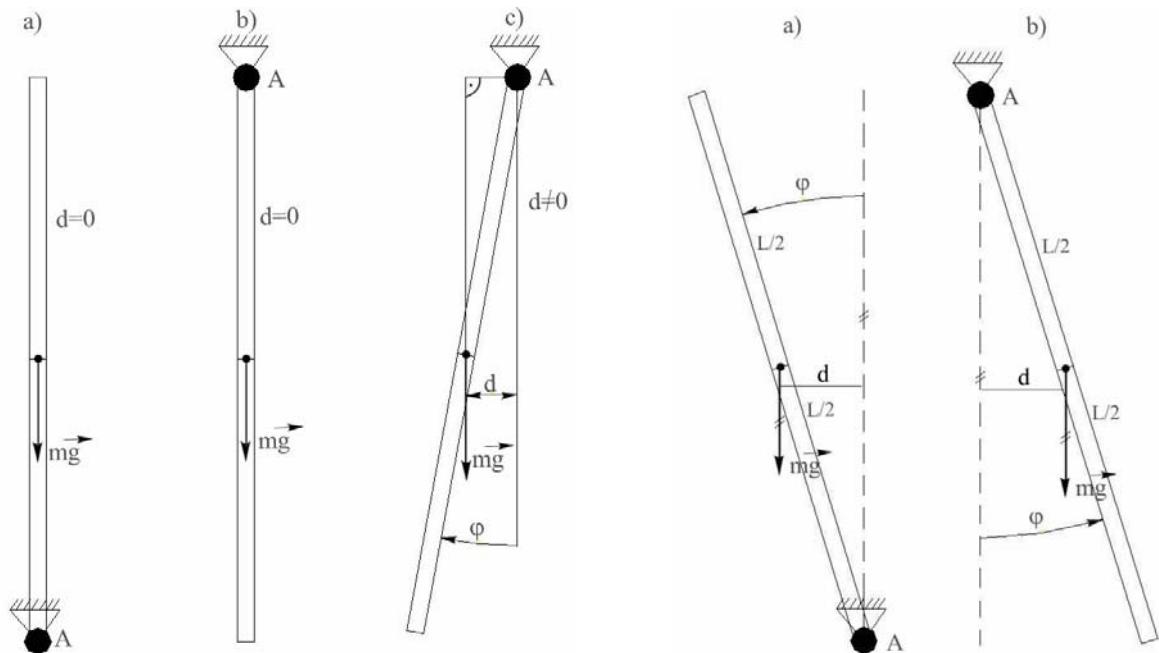
Postavlja se pitanje kako će se tijelo orijentisati u toku leta nakon što kinetička energija rotacije bude u potpunosti disipirana kroz rad aerodinamičkog momenta. Osnovi preduslov da takva orijentacija tijela postoji je da postoje slučajevi kada je<sup>[247]</sup>:

$$|\vec{d}| = 0 \quad (10)$$

Uslov (10) je potreban, ali ne i dovoljan. Da bi se lakše razumjela ova tvrdnja, pogodno je koristiti analogiju sa stabilnošću klatna, kao na sl. 5.

Na sl. 5, u slučajevima pod a) i b) važi  $d = 0$ , ali u prvom slučaju se radi o nestabilnoj orijentaciji dok se u drugom slučaju radi o stabilnoj orijentaciji klatna. Dakle, potrebno je uvesti i dodatni (dovoljni) uslov stabilnosti orijentacije.

Osnovna ideja je da se koristi rad momenta  $\vec{M}_{aero}$  da se definiše ovaj dodatni uslov stabilnosti. Prije nego počnemo analizu za tijelo nepravilnog oblika, razmotrimo opet slučaj stabilnosti klatna, sada na sl. 6. Ako se izvede klatno iz gornjeg vertikalnog položaja za mali (diferencijal) ugao  $d\varphi$  u smjeru naznačenom na sl. 6.a, onda je rad momenta sile  $\vec{mg}$  pozitivan ( $dW > 0$ ). Suprotno tome, rad momenta sile  $\vec{mg}$  na zakretanju  $d\varphi$  u okolini donjeg (stabilnog) vertikalnog položaja je negativan ( $dW < 0$ ).



Sl. 5 Shematski prikaz stabilnosti klatna<sup>[247]</sup>

Sl. 6. Uvođenje nestabilnosti kod klatna<sup>[247]</sup>

Na osnovu ove pojednostavljenje analize, mogu se postaviti uslovi stabilnosti tijela u obliku<sup>[247]</sup>:

$$|\vec{d}| = 0 , \quad (11)$$

$$dW < 0 \text{ u svakoj okolini ravnotežnog položaja.} \quad (12)$$

Uslov (12) se u slučaju leta tijela nepravilnog oblika odnosi na proizvoljnu osu rotacije, koja prolazi kroz centar masa.

U slučaju klatna, rotacija je bila oko ose koja je okomita na pravac sile. Međutim, u slučaju leta fragmenta, postoji beskonačno mnogo osa rotacije, odnosno načina kako to tijelo možemo izvesti iz ravnotežne orijentacije, pa je potrebno uslov (12) predstaviti u pogodnijoj formi.

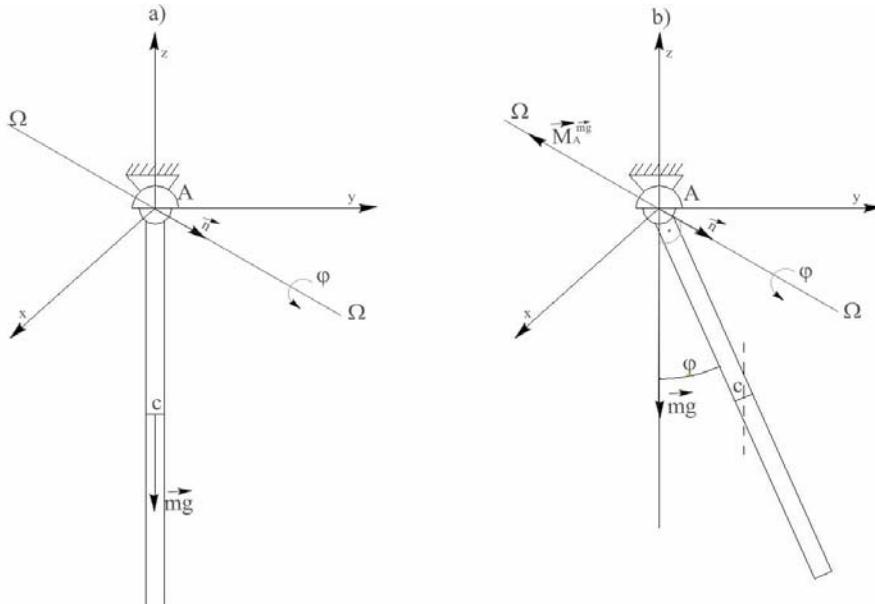
Radi lakšeg razumijevanja, možemo iskoristiti analogiju. Zamislimo sada da je zglob klatna sferičan, kao na sl. 7. Onda je moguće klatno izvesti iz ravnotežne orijentacije rotacijom oko bilo koje ose okomite na pravac sile  $\vec{mg}$ .

Na sl. 7a je prikazano klatno u ravnotežnoj orijentaciji, dok je na sl. 7b klatno zarotirano za ugao  $\varphi$  u odnosu na ravnotežni položaj oko proizvoljne ose, pri čemu je  $\vec{n} \perp \vec{mg}$  (sila  $\vec{mg}$  je premještena na zglob i dodat je moment).

Za rad momenta  $\vec{M}^{mg}$  na rotaciji za mali ugao  $\varphi$  (govori se o klatnu) vrijedi [247]:

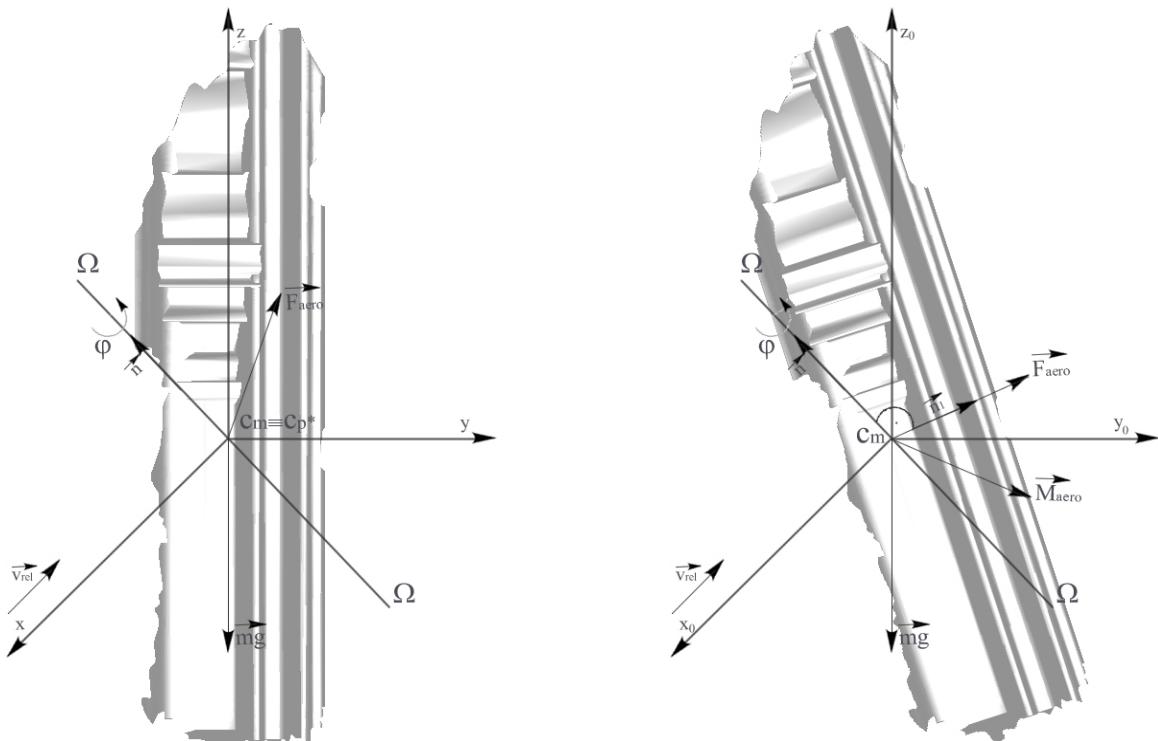
$$W_{mg} = \int_0^\varphi (\vec{M}^{mg} \cdot \vec{n}) d\varphi = f(\varphi), \quad (13)$$

$$W_{mg}(\varphi) < 0 \text{ za mali ugao u okolini } \varphi=0 \quad (14)$$



Sl. 7 Shematski prikaz ravnotežne orijentacije (a) i rotacije klatna oko proizvoljne ose (b) [247]

Uslov (14) se može generalizirati za slučaj tijela nepravilnog oblika, kao na sl. 8 i 9. Na sl. 8 dat je shematski prikaz stabilne orijentacije tijela, pri čemu vektori  $\vec{F}_{aero}$  i  $\vec{v}_{rel}$  u opštem slučaju nisu paralelni, dok je na sl. 9 tijelo izvedeno iz stabilne orijentacije pri rotacijskoj za mali ugao  $\varphi$  oko stabilne ose, pri čemu je  $\vec{n} \perp \vec{F}_{aero}$ .



Sl. 8 Shematski prikaz stabilne (ravnotežne) orijentacije [247]

Sl. 9 Tijelo zarotirano za mali ugao oko stabilne orijentacije da se ispita znak rada  $\vec{M}_{aero}$  [247]

Rad momenta  $\vec{M}_{aero}$  na zakretanju  $\varphi$  je [247]:

$$W = \int_0^\varphi (\vec{M}_{aero} \cdot \vec{n}) d\varphi = f(\varphi) \quad (15)$$

Jedinični vektor  $\vec{n}$  se može izraziti kao [247]:

$$\vec{n} = \cos \alpha_m \vec{i} + \cos \beta_m \vec{j} + \cos \gamma_m \vec{k} \quad (16)$$

U izrazu (16) su  $\alpha_m, \beta_m$  i  $\gamma_m$  – uglovi proizvoljne ose rotacije, pri čemu važi [247]:

$$\cos^2 \alpha_m + \cos^2 \beta_m + \cos^2 \gamma_m = 1 \quad (17)$$

Rad momenta  $\vec{M}_{aero}$  (izraz 15) za određeni ugao  $\Delta\varphi$  se može odrediti aproksimativno izrazom:

$$W \approx (M_{aero-x} \cos \alpha_m + M_{aero-y} \cos \beta_m + M_{aero-z} \cos \gamma_m) \Delta\varphi \quad (18)$$

Osa  $\Omega - \Omega$  se postavlja okomito u odnosu na  $\vec{F}_{aero}$  jer za osu po pravcu  $\vec{F}_{aero}$  nema promjene, odnosno moment  $\vec{M}_{aero}$  ostaje nula pri rotaciji oko ose po pravcu  $\vec{F}_{aero}$  za mali ugao  $\varphi$ . Ako se vratimo na analogiju sa klatnom, ova osa bi bila analogna osi klatna, po pravcu sile  $m\vec{g}$ , i tada moment za tačku A ostaje nula (sl. 7), pa nema ni rada na toj rotaciji.

Uslov okomitosti ose rotacije  $\Omega - \Omega$  i  $\vec{F}_{aero}$  je  $\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = 0$ , odnosno [247]:

$$\vec{n} \cdot \vec{F}_{aero} = F_{aero-x} \cos \alpha_m + F_{aero-y} \cos \beta_m + F_{aero-z} \cos \gamma_m = 0. \quad (19)$$

Na osnovu izraza (17) i (19), samo jedan od tri ugla ose rotacije  $\Omega - \Omega$  je proizvoljan, a ostala dva se računaju iz (17) i (19).

Na osnovu (14) i (15) može se postaviti uslov u opštem slučaju [247]:

$$W(\varphi) < 0 \text{ u okolini ravnotežne orijentacije} \quad (20)$$

Ako bi se funkcija  $W(\varphi)$  razvila u Taylorov red u okolini ravnotežne orijentacije, onda [247]:

$$W(\varphi) = W(0) + \frac{dW}{d\varphi} \Big|_{\varphi=0} \varphi + \frac{1}{2} \frac{d^2W}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=0} \varphi^2 + \dots, \quad (21)$$

gdje je [247]:

$$W(0) = 0; \frac{dW}{d\varphi} \Big|_{\varphi=0} = (\vec{M}_{aero} \cdot \vec{n}) \Big|_{\varphi=0} = 0 \quad (\text{jer je } d=0) \quad (22)$$

Tako da je dovoljan uslov stabilnosti konačno [247]:

$$W(\varphi) \approx \frac{1}{2} \frac{d^2W}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=0} \varphi^2 < 0 \quad (23)$$

## Dodatak 7. Vrijednosti komponenti aerodinamičke sile i momenta koji djeluju na fragment, dobijene numeričkim simulacijama (uz poglavlje 4.3.3.3)

Orientacija	0,6 Ma			0,8 Ma			1,0 Ma			1,2 Ma			1,3 Ma			1,5 Ma			2 Ma			3 Ma			4 Ma		
	F <sub>aero-x</sub> (N)	F <sub>aero-y</sub> (N)	F <sub>aero-z</sub> (m)	F <sub>aero-x</sub> (N)	F <sub>aero-y</sub> (N)	F <sub>aero-z</sub> (m)	F <sub>aero-x</sub> (N)	F <sub>aero-y</sub> (N)	F <sub>aero-z</sub> (m)	F <sub>aero-x</sub> (N)	F <sub>aero-y</sub> (N)	F <sub>aero-z</sub> (m)	F <sub>aero-x</sub> (N)	F <sub>aero-y</sub> (N)	F <sub>aero-z</sub> (m)	F <sub>aero-x</sub> (N)	F <sub>aero-y</sub> (N)	F <sub>aero-z</sub> (m)	F <sub>aero-x</sub> (N)	F <sub>aero-y</sub> (N)	F <sub>aero-z</sub> (m)	F <sub>aero-x</sub> (N)	F <sub>aero-y</sub> (N)	F <sub>aero-z</sub> (m)	F <sub>aero-x</sub> (N)	F <sub>aero-y</sub> (N)	F <sub>aero-z</sub> (m)
0	19.250	-1.128	12.613	39.104	-2.093	21.944	77.133	-2.928	28.638	112.015	-3.797	38.930	130.974	-4.361	44.186	170.728	-5.528	55.715	287.594	-9.199	92.805	608.798	-20.987	203.580	1068.780	-39.000	362.741
15	18.650	2.626	12.279	37.524	5.836	23.245	73.847	11.184	29.403	107.292	16.614	38.823	125.709	19.626	44.192	164.622	26.303	56.064	278.725	45.557	92.291	599.870	99.292	196.059	1041.070	173.904	339.883
30	16.380	5.426	11.993	32.867	11.680	23.056	64.122	23.124	28.835	93.102	33.089	36.939	108.882	38.827	41.436	142.633	51.128	51.311	243.579	88.079	80.358	526.961	191.539	162.124	924.009	337.717	275.720
45	12.789	5.865	9.205	25.064	12.538	18.590	48.434	26.249	24.510	70.522	37.558	30.861	82.522	43.908	34.396	108.423	57.437	41.685	186.143	96.822	60.705	410.006	208.498	113.727	733.000	367.541	186.590
60	8.374	4.572	4.926	15.725	8.722	9.942	28.670	17.064	18.000	43.500	26.509	22.723	51.523	31.701	24.807	68.661	42.402	28.726	118.156	71.215	38.911	253.360	143.228	65.602	444.496	240.190	100.926
75	4.555	2.380	1.240	8.400	4.406	2.457	14.880	7.491	4.383	22.714	10.826	6.035	26.877	13.036	7.084	36.056	18.280	9.501	63.919	34.344	16.202	137.520	71.382	29.586	233.874	113.935	45.494
90	2.420	0.295	0.213	4.460	0.575	0.333	8.505	0.984	0.288	13.799	1.488	0.507	16.427	1.958	0.747	22.167	3.176	1.262	38.508	7.725	3.043	80.810	22.319	8.599	137.428	43.507	15.830
105	4.074	-1.761	-0.289	7.559	-3.264	-0.390	13.473	-5.653	-0.801	20.288	-8.108	-1.326	23.694	-9.511	-1.452	31.065	-12.728	-1.693	52.490	-21.729	-2.186	106.723	-38.018	0.563	178.585	-52.327	6.292
120	7.137	-4.442	0.380	13.556	-8.781	1.292	25.013	-16.841	1.457	38.172	-26.158	-0.496	44.987	-31.263	-1.500	59.658	-41.815	-3.619	101.795	-70.351	-6.915	222.985	-144.651	-6.762	403.994	-248.861	1.914
135	10.550	-6.381	2.748	20.943	-13.553	4.672	41.415	-26.958	1.415	60.579	-38.946	-2.498	70.833	-45.808	-4.673	92.696	-60.571	-8.967	158.489	-105.042	-16.841	343.320	-228.454	-15.751	606.388	-403.092	1.197
150	13.735	-6.396	2.955	28.320	-13.933	4.308	55.941	-26.024	-2.290	80.901	-36.548	-8.226	94.555	-42.816	-11.311	123.794	-56.517	-17.420	208.971	-99.523	-28.066	431.293	-215.772	-18.732	741.643	-378.740	10.325
165	15.735	-3.899	0.572	32.733	-8.527	2.118	66.031	-14.804	-5.762	96.184	-20.773	-13.094	113.050	-24.461	-17.032	148.319	-32.916	-24.363	247.200	-57.866	-35.520	497.701	-120.809	-16.623	844.965	-207.710	19.470
180	16.452	-0.217	-0.107	34.422	-0.240	0.392	71.481	-1.286	-8.511	103.809	-1.490	-16.434	121.608	-1.556	-20.534	158.460	-1.549	-28.184	262.144	-1.444	-40.594	524.235	-0.539	-21.652	890.378	0.731	19.228
195	15.996	3.917	1.110	33.420	8.062	-0.617	68.167	13.047	-8.040	98.935	18.813	-16.164	115.482	22.241	-20.222	150.928	30.176	-28.270	248.213	53.871	-39.238	498.236	115.677	-18.001	846.705	202.355	18.458
210	14.314	6.320	3.085	29.930	13.999	3.380	59.201	25.532	-4.689	85.382	35.251	-12.792	99.437	40.887	-16.512	129.358	53.621	-23.818	214.828	93.905	-34.517	441.397	201.306	-23.481	762.946	353.112	3.330
225	11.289	6.305	2.443	22.661	13.503	5.440	45.060	27.596	-0.519	66.076	39.420	-6.582	77.057	45.751	-9.498	100.473	59.317	-15.024	170.599	99.668	-25.499	366.160	210.894	-25.829	650.968	372.035	-10.843
240	7.746	4.148	-1.115	14.899	8.199	-0.803	27.989	16.645	-1.313	43.045	25.971	-5.339	51.096	30.822	-6.833	68.087	40.580	-9.253	117.379	65.519	-13.913	259.314	-128.774	-19.673	469.866	214.950	-16.614
255	5.156	2.141	-0.744	9.984	4.204	-0.674	18.839	8.444	-1.141	29.621	13.178	-3.469	35.413	15.569	-4.314	47.884	20.334	-5.672	83.957	32.012	-7.855	186.953	60.937	-9.651	335.864	99.549	-5.699
270	2.565	0.134	-0.373	5.069	0.209	-0.546	9.689	0.244	-0.968	16.197	0.386	-1.598	19.730	0.315	-1.795	27.680	0.087	-2.090	50.535	-1.495	-1.798	114.591	-6.900	0.370	201.861	-15.853	5.216
285	5.025	-1.636	1.918	9.733	-3.276	3.937	18.617	-7.227	7.200	29.034	-11.495	9.432	34.690	-13.690	10.433	46.883	-17.938	11.778	82.381	-29.044	16.128	183.305	-57.045	30.542	323.217	-95.377	50.295
300	7.485	-3.406	4.210	14.396	-6.760	8.420	27.545	-14.697	15.368	41.872	-23.376	20.461	49.650	-27.696	22.662	66.086	-35.963	25.645	114.227	-56.593	34.054	252.019	-107.191	60.714	444.572	-174.900	95.375
315	11.758	-4.767	7.991	23.453	-9.968	13.768	44.831	-19.842	20.947	65.220	-29.037	26.724	76.377	-34.102	29.720	100.694	-44.819	35.793	172.115	-74.822	54.052	374.210	-155.157	107.815	658.224	-265.988	181.450
330	16.031	-6.128	11.772	32.510	-13.176	19.115	62.117	-24.986	26.526	88.569	-34.697	32.987	103.103	-40.509	36.778	135.301	-53.675	45.941	230.002	-93.051	74.050	496.400	-203.122	154.915	871.876	-357.075	267.526
345	18.325	-4.254	12.357	37.112	-8.802	20.501	72.001	-15.199	27.524	103.930	-22.151	36.172	121.815	-26.294	41.422	159.615	-35.106	52.228	271.033	-61.320	87.461	580.746	-135.833	191.880	1010.060	-239.946	337.790

Orientacija	0,6 Ma			0,8 Ma			1,0 Ma			1,2 Ma			1,3 Ma			1,5 Ma			2 Ma			3 Ma			4 Ma		
	M <sub>aero-x</sub> (Nm)	M <sub>aero-y</sub> (Nm)	M <sub>aero-z</sub> (Nm)	M <sub>aero-x</sub> (Nm)	M <sub>aero-y</sub> (Nm)	M <sub>aero-z</sub> (Nm)	M <sub>aero-x</sub> (Nm)	M <sub>aero-y</sub> (Nm)	M <sub>aero-z</sub> (Nm)	M <sub>aero-x</sub> (Nm)	M <sub>aero-y</sub> (Nm)	M <sub>aero-z</sub> (Nm)	M <sub>aero-x</sub> (Nm)	M <sub>aero-y</sub> (Nm)	M <sub>aero-z</sub> (Nm)	M <sub>aero-x</sub> (Nm)	M <sub>aero-y</sub> (Nm)	M <sub>aero-z</sub> (Nm)	M <sub>aero-x</sub> (Nm)	M <sub>aero-y</sub> (Nm)	M <sub>aero-z</sub> (Nm)	M <sub>aero-x</sub> (Nm)	M <sub>aero-y</sub> (Nm)	M <sub>aero-z</sub> (Nm)	M <sub>aero-x</sub> (Nm)	M <sub>aero-y</sub> (Nm)	M <sub>aero-z</sub> (Nm)
0	-0.01810	0.04762	-0.00591	-0.00788	0.07978	-0.00618	0.06834	0.09845	-0.02328	0.08461	0.11925	-0.02071	0.08506	0.13220	-0.01929	0.08808	0.16762	-0.01817	0.12435	0.28936	-0.02413	0.23537	0.61676	-0.11281	0.36845	1.07099	-0.18534
15	-0.01624	0.04234	-0.05812	-0.01896	0.07634	-0.10567	0.08875	0.12009	-0.16276	0.10829	0.14633	-0.18326	0.10825	0.16037	-0.18588	0.19260	-0.19772	0.12753	0.31527	-0.32391	0.12741	0.64165	-0.69244	0.11651	0.10391	-1.15880	
30	-0.00765	0.04025	-0.08909	-0.00840	0.07482	-0.18184	0.06730	0.13050	-0.26015	0.09903	0.16890																

## KRATKA BIOGRAFIJA



Alan Ćatović rođen je 1979. u Sarajevu. Mašinski fakultet (smjer: Raketna tehnika) u Sarajevu završio je 2003. godine (diplomski rad: Kumulativne bojeve glave). Magistarski rad (Procjena zone smrtonosnog djelovanja HE bojevih glava sa prirodnom fragmentacijom) odbranio je 2007. godine. U toku rada na fakultetu bio je angažovan na slijedećim predmetima: Računarska tehnika i grafika, Fizika I i II, Konstrukcija projektila, Municija, Tehnologije balističkih mjerjenja, Oklopna zaštita, Integracija municije, Upaljači, Uvod u eksplozive, Dizajn municije, Taktičke bojeve glave, Alati za kompjutersko modeliranje u balistici, Optičke sprave, Visoko-energetski materijali, Terminalna balistika, Balistička forenzika, Visoko-eksplozivni projektili sa prirodnom fragmentacijom i Protiv-oklopni projektili.

Dosad je objavio 25 naučnih radova, učestvovao u pisanju priručnika, knjiga i multimedijalnih naučnih izdanja, bio član tima koji je radio ekspertize (balistička forenzika) za Sud u BiH, učestvovao u nekoliko naučnih projekata i edukacionih kurseva za Oružane snage BiH i inžinjere u Maleziji, Pakistanu i Sudanu.

Oženjen je i otac dvoje djece. U slobodno vrijeme bavi se astronomijom i planinarenjem.